



~~43-7-A-W-19~~

96-4-10

MED. 6463

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.



ANNEE MDCCLIII.



A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,

Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.

MDCCLV.

11107214

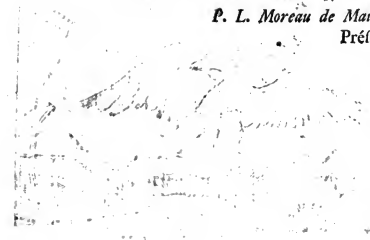
11107214

11107214

11107214

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Président.



11107214

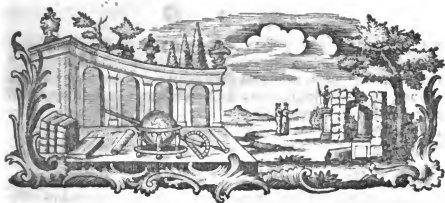
M É M O I R E S
D E
L' A C A D É M I E R O Y A L E
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
EXPERIMENTALE.*

THE

THE

THE



ESSAI SUR L'ORIGINE ET LA GÉNÉRATION DES MÉTAUX,

PAR M. ELLER.



J'ai balancé longtems si je devois entreprendre cet essai, sachant qu'il est extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de se frayer une route à travers les rochers jusques dans les entrailles de la terre, pour tâcher de saisir le mystere caché dont la Nature se sert pour produire les Métaux. Toutes les productions des corps que nous rencontrons dans les deux autres Régnes de la Nature, savoir les Végétaux & les Animaux, ne semblent pas tant se dérober à nos yeux; &



pour peu qu'on sache se servir de certains moyens que l'industrie & l'expérience des habiles Naturalistes nous ont fournis, & nous fournissent encore tous les jours, on découvre assez souvent les vrais matériaux, l'ordre & les moyens, dont cette sage mère se sert pour former, conserver, & reproduire les corps. Mais dans la production des métaux, nous sommes presque dans le cas des aveugles; l'acte de leur génération s'exécute dans le sein des rochers les plus profonds, où la lumière n'a jamais eu le moindre accès, & que les ombres par conséquent d'une nuit éternelle couvrent depuis l'origine du monde; c'est une hardiesse bien téméraire, je l'avoue, que de vouloir, dans ce fonds ténébreux de la terre, surprendre la Nature lorsqu'elle s'occupe à ses opérations les plus cachées, sachant qu'on a bien de la peine à lui dérober quelques finesses en plein jour, & encore avec le secours des meilleurs Microscopes.

Le seul moyen donc qui me reste, dans cette vue de faire quelques découvertes à l'imitation de la Nature dans la génération des métaux, c'est de considérer attentivement tous les corps en général, & toutes les matières qui se trouvent aux endroits où la Nature travaille les mines, de les examiner avec soin, & de faire l'analyse de leurs parties constituantes, afin que je puisse par ce moyen découvrir ce qu'ils peuvent fournir à la formation des mines métalliques; secours qui me mènera insensiblement à la source de cette formation.

Ce qui m'a aidé encore beaucoup dans cette recherche, c'est que j'ai eu dans ma jeunesse l'avantage de fréquenter moi-même les Mines, & de les voir travailler dans les creux des montagnes, en plusieurs endroits de l'Allemagne; où j'ai eu aussi le loisir d'examiner les crévasses des rochers, & les *Filons*, (*die Klüffte und Gänge*) & d'y considérer la propriété des exhalaisons minérales qu'on y rencontre plus ou moins, selon la situation, la profondeur, on selon la nature de la mine qu'on y travaille. D'ailleurs la collection assez considérable que je me suis procurée depuis, de toutes sortes de minéraux & de fossiles,



fossiles, de tous les pays presque où il y en a, m'a aidé aussi à reconnoître le mélange différent des métaux dans leurs mines, & leur parties essentielles, cachées dans les différentes terres, ou matieres pierreuses, &c. qui leur servent souvent de matrices dans leur formation.

Toutes ces matieres minérales, ou fossiles, comme nous verrons cy-après, sont en très grand nombre ; & , ce qui rend encore cette recherche plus pénible, ce sont les noms barbares pour la plupart & inconnus, que les fossiles en général ont reçu des Mineurs. Ces Gens, qui depuis plusieurs siècles ont pris & prennent encore leur origine d'une même race en Allemagne, ont imaginé des noms, ou des manieres de s'exprimer, que leurs compatriotes, & les gens de la même Province n'entendent pas, ou ont de la peine au moins à comprendre ; & comme ils travaillent pour la plupart machinalement, ils ne peuvent guères rendre raison de ce qu'ils font à un Curieux qui souhaite d'en être instruit.

Et c'est peut-être la véritable raison aussi pourquoi les anciens Auteurs Grecs & Romains nous apprennent si peu, ou rien, d'un Art qui est pourtant si utile & si nécessaire à la prospérité du genre humain, pendant que d'un autre côté les mêmes Auteurs nous rapportent plusieurs grandes bagatelles, dont nous pourrions fort bien nous passer. Certes, ces sommes immenses d'Or & d'Argent, dont ces anciens Historiens nous parlent, sont un sûr garant, que ces peuples vainqueurs du monde, n'ont point négligé cet Art, qui enseigne de fouiller la terre pour en tirer les métaux ; mais comme ils n'y employoient que les Esclaves & les Criminels, & que c'étoit une espece de dernier supplice que d'être condamné aux Mines, leurs Savans, ces fameux Philosophes, craignoient apparemment de faire une tache à leur réputation ; ou peut-être avoient-ils peur d'être notés d'infamie, s'ils visitoient le travail de gens réputés infames, pour en tirer quelques instructions.



De cette négligence impardonnable il est venu, je crois, que quelques Philosophes spéculatifs, ou plutôt quelques Sophistes de ce tems-là, se sont imaginé de pouvoir produire des métaux précieux sur la terre, en employant des matériaux dont ils croyoient que la Nature se servoit dessous la terre ; & c'est de cette spéculation vraisemblablement que la première époque des Alchymistes commence. Une Instruction de cette nature, en forme de Dialogues, sous les noms empruntés des anciens Philosophes, nous reste de ce tems-là ; elle porte le titre de *Turba Philosophorum* : c'est un livre rempli d'allégories & d'énigmes, & qui paroît être fabriqué par les Sectateurs des Philosophes Platonico-Pythagoriciens de l'Ecole d'Alexandrie.

Le perte des Sciences, qui suivit de près la ruïne de la République de Rome, y a beaucoup contribué aussi. Car l'amas confus des Sciences délabrées, dont les Arabes s'emparèrent, semble avoir engendré cet Art nouveau, la Chymie, inconnu jusqu' alors, & que les Alchymistes de cette Nation cultivèrent dans l'unique dessein de changer les métaux imparfaits en Or, ou en Argent, par le moyen de la Chymie. Les plus anciens Auteurs Arabes, comme *Geber*, *Avicenne*, *Albucafis*, *Rhazes*, *Haly*, *Bendegit-Jessi*, &c. en sont les témoins ; ils ne parlent que de métaux, de minéraux, & de toutes sortes de sels, qu'ils enseignent à mêler, à fondre, & à purifier de différentes façons dans le feu, pour en tirer la Quintessence, ou la Pierre philosophale, qui devoit changer en Or dans un creuset, tous les métaux imparfaits, en peu de minutes. Cet Art flatteur de s'enrichir à peu de frais & en peu de tems, passa bientôt, comme un mal épidémique dans toute l'Europe ; & c'étoit presque la seule Science qui fut cultivée dans les siècles barbares, surtout dans les Couvents, où cet Art flattoit extrêmement la paresse & l'ambition des Moines.

Il est même étonnant, que les plus grands hommes de ces Siècles, comme *Arnaud de Villeneuve*, *Raymond Lulle*, *Albert le Grand*, *Roger Bacon*, *Robert Fludd*, & plusieurs autres, semblent avoir
choi-



choisi cette étude pour leur principale occupation. Mais, comme dans la suite la plupart de ces prétendus Philosophes Adeptes déchurent de leur espérance de faire un Or artificiel, la Chymie gagna plus de terrain, elle fut appliquée successivement à l'analyse de tous les corps en général, & elle devint bientôt après la base & le soutien de la Métallurgie ; d'autant plus que l'art de tirer les métaux de la mine, & de les purifier comme il faut, doit son origine & sa perfection uniquement à la Chymie. Mais il est encore remarquable que tous les habiles gens, qui savoient appliquer la Chymie à l'étude des mines, ou à la Métallurgie, ne perdoient presque jamais de vue la transmutation alchymistique des métaux ; plusieurs d'entre eux s'empresrent même d'avantage à nous enseigner la production artificielle des métaux, que la naturelle hors de la mine : tant prévaloit le préjugé de ce tems là, que la transmutation des métaux imparfaits en Or, ou en Argent, étoit un Art à enseigner ou à apprendre.

De là est venu, selon la méthode usitée dans les autres Sciences, qu'on a tâché d'établir certains Principes, ou premiers Elémens, desquels tous les Métaux en général devoient tirer leur existence & leur origine. Ceux de la Secte Aristotelico-Scholastique se contenterent des quatre Elémens, & de leur action réciproque sous la terre, les uns dans les autres, pour la production des fossiles en général ; mais ceux qui manioient de près ces corps, ou ces differens mixtes, trouverent bientôt les quatre Elémens trop éloignés de la nature minérale & métallique ; & ayant remarqué, que le Vif-argent, ou le Mercure, production minérale comme les métaux, égaloit presque le poids de l'Or, & ayant considéré encore, que le Souffre minéral arrêtoit le cours de ce métal fluide dans la production du Cinnabre artificiel, ils ne balancerent plus d'établir ces deux corps pour premiers principes de tous les métaux, qui ne différoient entre eux, à ce qu'ils croyoient, que par rapport à l'union plus ou moins intime & parfaite de ces deux prétendus principes. Le Moine *Basile Valentin*, & *Theophraste Paracelse*,



celle, en ajoutèrent encore un troisième, savoir le sel, qui devoit constituer le lien entre le Souffre & le Mercure; ils confirmèrent en même tems l'hypothèse des influences astrales pour la formation des métaux, suivant laquelle la fonction du Soleil étoit d'influer à la formation de l'Or, celle de la Lune à la génération de l'Argent, & ainsi du reste. Ceux qui recherchent plus soigneusement les antiquités de la Métallurgie, prétendent prouver qu'*Hermes Trismegiste* avoit déjà établi les trois Principes dont je viens de parler; ils se fondent sur un certain Ecrit qu'on attribue à ce prétendu Père des Adeptes, où il doit avoir dit: „Que de trois Substances, qu'il appelle l'esprit, l'ame & „ le corps, tous les métaux tiroient leur origine, & que même les Teintures métalliques, & la Pierre philosophale, en étoient produits. „ *Paracelse* en donne l'explication, lorsqu'il ajoute, que l'esprit d'*Hermes* étoit le Mercure, son ame le Souffre, & le corps le Sel. Mais je doute fort, qu'outre la *Table d'Emeraude d'Hermes*, ce Philosophe prétendu Chymiste, qui approche trop des Siècles fabuleux, ait jamais écrit quelque chose qui soit parvenu jusqu'à nous. C'est à peu près avec autant de fondement que quelques Champions de la Philosophie Paracelsistique attribuent déjà ces trois Principes métalliques à *Pythagore*, à *Platon*, à *Zosyme Pantonopolitain*, &c. à cause que les deux premiers avoient demeuré plusieurs années en Egypte, selon le rapport d'*Hesychius* (1), & de *Strabon* (2), où ils avoient, disent-ils, appris, par le secours des Prêtres Egyptiens, l'explication des Colomnes d'*Hermes*. Cependant il est prouvé, que, même avant *Paracelse*, ces prétendus trois Principes ont été suffisamment connus de *Raymond Lulle* (3), & d'*Isaac Hollande* (4).

Ce triumvirat de Principes métalliques ayant subsisté pendant plusieurs siècles, sans que personne ait osé les révoquer en doute, les Métallurgistes par conséquent, & surtout les Chymistes, étoient char-

més

(1) de *Mysl. Egypt.* l. 1.

(2) l. 17.

(3) vid. *Lullius in Testament.* c. 17.

(4) *Hollandus in Opera vegetab. passim.*



nés de pouvoir sans trop de peine résoudre les problèmes les plus difficiles en Chymie, vû que les parties mercurielles, sulfureuses, & salines étoient d'une si vaste étendue, qu'on les rencontroit aisément dans les mélanges de tous les corps minéraux. Il étoit même téméraire dans ce tems-là, de vouloir combattre une opinion généralement reçue, & approuvée de tous les Chymistes.

Mais vers le milieu du Siecle passé, le Docteur *Joachim Becher*, très habile Chymiste Allemand, muni d'une bonne théorie dans cet Art, & confirmé par des expériences sans nombre, qu'il avoit eu occasion de faire dans le Laboratoire Electoral à *Munich*, ne craignit pas d'attaquer ces fameux principes, après avoir montré leur incongruité. Il paroît raisonner conséquemment dans sa *Physique Souterraine*, lorsqu'il dit : „ Un principe doit être nécessairement une chose simple & „ homogène ; mais les prétendus trois principes, le Sel, le Souffre, „ & le Mercure, sont des corps composés, comme on le peut mon- „ trer à l'instant ; donc, ils ne peuvent pas être les élémens, ou les „ principes métalliques. „ Il montre ensuite par l'analyse chymique que les véritables principes essentiels des corps métalliques & de tous les fossiles en général, n'étoient autre chose que des terres très simples primordiales, dont il n'avoit pû trouver & reconnoître que trois sortes.

La premiere terre, appelée par *Becher vitrifiante*, fournit le plus grand volume d'un métal, & établit pour cela la base d'un corps métallique. L'Auteur y trouve l'union primordiale intime & inséparable de la terre la plus pure avec l'eau, dont le produit est une matiere saline universelle & fusible, qui reste lorsque les deux autres terres, ou principes, sont séparés & chassés par le feu, & qui se trouve enfin vitrifiée par la continuation forcée de cet élément destructeur. Cette terre vitrifiante, ajoute-t-il, est aussi le principe & la base de toutes les pierres, tant précieuses qu'ordinaires, depuis le gravier & le caillou jusqu'au diamant.



La seconde terre, nommée la terre *sulphureuse*, ou onctueuse, par l'Auteur, est ce principe universel qui se joint assez étroitement avec le premier ; & ce n'est autre chose qu'une espece de terre extrêmement déliée, onctueuse, & inflammable, qui à cause de cela, fournit la nourriture au feu, lorsqu'elle est mise dans un mouvement très rapide, & qui en entretient la flamme. On la rencontre dispersée dans les trois régnes de la Nature également, & elle constitue la colle & le lien de tous les corps palpables. Le Souffre minéral ; le Pétrole, la Naphte, le Bitume, les Charbons fossiles, le Suif, le Lard, la Graisse, la Moëlle des Os, le Poix, la Resine, les Charbons du bois, les Huiles de toutes sortes, les Esprits inflammables, &c. en sont pourvus. Toutes ces matieres, lorsque leur humidité superflue est dissipée par le feu, peuvent entrer dans la composition des corps métalliques ; ce qui nous prouve la réduction d'un métal calciné par le feu, ou par les dissolvans ; car nous voyons que ces chaux métalliques, mêlées avec quelques unes de ces matieres inflammables, reprennent leur éclat, & la premiere forme métallique chassée par le feu, & deviennent malléables comme auparavant. C'est ce même principe, selon le sentiment de *Becher*, qui introduit les différentes couleurs que nous rencontrons dans les métaux, aussi bien que dans les pierres précieuses qui sont seulement composées de ces deux premieres sortes de terres.

La troisième terre, ou le dernier principe métallique, selon l'hypothese de notre Auteur, est une terre simple, fluide, mercurielle, uniquement destinée pour les métaux, qui leur donne l'éclat, la malléabilité, ou l'extension sous le marteau. Il tâche de prouver, que cette terre mercurielle, nonobstant sa volatilité, se joint essentiellement à la premiere terre vitrifiante, à laquelle elle reste inséparablement attachée, même dans le feu le plus violent ; & c'est pour cette raison, qu'aucune expérience jusqu'icy n'a réussi à les montrer séparément. La calcination des métaux nous confirme aussi cette union étroite car ces deux terres restent ensemble dans la chaux, laquelle

re-



reprend sa premiere forme métallique par la restitution seule de la seconde terre sulfureuse & inflammable, que le feu avoit dissipée durant cette calcination.

Cette démonstration solide de ces trois principes métalliques, que *Becher* avoit entreprise, ne manqua point de lui attirer des partisans & des Commentateurs ; mais personne les a mieux soutenus & prouvés, surtout le second principe, que feu *M. Stahl*, par une infinité de nouvelles expériences aussi solides que curieuses, comme il paroît par ses différens Traités chymiques qui en sont remplis ; & quand même en pourroit former encore quelques objections problématiques, que cette théorie ne sçauroit tout à fait résoudre, comme quelques Chymistes le prétendent, il faut se contenter de la prérogative qu'elle a obtenu de droit jusqu'icy sur toutes les autres hypotheses, que la raison & l'expérience refusent de soutenir. C'est aussi par cette raison, que je n'ai pas balancé beaucoup, si je devois adopter dans ma recherche les principes, que *Becher* a si bien établi par l'expérience, quoique je ne saurois penser tout à fait comme lui sur l'origine & sur la conjonction de ces mêmes principes, pour en former un métal ; ce que je ferai voir dans la suite, quand j'aurai proposé premièrement quelques instructions nécessaires & réfléchies sur la nature & sur la situation du terrain dans lequel nous rencontrons les veines métalliques.

Tout le monde sçait, que ces veines métalliques, ou mines, se trouvent seulement dans les endroits de nôtre Globe où le terrain s'élève en une longue suite de montagnes. Cette chaîne de montagnes suppose toujours pour son soutien une base de pierres rudes, ou un roc. Tant que ce roc est sauvage, c'est à dire, qu'il étend sa cohésion ferme & solide par le centre & par la circonference de la montagne ; (ce que les Mineurs Allemands appellent *wildes Gestein*,) il n'y a guères d'apparence, qu'on découvre si-tôt quelques *filons*, ou veines métalliques ; mais d'abord que les Mineurs rencontrent quelques crévasses, ou



fentes dans le roc, que les Allemands nomment *Kluffte*, ils ne doutent plus de decouvrir bientôt des filons, *Ertzgänge*. Mais avant que d'examiner l'intérieur des montagnes qui fournissent des mines, il faut dire quelque chose en passant de leur situation.

Les Physiciens Métallurgistes ont remarqué, que la situation la plus propre pour la génération des métaux est lorsque la chaîne des montagnes s'élève petit à petit, & prend son étendue vers le Sud-Est, & y ayant atteint sa plus grande élévation, s'aplanit dans cette direction, & descend insensiblement vers le Nord-Ouest; ce qui procure cet avantage, que la chaleur du Midi devient plus tempérée par la position oblique des montagnes vers le Sud, & que l'air & les vents humides de Sud-Ouest & de Nord-Ouest peuvent garantir ces magasins des Minéraux contre la trop grande sécheresse, qui paroît causer la stérilité dans la plupart des montgnes, dont la chaîne s'étend directement vers le Midi, comme les Alpes, &c. On a remarqué encore que les rivières qui suivent la direction de ces chaînes dans les vallons voisins, contribuent aussi quelque chose à la fertilité des mines par leurs exhalaisons continues qui se condensent sur le sommet des montagnes, & constituent cette humidité vaporeuse, ou ce brouillard qui environne ledit sommet, & s'échape dans le terrain par une espèce d'*imbibition*, que les Mineurs Allemands appellent *einwoitern*. Outre cela, lorsque les petites sources, qui suintent par-ci par-là au pied des montagnes, charrient quelques minéraux sous la forme d'Ocre, de Vitriol, &c. ou qu'ils déposent de petites paillettes luisantes métalliques dans le sable, tout cela montre, que les eaux de la source ont lavé ou entraîné quelques molécules d'un filon caché dans le creux de la montagne. Les autres indices qui se font appercevoir à la surface de la terre, & dont les Mineurs font quelques cas, comme un terrain fertile qui produit des herbes & des arbrisseaux d'une bonne & prompte végétation, qui pousse des vapeurs rares & délicées, qui en hyver fondent bien vite la neige qui y tombe, pendant que les environs en restent couverts, &c. font



sont quelquefois bien trompeurs, & d'un faux pronostic; excepté certaine humidité dont le gazon est arrosé, que quelques endroits gardent presque toujours, comme des marques assez certaines & presque infaillibles de quelques crevasses, ou fentes, (*Kluffte*) que le roc a formé au dessous de ces endroits, & qui en aboutissant vers la surface de la terre exhalent une humidité plus abondante, que l'air, & la chaleur même, ne sauroient dessécher.

Après cette digression nécessaire touchant la situation extérieure de ces montagnes, qui promettent quelque fertilité minérale, il faut maintenant y entrer pour considérer de plus près ce Laboratoire naturel, où la Nature travaille en cachette à produire de si précieux trésors. C'est à l'ordinaire un roc sauvage, d'une étendue quelquefois presque sans bornes, qui se montre fendu & entr'ouvert pour y recevoir cette humidité spermatique minérale, que la Nature convertit, par des moyens bien différens, en diverses sortes de métaux quelquefois, en métaux minéralisés à l'ordinaire, & en de simples minéraux. Je ne prétends pas m'arrêter ici sur l'origine de ces Crevasses, (*Kluffte*,) si elles sont l'ouvrage de cette main formatrice de l'Univers dans l'instant de la production de nôtre Globe, ou si ces fentes sont l'effet de quelques secousses extraordinaires causées par des tremblemens de terre dans la suite, comme quelques Sçavans modernes le soupçonnent? Je juge seulement nécessaire de remarquer ici en passant, que sans l'existence & la formation de ces rochers creux, la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impossible, pour des raisons que nous alléguerons ci-après. On les rencontre en Amérique, (selon le rapport d'*Alphonso Barba*,) aussi bien qu'en Europe; les Mineurs Espagnols les appellent *Caxas*, *chambres*, ou *boîtes* entre les rochers, dans lesquels les filons, ou les veines métalliques, se forment. Les Mineurs Allemands les distinguent selon leur capacité, leur forme & leur étendue; celles qui ont le plus de capacité & d'étendue gardent le nom de fentes, ou de *Kluffte*; les autres qui en ont moins,



étant d'ailleurs assez étroites, sont appelées *Trummer* ; & celles qui sont entrecoupées par un roc sauvage, ou par quelques terres stériles, ou bien par quelques anciens décombres, sont nommées *Flötze*.

Mais ces fentes des rochers, ou ces *Kluffte*, sont tapissées à l'ordinaire, ou couvertes en dedans d'une terre blanche reluisante fusible, que les Mineurs Allemands appellent *Quartz*, ou bien *Spath*, lorsque cette terre est plus pesante, mais mollasse, & feuilletée à peu près comme le talc. Elle est enveloppée en dehors vers le roc d'une espece de limon, qui paroît fournir la nourriture à ces terres *quartzeuses* ou *spatheuses* ; les Mineurs le nomment *Bestieg*. Ces deux enveloppes sont comme la gaine, ou l'étui d'un filon ; & lorsque les Mineurs rencontrent une fente munie de ces sortes de fournitures, ils disent : nous avons trouvé la veine minérale, ou le filon, (*den Gang*). Nous verrons dans la suite par quels moyens cette gaine se remplit de la matiere minérale, ou de la mine, pour constituer un filon, ou une veine métallique complete.

L'Expérience a encore appris aux Mineurs, que le profit qu'ils doivent attendre de leurs travaux, dépend principalement de la route, ou de la direction, que les filons prennent sous terre. (*) *Alphonso Barba* a remarqué, que les quatre principales veines métalliques à *Potosi* suivent la direction du Nord au Sud du côté de la montagne qui regarde le Nord, & la seconde mine de *Peru* à *Oruro*, la rivale de *Potosi* pour la richesse, va du Sud au Nord du côté de la montagne qui regarde le Sud. Les Mineurs Allemands, pour déterminer ces directions au plus juste, tant par rapport aux quatre plages du Monde, que pour trouver la direction exacte entre les lignes horizontales & perpendiculaires, se servent d'une petite boussole, dont la periphérie horizontale, que la pointe de l'aiguille aimantée parcourt, est divisée en deux fois douze degrés, à commencer du Nord vers la droite ; ce qu'ils appellent les heures de la Boussole, (*die Stunden des Compasses*), &

(*) *Traité de Métallurgie*, liv. 1. c. 17.



& les directions des filons, les heures des filons, (*die Stunden des Ganges*,) &c. desorte que la direction d'un filon est indiquée par le degré, ou par l'heure sur la boussole. Le Mineur Geometre, (*der Marckscheider*,) détermine aussi par là les limites qu'on a assignées à une Compagnie d'Exploiteurs, &c. On a pratiqué aussi un quart de cercle sur quelques unes de ces boussoles, pour déterminer la direction d'un filon entre la ligne horizontale & la perpendiculaire : plus cette direction approche de la dernière, plus contents sont les Mineurs, étant assurés, que le filon, comme ils s'expriment, va s'annoblir, (*der Gang veredelt sich*;) ils disent aussi, le filon tourne vers la profondeur, (*der Gang senkt in die Teuffe*.)

Après avoir indiqué en peu de mots l'origine & la direction des veines métalliques, ou des filons, & leurs premières enveloppes entre les fentes du roc & le centre de cet espace creux, où la production des corps minéraux s'exécute, il faut remarquer encore, avant que d'aller plus loin dans cette recherche, que ces creux, ou ces fentes dans le roc, qui favorisent la génération & l'accroissement des matières minérales & métalliques, ne sont pas rondes, ou d'une figure cylindrique, comme on pourroit se l'imaginer ; on trouve plutôt ces fentes spacieuses approchantes de la figure carrée & aplatie en quelque façon, pour des raisons que je tâcherai d'expliquer cy-après. La portion supérieure de ce creux du rocher, (supposé que sa direction fasse un plan incliné vers la perpendiculaire de la terre,) est appelée *le toit du filon* par les Mineurs Allemands, (*das Tach des Ganges*,) la portion inférieure est nommée *le pavé*, (*das Sohl-band*.) A droite & à gauche on rencontre à l'ordinaire différentes couches de terre, de limon, ou de pierres, selon que le creux du roc est plus ou moins entr'ouvert. Les enveloppes d'un filon ne sont pas toujours d'une même nature ; car il arrive quelquefois, que la fente du roc a gagné un faux conduit qui mène en dehors, & qui communique avec l'air extérieur, par où la pluie & les vents peuvent s'introduire. Cet accident gêne à l'ordinaire
l'œu-



l'oeuvre de la génération minérale ; & c'est alors qu'on rencontre dans le filon, au lieu d'une enveloppe *quartzueuse*, un limon bourbeux & gâté ; les Mineurs Allemands appellent cela, *un filon pourri*, (*einen faulen Gang.*) A cette occasion on a remarqué aussi, qu'un filon gâté de cette façon, lorsqu'en traversant par hasard un autre filon bien conditionné & riche, s'il se mêle avec celui-cy, il le gâte pareillement dans la fuite par l'altération, & même par la destruction des principes métalliques dont la Nature se sert à produire les métaux. Il arrive aussi quelquefois, que les Mineurs rencontrent les enveloppes d'un filon d'une apparence frappante, parce que tout y est reluisant, surtout le toit, (*das Tach oder das hangende,*) qu'ils trouvent couvert & incrusté d'un beau *Quartz* cristallisé, (*Drusen.*) Mais les Mineurs expérimentés abandonnent bientôt cette apparence trompeuse, sachant par l'expérience, qu'ils n'attrapperont guères le profit qu'ils cherchent ; parceque la production des métaux, comme nous verrons dans la suite, ne se fait dans toutes ces cavernes pierreuses, que par une évaporation continuelle & assez violente, que les Mineurs Allemands appellent *les Tempêtes*, (*die Wetter oder Berg Schwaden,*) dans laquelle les molécules métalliques produites, ou formées, sont portées & agitées dans l'air, jusqu'à ce qu'elles se détachent peu à peu de ce combat ; puis cherchant à se glisser dans les pores de quelques corps voisins du filon, & ne rencontrant que ce cristal trop solide & impénétrable, elles se dissipent & se détruisent les unes les autres, & la matière minérale imparfaite qui en reste, s'attache souvent à la surface de ces cristaux sous la forme d'une poussière emmoncelée, d'une belle couleur jaunâtre, mais qui dans l'essai ne montre qu'un mélange de souffre, d'arsenic, & de fer, sous la forme d'une matière pyriteuse, qu'on nomme en Allemand, (*auf Drusen angesflogener Kies.*) Il est encore à remarquer, qu'on rencontre quelquefois des filons d'une très bonne apparence par rapport à leur direction avantageuse ; on y trouve même les vestiges d'une production minérale fort abondante, mais les matrices stériles qui restent à l'entour, montrent assez que le germe



germe métallique s'est dissipé derechef par une espece d'exhalaison, que les Mineurs Allemands nomment *Auswitterung* ; ils ajoutent alors : nous sommes venus trop tard ; mais nous en trouverons la cause ci-après. Enfin, lorsque toutes les crévasses du rocher sont farcies de la mine, & que ses directions approchent de la perpendiculaire, qu'elles ne sont point traversées par un roc sauvage, ou quelques veines pourries & gâtées ; c'est alors, comme les Mineurs s'expliquent, un filon riche & solide, qui paye bien la dépense aux Intéressés.

Après avoir donné en raccourci la description & le plan de cette voûte souterraine si curieuse, où la Nature travaille & perfectionne les métaux, il faut tâcher de rechercher à présent, les moyens, par lesquels cette mère industrieuse vient à bout de ce grand dessein. Lorsqu'on descend dans ces gouffres, ou dans ces crévasses profondes d'un roc où les Mineurs ont déjà frayé le chemin dans un filon, on remarque au premier regard un suintement d'humidité aux parois du rocher de tous côtés ; l'eau tombe quelquefois goutte à goutte, les Mineurs Allemands nomment cette eau, (*die Tage-Wasser*,) *les eaux du jour*, parce qu'elles entrent de dehors ; & pour les distinguer aussi d'une autre espece d'eau qui monte des entrailles de la terre, & que les Mineurs appellent, (*die Grund-Wasser*,) *les eaux de la profondeur*, ou de l'abyss. Elles empêchent considérablement ceux qui y travaillent, lorsqu'ils viennent à certaine profondeur. On les fait écouler par les Galeries, que les Allemands appellent *Stollen*, qui sont des conduits qu'on creuse horizontalement au pied des montagnes dans les vallons voisins, jusqu'à ce qu'on rencontre le filon où les Mineurs travaillent ; de sorte que les galeries en question forment quasi un angle droit avec les puits, nommés *Schachte* en Allemand, par où l'on descend jusqu'au filon. S'il arrive que l'ouvrage dans le filon soit poussé au dessous du niveau du vallon, & par conséquent au dessous de la galerie qu'on a pratiquée, on est obligé de monter les eaux dans la galerie par des pompes qu'on fait mouvoir, à l'aide d'un moulin, s'il



y a une riviere qui coule dans le voisinage, ou bien par des chevaux, &c.

Outre les eaux dont je viens de parler, les Mineurs sont incommodés, surtout dans les filons profonds & éloignés des puits, d'exhalaisons minérales bien fortes, & quelquefois presque étouffantes, qui deviennent intolérables lorsqu'elles sont agitées par un air condensé & mis en mouvement; circonstance qui n'arrive que trop souvent, surtout dans les saisons où l'air pesant extérieur empêche la sortie des exhalaisons, de sorte que les Mineurs sont forcés de se retirer à l'instant pour éviter une mort subite par la suffocation. Mais toutes dangereuses que puissent être ces exhalaisons minérales, elles sont pourtant absolument nécessaires à la production des métaux; car les crévasses des rochers, où l'on ne les rencontre point, sont ordinairement stériles, comme sont celles, dont les directions approchent de la ligne horizontale, & qui percent facilement au jour; ce que les Mineurs Allemands expriment en disant : *die Klüffte gehen zu Tage aus*, dans lesquelles il n'y a pas le moindre vestige d'une production minérale, ou métallique.

La marque la plus sûre que les vapeurs exhalantes portent les molécules, ou atomes minérales suspendues dans l'air, & qu'elles les appliquent partout aux parois des crévasses du roc, c'est sans doute cette incrustation successive, que nous voyons arriver dans toute la périphérie de ce creux du rocher, jusqu'à ce que toute sa capacité en soit remplie, & le filon solidement formé; ce qui est confirmé encore par les utensiles, ou instrumens, que les Mineurs oublient quelquefois dans les puits, ou galeries abandonnées, (*in verlassenen Schacht und Stollen*,) & qu'on retrouve ensuite tout couverts & incrustés de la mine plusieurs années après.

Pour éclaircir d'avantage ce que je viens d'avancer, il faut remarquer qu'on ne rencontre dans les filons que des métaux minéralisés, & qu'il est fort rare d'en trouver de tout purs, ce qui arrive
pour-



pourtant quelquefois avec l'argent & le cuivre natifs, lesquels on rencontre de tems en tems, surtout dans les Mines de Saxe & de Norwege, en forme de fils entortillés, ou en paillettes très minces attachées aux pierres fort dures, comme le *Quartz cryſtalliſé*, nommé *Drüſen*, & certaines fortes de marbre, ou pierres à fuſil, que nos Mineurs appellent *Hornſtein*. La dépuracion, ou l'affinage de ces métaux minéraliſés, tels qu'on les tire ordinairement de la mine, nous montre à l'œil l'abondance de ces exhalaifons minérales ſi nuifiſibles dont j'ai parlé, & que le feu chaſſe dans cette dépuracion ſous la forme d'une fumée épaiſſe très incommode, laquelle ſe montre ſous un double maſque ; une partie en ſe dépouillant nous offre le Soufre commun, l'autre, l'Aſſenic, tous deux fideles compagnons de tous les métaux minéraliſés & des demi-métaux, dont je vais tâcher de développer les parties eſſentielles ſi néceſſaires à la génération des métaux.

J'ai décrit en détail juſqu'ici ces endroits ſouterrains où la Nature, quoiqu'enveloppée des plus épaifſes ténèbres, acheve ſes plus nobles & ſes plus précieufes productions ; j'ai fait voir que les métaux ne croiſſent pas dans l'intérieur de la terre par hazard & ſans ordre, comme on ſ'imagiſe que le Sable ou les pierres ſe produiſent. Au contraire, on en rencontre des marques éclatantes déjà au deſſus de la terre ; une chaîne de montagnes d'une direction requiſe, ſoutenuë de rochers d'une profondeur indéterminable, forme l'extérieur de cet atelier admirable, & fait voir, que ce n'eſt pas ici le hazard qui a creuſé les rochers pour en faire la baſe & la voûte d'un filon, ou d'une veine métallique. Auſſi n'ai-je pas oublié d'indiquer, que ce creux, ou cette fente du roc, qui fournit une veine métallique abondante, incline toujours, ou pouſſe ſa direction vers la perpendiculaire de la terre, & que les Mineurs ayant découvert un filon, à meſure qu'ils y détachent la mine, & avancent par conſéquent en profondeur, ſ'apperçoivent d'un ſuintement perpétuel, d'une humidité qui perce & coule d'en haut, auſſi bien que des vapeurs qui ſe ſoulevent d'en-bas, & qu'ils



rencontrent une température d'air toujours plus chaude & plus mobile, lorsqu'ils avancent en profondeur ; ce qui cause quelquefois des exhalaisons si abondantes & si nuisibles à la respiration, que les Mineurs se trouvent forcés de se retirer au plus vite vers les Puits, ou vers la Gallerie, pour éviter la suffocation, que les parties sulfureuses & arsenicales, suspendues dans cette humidité dissoute & poussée par la chaleur, leur causeroit à l'instant. A l'occasion de cela, j'ai remarqué, que le Soufre & l'Arsenic se trouvoient généralement dans toutes les mines, & nous donnoient les métaux minéralisés. J'ai indiqué enfin les parties constituantes de ces deux corps en général ; il me reste à présent de les examiner en détail pour développer leur action & ce qu'ils peuvent contribuer à la génération des mines.

J'ai dit aussi, que les Philosophes Chymistes n'admettoient que le Soufre & le Mercure pour premiers principes des métaux, auxquels quelques uns des plus modernes ajoutaient encore le Sel comme un troisième principe ; mais on rencontre bien des difficultés à établir cette dualité, ou même cette trinité métallique. Car si on prend ces trois corps, tels qu'ils sont connus sous ces noms, on découvre aisément par l'examen chymique, qu'ils sont des composés, & qu'ils ne peuvent par conséquent passer pour principes, lesquels doivent être simples, homogènes, & inaltérables. D'ailleurs, on n'a jamais pu venir à bout de montrer séparément ces trois principes par l'analyse chymique, même la plus scrupuleuse, d'un corps métallique quelconque. La plupart des Chymistes prétendus adeptes, ayant remarqué cette difficulté insurmontable, se sont contentés de nous persuader que tout corps métallique étoit au commencement un Vif-argent, coagulé dans la suite par son Soufre approprié ; & selon la qualité plus ou moins pure & du Vif-argent & du Soufre, & selon le degré de la décoction dans le sein de la terre, les métaux gagnaient les degrés de leur plus grande ou de leur moindre perfection, &c. Mais ces raisonnemens destitués d'expériences, sentent plutôt le Cabinet que le Laboratoire de ces prétendus Philosophes Chymistes.

Be-



Becher, que j'ai déjà cité, encouragé par les promesses de ces Chymistes Adeptes, tâchant aussi de produire & de perfectionner les métaux dessus la terre, à l'imitation de la Nature qui s'occupe à les former dans le sein de notre globe, s'aperçut bientôt par le fil des expériences sans nombre qu'il fit dans cette vue, que les vrais principes des métaux n'étoient autre chose qu'une matière terrestre, composée de trois différentes sortes de terres, extrêmement déliées & simples, qui restoient unies sous la forme métallique après la purification & le raffinement de toutes les mines, ou veines métalliques, & que la différence des métaux séparés de la mine, consistoit principalement dans la différente proportion de ces trois terres, dans leur pureté, & dans le degré de leur digestion. J'ai déjà dit qu'il appelle la première de ces terres la *saline* ou la *vitriifiante*, la seconde la *terre grasse* ou *sulphureuse*, la troisième la *terre fluidifiante*, ou *mercurielle*. Et quoique la Chymie métallurgique refuse la séparation exacte de ces trois terres, ou principes constituants des métaux, ce grand Chymiste tâcha de les prouver par des raisonnemens, aussi bien que par des expériences incontestables exposées dans sa *Physica subterranea*. La restriction de la composition métallique se prouve, dit-il, par la calcination que la plupart des métaux souffrent dans le feu, ou dans les acides dissolvans, après quoi ils deviennent tout à fait méconnoissables ; car ils se montrent sous la forme d'une terre pesante, sablonneuse, discontinuée, qui refuse la fusion dans le feu, & par conséquent l'extension sous le marteau. La vitrification que ces Cendres, ou Chaux métalliques, souffrent dans un degré de feu proportionné à cette opération, a fortifié notre *Becher* dans son hypothèse de la présence de la première terre vitriifiante, qu'il suppose être la base de tout corps métallique, & en quelque façon la matrice, & le réservoir, des deux autres terres. Il la découvre principalement dans cette pierre blanchâtre reluisante, fclénitique, fusible, qu'on rencontre autour des riches filons, tapissant quasi les crévasses du roc, ou du moins elle se trouve entremêlée dans ses couches : nos Mineurs la nomment le *Quartz*. Mais



ce n'est pas dans cette pierre seule, que cette terre vitrifiante réside ; notre Auteur l'a trouvée dans toutes sortes de terres alcalines, même dans celle qui fournit la base au sel alcali des végétaux.

Le second Principe métallique de *Becher* est la terre grasse, onctueuse, & sulphureuse, laquelle étant plus humide, à ce qu'il dit, que la précédente, elle en corrige la siccité, & fournit en général la teinture & la couleur aux métaux. On la rencontre dans plusieurs corps & matériaux que la terre renferme ; lorsqu'elle s'unit avec l'acide universel, elle constitue le Soufre commun. On la trouve quelquefois, dit *Becher*, sous le masque d'une matière visqueuse, onctueuse, attachée aux parois des crévasses du roc, & cela arrive lorsqu'elle ne rencontre point sa matrice, ou la première terre ; nos Mineurs l'appellent alors, *die Berg-Guhr*, ou le ferment minéral. Il ajoute, que c'est par manière d'évaporation, que cette matière se détache & remplit quelquefois les filons d'une fumée épaisse, que les Mineurs nomment *die Schwaden*, d'où procède la source de la chaleur que nous sentons partout dans les puits & filons profonds. Outre ces réceptacles de la seconde terre minérale, notre Auteur la trouve aussi dans le Soufre minéral & dans le Salpêtre ; il remarque encore une grande analogie entre ce second principe métallique & les matières grasses, onctueuses, & huileuses, des animaux & des végétaux.

Le troisième & dernier principe métallique de *Becher*, est la terre fluidifiante, ou mercurielle, la plus essentielle qui entre dans la composition des métaux, leur accordant la forme métallique : car, comme les deux premières terres entrent également dans la composition des pierres précieuses, cette dernière, ajoutée pendant la formation des mines, les convertit en métaux. Notre Auteur lui attribue en particulier la malléabilité, ou l'extension sous le marteau, en quoi il paroit se tromper, en quelque façon, comme nous le verrons après. Il lui accorde encore un grand degré de volatilité & de pénétrabilité, à cause qu'elle transforme, dit-il, les deux premières terres dans la nature



nure métallique. Cent livres de certaine matiere, que nôtre Auteur ne nomme pas, lui ont fourni seulement quelque peu d'onces de cette terre mercurielle. Le Vif-argent en contenoit quelque portion, le reste de ce corps mobile est, selon lui, un métal rendu fluide par la pénétrabilité de cette terre. C'est pour cela qu'il tâche de nous persuader, que ce principe exalté dans sa plus grande pénétrabilité, n'étoit autre chose que le fameux *Alcahest* de *Paracelse* & de *Helmont*. On rencontre, ajoute-t-il encore, ce principe mercuriel masqué sous la forme d'une eau exhalante, ou d'une vapeur qui s'attache aux parois des filons, représentant alors des filamens fort deliés, comme l'efflorescence du Salpêtre natif sur le murailles, & reluisans d'un éclat de Perles. Mais on n'a pas besoin, avertit nôtre Auteur, de le chercher si loin, puisque toute la vaste étendue de l'Océan en est remplie; & c'est ce qui constituë la terre de laquelle le Sel marin prend son existence.

Tel est à peu de chose près le précis de la théorie de *Becher* sur la génération des métaux, qu'il a tâché de prouver aussi par l'expérience. Il en fournit plusieurs essais dans ses Ecrits; il y declare entr'autres choses, qu'en mêlant les trois terres en question, qu'il avoit tirées du Sel alcali, du Nitre, ou du Souffre & du Sel marin, & les ayant artistement traitées dans le feu, il en avoit tiré une véritable métalléité, c'est à dire, un vray corps métallique. Il faut se souvenir à cette occasion, que notre Auteur a avancé dans sa théorie susdite, que la premiere terre métallique se trouvoit également dans le Sel alcali, la seconde dans le Souffre & dans le Nitre, & la troisième dans le Sel marin. Il a trouvé aussi, que l'acide ou l'huile de Vitriol contenoit la terre vitrifiante, l'esprit de Nitre, la terre phlogistique ou sulfureuse, & l'esprit de Sel la terre mercurielle. D'ailleurs sa grande découverte de produire un véritable fer du limon ou de la terre grasse jaunâtre, moyennant l'huile de lin, confirme plusieurs autres de ses expériences.



Il s'agit à cette heure d'examiner attentivement la théorie de *Becher*, pour voir si elle est suffisante & démonstrative par rapport à la production naturelle des métaux dans les mines. Pour être assuré de cecy, il ne faut pas se rebuter de descendre sous terre, d'examiner de près, jusqu'aux moindres circonstances, cet atelier sombre entre des rocs escarpés, où la Nature travaille la mine ; assurés que cette mère bienfaisante ne nous refusera pas entièrement la contemplation de ses opérations mystérieuses. La première chose qui mérite nôtre attention en descendant par le puits est cette crévasse, ou fente dans le roc, par laquelle le filon s'étend, & dont j'ai déjà donné la description. Je suppose ici un filon parfait, qui remplit la crévasse du roc, laquelle pousse sa direction vers la perpendiculaire de la terre. On y remarque d'abord les envelopes du filon, que le toit & le pavé du Roc, (*das Tach oder das hangende und das Sohlband des Ganges,*) soutiennent. C'est dans un filon riche qu'on découvre à l'ordinaire une espèce de pierre blanchâtre reluisante, fusible, appelée le *Quartz* par nos Mineurs, qui est soutenuë du côté du roc d'une espèce de limon molasse, que les Mineurs nomment *Besteig*, qui sert de matrice au *Quartz*, comme celui-ci fournit la matrice au filon. Le *Spath* qu'on y rencontre souvent, est plus pesant, & plus mou, mais plus difficile à fondre, & par conséquent plus nuisible aux filons, que le *Quartz*, & son intérieur placé par couches ressemble presque au *Talc*. Ensuite on y remarque partout une humidité qui suinte par les pores du rocher, surtout entre le toit & le pavé, à droite & à gauche, où le rocher est entr'ouvert, & permet le voisinage à plusieurs autres sortes de terres fablonneuses, pierreuses, grasses, ou limonneuses, &c. fort nuisibles souvent à la formation des mines. A mesure que les Ouvriers exploitent, ou retirent la mine brisée du filon, & qu'ils avancent en profondeur, l'air qui les environne devient plus chaud, & un amas d'eau qu'ils rencontrent à certaine profondeur, & qu'ils rachent alors d'élever par les pompes, & de faire écouler par les Galleries, (*Stollen*), commence à évaporer par la chaleur, & fait sentir par l'odorat & par la

la

la respiration plus ou moins embarrassée son origine sulfureuse & arsenicale ; surtout lorsque ces exhalaisons sont trop émuës par l'expansion élastique de l'air , & qu'elles ne trouvent pas une sortie suffisante par les puits , ou par la Galerie trop éloignée quelquefois des endroits où l'on travaille. Les Mineurs qui les évitent soigneusement, les nomment (*die böse Wetter*) les tempêtes. Aussi est-il à remarquer icy, que les eaux qu'on rencontre dans les filons, ont une double origine ; une partie leur vient de dehors, & une autre partie qui est la plus abondante paroît remonter des entrailles de la terre. Nous verrons cy-après de quelle manière ces eaux donnent l'existence à cette évaporation sulfureuse & arsenicale, laquelle, quoique dangereuse aux Mineurs, est absolument nécessaire à la formation des mines. Je n'ose pas toucher icy les différences accidentelles que les filons nous offrent ; comment, par exemple, il peut arriver que les filons se trouvent entrecoupés, quelquefois à certaines distances, qu'ils se croisent ou traversent, qu'ils se perdent souvent, & qu'ils se réunissent ensuite de nouveau ; quelle est l'origine de ces petits trous, ou fentes dans les rochers, remplis de la mine, quoique détachés des filons, que nos Mineurs appellent *Nester*, *Schmeer-Kluffte*, &c. Tout cela me meneroit trop loin ; aussi n'ai-je pas d'autre but à présent, que de montrer la production des métaux dans un filon parfait, qui ne souffre pas ces défauts accidentels.

La chose la plus intéressante qui nous reste à bien examiner dans la suite de cette recherche, c'est le filon même que les Mineurs exploitent, & la mine qu'ils arrachent par le moyen de différens outils, pour être tirée hors des puits. On sçait qu'on ne rencontre pas icy des métaux tout purs, & tels que l'ouvrier les demande pour faire les différens ouvrages que la nécessité économique, ou le luxe, requièrent. On n'ignore pas non plus qu'il faut bien du travail encore pour les purifier, & pour les faire passer pour des métaux parfaits. C'est pour cette raison, que dans l'état où l'on les détache du filon, on les nomme *Mines*, c'est

à dire, *métaux minéralisés*. Ainsi les differens filons nous fournissent des mines de fer, des mines de cuivre, des mines d'étain, de plomb, d'argent; & il arrive fort souvent, que deux ou trois métaux sont contenus dans la même mine, par exemple, le plomb, le cuivre & l'argent. J'en ai dans ma collection, où il y a de l'or, de l'argent, du fer, & du vis argent, étroitement unis dans la même masse minérale. Il y en a aussi, où les métaux sont mêlés avec les demi-métaux, par exemple, avec l'Antimoine, avec le Bismuth, ou avec le Zinc, &c. Mais comme ces mélanges se rencontrent dans une même espèce métallique, cela ne paroît pas si extraordinaire, que quand on voit une liaison étroite des métaux avec des corps heterogenes & étrangers, qui paroissent trop éloignés de la Nature métallique, comme avec le roc sauvage, ou avec tant de differentes sortes de pierres, de gravier, de sable, ou avec les terres grasses, comme l'argile, le limon, &c. ou même avec les charbons fossiles, dont il y en a dans ma collection qui montrent l'argent natif. Cependant tous ces corps ne doivent pas être regardés tout à fait comme étrangers ici, & comme des impuretés qui empêchent la génération des métaux; nous verrons au contraire dans la suite qu'ils sont pour la plupart même nécessaires pour cette fin, & que la Nature s'en sert, comme de matrices, au défaut d'autres plus habiles à cette production minérale; ce que *Mr. Lehmann*, cet habile & savant Métallurgiste, a si bien montré dans son *Traité Allemand, des matrices métalliques*. Il n'y a pourtant que quelques uns de ces corps seulement, qui entrent comme parties essentielles dans les métaux; les autres s'y trouvent par hazard, & les molecules métalliques s'y attachent dans l'acte de leur génération.

Mais outre ces corps, en quelque maniere étrangers, dont je viens de parler, & que l'on trouve mêlés par-ci par-là avec les mines métalliques, il y en a encore deux qu'on y rencontre toujours, & qui méritent pour cela toute nôtre attention. Ce sont le Soufre & l'Ar-senic; & on peut dire hardiment, qu'on ne trouve jamais un minéral sous



sous terre, quel qu'il puisse être, qui ne montre dans l'essai métallurgique, ou chymique, l'alliage du Soufre ou de l'Arsefic, & le plus souvent de tous les deux à la fois. On les chasse ordinairement par le rôissage, parce qu'ils empêchent la fusion des métaux & leur purification ultérieure. Mais, quoique les Mineurs regardent le Soufre & l'Arsefic comme leurs ennemis redoutables, les Physiciens au contraire les doivent regarder sous un autre point de vuë ; ils doivent soupçonner, par cet attachement indispensable du Soufre & de l'Arsefic aux mines métalliques, qu'ils ont quelque chose d'essentiel & nécessaire à leur génération ; d'autant plus que la Nature, choisissant toujours le chemin de l'épargne, ne reçoit point de superflu dans ses productions. Cette circonstance bien pëlée, nous doit mener à la considération ultérieure de ces deux corps. On sçait par les Expériences chymiques, & personne n'en doute plus, que le soufre minéral est un composé de l'acide vitriolique & d'une matiere inflammable quelconque ; & cet acide tire son origine probablement de cet acide universel que nous rencontrons dans l'air de notre Atmosphere. La preuve en est, le changement du Sel alcali des végétaux en Sel moyen par l'atouchement simple de l'air pendant quelque tems, qui fait le même effet que si on avoit employé l'acide vitriolique à la production dudit Sel. J'ai recherché plus loin encore l'origine de cet acide universel ; j'en ai trouvé des vestiges dans l'eau simple élémentaire la plus pure qu'on puisse préparer, par la distillation d'un alembic de verre au bain-Marie de l'eau de fontaine ; laquelle j'ai versé aussi-tôt dans une phiole de verre, scellée comme il faut, & même hermétiquement ; je l'ai exposée ensuite au Soleil pendant l'été, j'ai remarqué qu'elle se troubloit successivement, & montrait à la surface intérieure de la phiole & dans son fonds une moisissure mince, verdâtre, laquelle séparée soigneusement du reste de l'eau, & distillée par une cornue de verre, dévelopoit les marques de l'acide universel en question, & aussi en même tems les vestiges d'une matiere inflammable sous la forme d'une huile rougeâtre. Mais, comme il ne pouvoit rien entrer, ni se mêler



avec l'eau si étroitement enfermée dans la phiole, que les rayons du Soleil qui la traverserent pendant son exposition auxdits rayons, je ne me tromperai pas beaucoup, si j'en tire cette conséquence; que le Soleil est le principal moteur de ce changement dans l'eau, & qu'il pourra pareillement opérer la même chose dans cette eau dissoute, étenduë, & suspenduë en nuages dans notre vaste Atmosphere, pour la génération de l'acide dont il s'agit ici. Je n'ose pousser plus loin mes recherches sur la nature de cette production cachée, sachant que les rayons lumineux solaires, en traversant nos Alembics & vaisseaux de verre, n'attendent, ni ne permettent pas une analyse chymique. Cependant je ne dois pas omettre ici une Expérience, qui me paroît confirmer davantage, que cet acide universel de notre Atmosphere ne differe en rien de l'acide minéral, communément appelé vitriolique, puisque par le moyen du premier on peut produire un véritable Soufre minéral, sans aucun corps, ou ingrédient d'origine minérale, ou fossile. On prend pour cet effet ce Sel moyen que l'atouchement de l'air a produit dans un alcali pur, tiré des cendres végétales, après l'avoir séparé du reste de l'alcali, & purifié par la cristallisation; on le met en poudre très fine, & on y ajoute une quinzième partie, ou environ, de poudre de charbons de bois. Après un mélange exact, on fait passer cette composition par reprise dans un creuset rougi au feu, & lorsque tout est fondu dans le degré de feu qu'il faut, on en obtient une masse saline, d'un rouge foncé, laquelle étant pulvérisée pendant qu'elle est encore chaude, on la dissout dans une quantité suffisante d'eau commune; & lorsqu'on verse dans cette solution un peu de vinaigre par reprise, on précipite au fond du vaisseau qui la contient, une poudre blanchâtre, laquelle étant séparée & séchée, nous montre un véritable Soufre, analogue & semblable à celui qu'on tire des mines. Dans cette production, l'acide universel qui avoit converti auparavant l'alcali en sel moyen, quitte dans cette nouvelle opération son sel dans le feu, s'attache à la matiere phlogistique du charbon, & s'unit avec elle sous la forme d'un véritable Soufre minéral;



néral ; tout comme nous voyons, que l'acide du Vitriol s'unir avec les matieres grasses & inflammables pour la production d'un Soufre minéral ordinaire. Outre l'origine du Soufre minéral, cette digression nous apprend la source de cet acide universel, & de la matiere inflammable en général, leur liaison avec l'eau, comme le vehicule qui les fait entrer dans les végétaux, & de ceux-ci dans les animaux, comme aussi un retour par la corruption & par la combustion de ces matieres, dans l'Atmosphere ; & de là son cercle réitéré dans les trois régnes de la Nature. Nous verrons bientôt ce que ces matieres, séparées, ou combinées sous le nom de Soufre minéral, peuvent contribuer à la formation des Mines.

L'Arsenic, ce poison indomtable de tous ceux qui respirent, & qui à cause de cela semble être uniquement produit pour le régime minéral, est associé au Soufre dans ce travail. Son analyse est incomparablement plus difficile à trouver que celle du Soufre. Les Métallurgistes sont obligés, quoique malgré eux, d'apprendre à le connoître, lorsqu'ils le chassent par le rôtissage, ou par la fonte des mines ; & la plupart des Chymistes craignent d'en approcher seulement de loin dans le feu, à cause des ses exhalaisons vénimeuses qui ne permettent guères des antidotes. Mais tout dangereux que puisse être cet ennemi redoutable, les anciens Philosophes Chymistes ont soupçonné une perfection puissante dans le centre de son corps ; c'est pourquoi ils lui ont imposé son nom, qui vient de *ἀσσην* & *νικη*, comme si on disoit *Victoire mâle*, ou *victorieux mâle* ; & je suis bien persuadé par l'Expérience qu'il ne dément point ce titre. Je ne prétends point toucher ici les Expériences que quelques Chymistes, tant anciens que modernes, ont quelquefois entreprises pour approfondir sa composition, lorsqu'il est chassé des mines par le feu, ou même lorsqu'on le trouve encore dans sa mine, principalement dans la *Pyrite arsenicale blanche*, nommée *Weisskies*, ou *Mispickel*, où il est mêlé avec un peu de terre martiale, ou dans l'*orpiment* où il est associé à un peu de Soufre. Je dirai



seulement que les Expériences que j'ai entreprises sur l'Arсениc, sont uniquement faites dans le dessein de découvrir un peu mieux ce qu'il pourroit contribuer à la génération des métaux. Aussi étois-je frappé d'abord en réfléchissant d'un côté, que ce corps, par rapport à son poids spécifique, approchoit déjà de la nature métallique, vu qu'un peu de terre martiale, ou d'une terre alcaline mêlée d'un phlogistique, en produisent dans le feu un régule, ou un demi-métal. D'un autre côté, la solubilité de l'Arсениc dans l'eau me fit comprendre qu'il étoit un corps moyen, qui participoit de la nature métallique & de la saline en même tems. Pour cet effet, j'ai dissous une livre d'Arсениc cristallin dans 15 ou 16 livres d'eau distillée, en les faisant bouillir ensemble dans un pot de terre; il en restoit environ la quatorzième partie qui étoit terrestre, phlogistique, indissoluble, & qui poussée par le feu montroit dans le col de la cornue une poussière noirâtre sans liaison, comme la suie de cheminée. La solution filtrée chaudement, à mesure qu'elle se refroidit, détacha à la surface intérieure du vaisseau de tous côtés de beaux cristaux transparens un peu jaunâtres, quadrangulaires, à peu près comme ceux du Sel marin. Par l'évaporation successive du reste de la solution arsenicale, je gagnay aussi le reste des cristaux; ils montrèrent un phénomène assez particulier, car en les détachant du vaisseau avec un couteau, ils jetterent nombre d'étincelles, même dans une obscurité fort médiocre, & prouverent par là une phosphorescence très curieuse, qui marque la présence du principe phlogistique dans le composé de l'Arсениc. La purification susdite de ce minéral, & sa cristallisation, me mena encore à la recherche de quelques autres expériences assez intéressantes; par exemple, j'ai mis une partie de ces cristaux, séchés dans une petite cornue de verre, laquelle étant placée dans un fourneau de sable, je poussai le feu par degré jusqu'à ce que le fonds de la cornue étoit tout rouge; l'opération finie, je trouvai la plus grande partie de l'Arсениc montée dans le col de ce vaisseau, fort unie & transparente, tirant sur le jaune rougeâtre, mais au dessous il restoit une matière vitrifiée, sous la forme d'une lame blan-



blanche, reluisante & mince, d'un très beau verre transparent, qui ne souffre aucune altération par l'atouchement de l'air dans la suite. Pour peu qu'on fasse réflexion sur ce phénomène, on est convaincu de la présence de la première terre vitrifiante métallique dans l'Arse-
nic. Une autre portion de cette cristallisation arsenicale, fut mêlée avec la moitié de Vif-argent par une trituration convenable ; la sublimation du mélange étant faite dans une cornue de verre, comme auparavant, je trouvai que la plus grande partie du Mercure étoit montée & unie avec l'Arse-
nic, je mêlai derechef ce sublimé avec le reste du Vif-argent, qui s'étoit retiré dans l'extrémité supérieure du col de la cornue, & dans le récipient ; & la sublimation répétée de cette façon, me fournit un véritable sublimé corrosif, comme celui qu'on prépare avec l'acide du sel marin, excepté que sa couleur tire sur le jaune rougeâtre, causée apparemment par la portion phlogistique de l'arsenic prouvée par les Expériences précédentes. Un peu de réflexion sur cette dernière Expérience nous convaincra que la propriété saline de ce minéral approche de celle du sel marin, puisque l'acide de ce sel est le seul qui élève le Vif-argent dans la sublimation, & s'unit avec lui dans un sublimé corrosif. Les autres acides, comme celui du Vitriol, ou du Soufre, & celui du Nitre, n'en font qu'un précipité, qui s'arrête au fond du vaisseau, même dans un grand feu, & lorsque l'extrême degré de cet élément destructeur le force trop, il quitte ses liens acides, & s'élance seul avec bruit dans l'Atmosphère.

Pour ramener à mon but tous ces raisonnemens fondés sur l'expérience, il faut que je montre maintenant l'ordre & la précision dont la Nature se sert pour perfectionner les mines métalliques. J'ai déjà dit que tous les métaux, à l'exception de quelque peu d'argent & de cuivre natifs, que nous tirons des filons, sont minéralisés, ou qu'ils sont des mines, desquelles nous séparons les métaux par cet artifice que nous apprend la Chymie métallurgique. Le rôtissage & la fonte sont les principaux agens de cette séparation ; la première sépare le Sou-
fre



fre & l'Arſenic, la ſeconde rejette la matiere terreſtre ſurabondante ſous la forme de craſſe, ou *Scorie* vitrifiée ; de ſorte que l'art nous montre en raccourci, dans cette ſéparation, les trois matieres principales qui ſervent de matrices & d'ingrédiens à former & à nourrir l'embryon métallique. Il faut voir à cette heure dans quel ordre la Nature avance cette formation & cet accroiſſement. Nous ſavons par l'expérience, que les métaux perdent leur forme métallique dans certain degré de feu proportionné à chaque métal ; il ſe fait alors une ſéparation, avec perte de quelques parties eſſentielles & néceſſaires à la ſubſtance métallique, ſavoir la fuſion & l'extension ſous le marteau ; car il ne reſte qu'une matiere terreſtre peſante, diſcontinué, ou une pouſſiere ſans liaiſon, connuë ſous le nom de chaux métallique. Cette deſtruction de la forme métallique qui arrive aux quatre métaux imparfaits, nous apprend que la baſe des métaux eſt une matiere terreſtre, ou une terre. Mais comme il y a différentes ſortes de terres, ſelon le différent changement qu'elles montrent dans l'analyſe du feu, comme les terres calcaires, gypſeuſes, vitrifiantes, &c. la chaux métallique, qui dans certain degré de feu ſe vitrifie, nous apprend, que la terre métallique eſt du nombre des terres vitrifiantes. Etant donc convaincu qu'une terre vitrifiante conſtituë la baſe des corps métalliques, l'ordre de ma démonſtration demanderoit, je l'avouë, de remonter juſqu'à l'origine de l'exiſtence des terres & des pierres en général ; mais comme cette recherche me meneroit trop loin, & bien au delà des bornes d'une Diſſertation, & que d'ailleurs tant d'habiles Phyſiciens nous en ont fourni leurs expériences démonſtratives, je me contenterai d'ajouter ſeulement, que la terre vitrifiante métallique tire vraisemblablement ſon origine de la même façon que les autres terres & ſubſtances pierreuſes en général ; mais comme cette opération de la Nature demande à l'ordinaire bien des années, & qu'il manque aux Phyſiciens Chymiſtes le tems & la patience d'étendre, à l'imitation de la Nature, leurs opérations ſi loin, la démonſtration par conſéquent de la production des terres & des pierres artificielles eſt très rare, témoin

Glan-



Glauber & Henckel, qui ont produit de beaux cristaux avec des cailloux & de l'urine, après bien du tems & de la patience. Nonobstant cela, il me semble qu'il n'y a que deux voyes par lesquelles cette production se puisse faire, ou par la conversion de certaines molécules d'eau en matieres terrestres, ce que j'ai montré dans un Mémoire précédent (*), & qui arrive aussi à l'eau la plus pure, lorsqu'elle dépose après quelque tems une matiere bourbeuse, ou un limon; ou bien par la voye de solution, moyennant une petite quantité imperceptible d'un dissolvant acide, communiqué à l'eau par l'Atmosphère, ou par les sources de la Mer, & qui se trainant ensuite avec son vehicule par différentes couches de la terre, en dissout quelques molécules, lesquelles sont abandonnées bientôt, lorsque ce dissolvant se trouve émoussé; elles se retirent alors au fond de l'eau, ou s'attachent aux corps voisins, sur lesquels elles coulent, & y constituent un limon, principe de la plupart des pierres & des pétrifications. Et qui est-ce qui empêche que ces voyes ne puissent avoir toutes deux lieu dans cette production de la terre? Au reste je suis sûr que cette terre vitrifiante métallique est la plus pure, la plus simple, & la plus homogene parmi les autres especes, puisque non seulement la Nature s'en sert à la production métallique si noble; mais elle l'emploie aussi à la génération des pierres précieuses, comme nous verrons ci-après. La raison pourquoi je lui attribue cette prérogative préférablement aux autres terres, c'est que la simplicité & la petitesse inconcevable de ses molécules purifiées & préparées aux plus haut degré, devient propre à être portée par les exhalaisons minérales, dans l'air avec les deux autres principes, ou terres métalliques; circonstance très nécessaire à l'acte de la génération des mines: ce que j'exposerai bientôt.

Nous voyons par ce que je viens d'avancer, que les métaux & les pierres précieuses tirent leur existence d'un même principe, qui est cette premiere terre, ou terre vitrifiante de *Becher*. Mais com-

me

(*) Voyez le Tome VI. des *Mémoires de l'Académie*, pag. 65 & suiv.



ne les métaux se distinguent des pierres en général par deux autres propriétés remarquables, il faut que les premiers reçoivent encore quelques autres principes dans leur composition, qui fournissent ces propriétés, qui sont l'extension sous le marteau, & le poids spécifique qui surpasse celui des pierres du double, du triple, & même davantage. La première de ces propriétés leur vient d'une terre, ou matière onctueuse, sulphureuse, minérale, pendant leur formation; ou bien d'une matière onctueuse sèche, qui reste en partie sous la forme de charbon, ou de fuye, après la déflagration des choses résineuses, huileuses, & grasses, des végétaux & des animaux, dans la réduction des chaux, ou verres métalliques. On connoit cette propriété sous le nom de la seconde terre, ou du principe inflammable & phlogistique, mais qui s'échappe dans l'air & abandonne le corps métallique, lorsqu'on entretient trop longtems un degré de feu disproportionné à la perfection : ce qui s'entend des quatre métaux imparfaits, car les parfaits, comme l'or & l'argent, par l'union complète de leur trois principes dans le degré le plus parfait, maintiennent ce principe phlogistique dans le plus grand feu, sous le nom de Soufre fixe métallique, pour le distinguer du premier, qui est ce soufre combustible que le feu chasse des quatre métaux imparfaits, & qui les abandonne sous la forme d'une terre ou poussière pesante, méconnoissable pour ce qu'elle a été, quoique ce défaut se redresse aussi-tôt qu'on rend ce principe inflammable à cette chaux métallique dans le feu, où il rentre de nouveau dans ses pores, restitué la forme métallique, avec l'éclat, la fusion, & la malleabilité; chose d'autant plus frappante, qu'il est indifférent de quel règne de la Nature nous prenions ce principe inflammable pour ressusciter la cendre métallique. Ce principe donc montre l'harmonie de trois, règnes de la Nature, ce qui est aisé à comprendre pour peu qu'on fasse réflexion sur son origine, qui se développe des Météores de notre Atmosphère sous la direction formatrice du Soleil, (ce que j'ai montré auparavant,) & qui se communique ensuite à notre Globe, pour entrer comme principes essentiels, quoique diversement



ment modifiés, dans tous les corps au dessus & au dessous de la terre. Ces mêmes réflexions nous apprennent aussi, que ce principe inflammable est le lien & la colle universelle, qui nous représentent tous les corps en général, tels qu'ils sont; & dès que cette disposition à l'inflammabilité est mise en action, par le mouvement qu'il faut, l'ignition & le feu actuel existe alors, qui dissout cette colle, ou ce lien des corps, & dissipe ce principe inflammable dans l'air vers son origine, d'où il peut retourner & rentrer dans d'autres compositions corporelles. De sorte que tous les corps, auxquels cette action arrive, soit végétaux, animaux, minéraux, ou fossiles, jusques aux pierres les plus compactes, tombent également en poussière, & en cendres, & ne montrent presque aucun vestige de ce qu'ils ont été. *Becher* a été le premier, qui a développé & rangé ce principe, comme composant les métaux sous le nom de seconde terre; mais il s'en faut beaucoup qu'il ait connu toute son étendue, ce que feu *M. Stahl* a mieux exécuté par nombre d'Expériences dans plusieurs de ses Ecrits. Ce même principe phlogistique nous confirme encore l'arrangement inaltérable des molécules métalliques dans le feu, puisque les métaux sont les seuls, qui réduits en cendres, permettent à l'art une restitution entière, ou une résurrection sous la même forme métallique qu'ils avoient avant la combustion, au lieu que tous les autres corps brûlés & calcinés sont détruits sans retour, & éloignés à jamais de toute restitution artificielle.

La seconde de ces propriétés métalliques, qui est la plus essentielle, est ce principe déterminatif, & la seule cause efficiente, qui transforme les deux autres principes dans la nature d'un métal. Cette propriété existe par le troisième principe de *Becher*, qui est sa terre *fluidifiante*, ou mercurielle; elle tire son origine, selon lui, de la terre du Sel commun, ou marin; il ajoute, que le sel marin est un mélange de l'eau, de la terre mercurielle, & de l'arsenicale; le Vif-argent, dit-il, est un métal rendu fluide par cette terre saline fluidifiante, ou plutôt un arsenic fluide; & l'Arsenic est composé d'une terre sulfureu-



se que l'on trouve dans le sel commun, mêlée avec quelque portion métallique, &c. Il seroit à souhaiter, que ces raisonnemens, tirés d'une spéculation assez fatigante, fussent prouvés par des Expériences solides & convaincantes. J'avoue qu'il est très difficile de déterminer au plus juste l'origine du principe mercuriel : on ne peut pas nier sa présence dans les métaux, d'autant plus qu'il spécifie leur existence, & leur accorde le poids spécifique, par lequel ils se distinguent si considérablement de tous les fossiles qui ne sont pas métaux.

Nous voyons encore, que cette terre se joint inséparablement à la première terre vitrifiante, de sorte que le feu le plus violent n'est guères capable de les séparer l'un de l'autre. C'est pour cela que leur union inséparable, même jusqu'à la vitrification, garde toujours cette disposition de recevoir de nouveau le principe inflammable, que la force du feu avoit chassé dans la calcination ; ce que ce principe ne peut pas effectuer dans les autres fossiles calcinés, faute du principe mercuriel qui leur manque. Et cette union si étroite entre la terre vitrifiante & mercurielle, empêche aussi l'analyse exacte de cette dernière, quoique la combinaison intime de l'acide concentré du Sel commun avec les fleurs d'Antimoine, ou du Zinc, me l'ayent montré séparé & presque à découvert. D'ailleurs j'espère pouvoir éclaircir davantage ces difficultés par les Expériences ci-dessus alléguées, & par les phénomènes qui se montrent dans les crévasses, lorsque les filons continuent encore à se former. Cette considération mérite, je crois, l'attention la plus exacte, & la spéculation la plus profonde de tous les Physiciens qui s'occupent à pénétrer la formation des corps.

Nous avons considéré plus haut l'endroit où la Nature travaille les mines métalliques, savoir ces crévasses de Rochers, entre lesquelles les filons se forment ; j'ai remarqué alors, que la direction de ces crévasses, quand elles sont fertiles, approche toujours la perpendiculaire de la terre. Il faut ajouter ici, qu'on ne sçauroit déterminer leur origine dans la profondeur de notre Globe ; on en a en Allemagne,



né, où on descend déjà au delà de 600 *Lachter*, ou perches. Plus on approche de l'origine de ces crévasses, plus elles s'élargissent, à l'imitation du tronc d'un gros arbre, qui développe nombre de branches de tout côté ; ainsi ces crévasses, à mesure qu'elles s'étendent vers la surface de la terre, diminuent en diamètre, de sorte qu'on découvre quelquefois leur creux si mince entre le roc, qu'on les négligerait absolument, si elles n'étoient pas farcies de la mine. La sagesse inconcevable du Tout-Puissant a sans doute ordonné cela dès la formation de notre Globe, vu que le genre humain, dans sa multiplication successive, ne sauroit subsister sans l'usage même du plus vil des métaux, du fer ; c'est pour cela que je ne peux pas m'imaginer qu'il faille que nous ayons recours ici au Déluge, dont le prétendu fracas & renversement des rochers ait laissé par hazard ces creux dans les rocs sauvages, comme quelques uns le soutiennent. Il s'agit donc de prouver, que sans ces crévasses des rochers la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impossible. Je ne suis pas pour cela étonné que l'Écriture, lorsqu'elle détaille la production de toutes choses, ne parle point de la création des métaux, qui ne pouvoient pas encore exister, quoiqu'on ne puisse pas douter que la divine sagesse, n'eut accordé & placé même la disposition & le germe métallique dès la création, aux eaux élémentaires, & surtout à celles de l'abyme ; qui par la chaleur qui cause un mouvement intestin fermentatif, étoient ensuite capables de pousser ces exhalaisons vaporeuses tout le long des crévasses pour commencer la production minérale, que nous montrerons à cette heure avec toutes ses circonstances.

La production des filons par cette évaporation dont je parle, est prouvée sans contredit par l'attachement successif de la mine, surtout de celle qu'on nomme la pyriteuse, *der Kies*, sur le Quartz cristallisé, *Drusen*, qui tapissent souvent le toit du filon, *das hangende des Ganges*. Ces cristaux suspendus librement, ne touchent aucun corps voisin, & leur extrême solidité ne permet pas qu'il s'échape quelque chose au



travers de leurs pores. De plus, l'incrustation de la mine se fait seulement sur les facettes de ces cristaux du côté où le filon descend, *wo der Gang in die Teuffe fent*, & où les vapeurs minérales s'élèvent, pendant que les autres facettes à l'opposite, ne souffrent point ladite incrustation. Aussi arrive-t-il pareille chose au *Stalactite*, où on a vu attachée quelquefois la mine reluisante de plomb, *Bley-Glantz*. D'ailleurs les morceaux d'un roc sauvage détachés par hazard, & même quelques instrumens des Mineurs, perdus dans les filons abandonnés, & qu'on a retrouvés après, incrustés de la mine, prouvent assez ce que je viens d'avancer. La matiere, ou les molecules qui se trouvent envelopées dans ces vapeurs, qui opère l'incrustation en question, ne sont autre chose que la mine métallique elle-même renduë corporelle successivement. Le rôtissage & la fusion nous montrent le métal qu'elle contient, comme aussi la portion du Soufre & de l'Arsenic, dont les métaux sont toujours environnés, excepté le peu d'argent & de cuivre natifs qu'on rencontre quelquefois dans de petits creux des filons détachés. Comme ces deux corps, le Soufre & l'Arsenic, sont des compagnons perpétuels de tout métal minéralisé, & que rous deux, surtout l'Arsenic, tiennent déjà de la nature métallique, & qu'il ne leur manque qu'une fixation ultérieure, on ne se trompera guères de soutenir, qu'ils fournissent les principaux matériaux à la formation des métaux. Examinons à cette heure, si les véritables principes métalliques se trouvent dans ces deux corps. J'ai prouvé déjà auparavant par des Expériences incontestables, que le Soufre minéral tire son origine de l'acide universel & d'une matiere grasse onctueuse, d'un règne quelconque de la Nature. Les Chymistes connoissent cet acide sous le nom de l'acide vitriolique, à cause que le Vitriol leur en fournit le plus pour leur usage. Cet acide a la propriété d'attirer & de s'unir avec les matieres inflammables, qui fournissent la seconde terre métallique. L'Arsenic tire son origine de l'acide du Sel marin, ce qui se prouve par le vis-argent, lequel j'ai converti dans le feu en sublimé corrosif, propriété que le Sel marin possède tout seul à l'exclusion



clution de tout autre acide, quel qu'il soit. Cet acide agissant dans les matieres terrestres alcalines convenables, constitué le principe métallique le plus essentiel, ou la terre mercurielle; & comme l'acide universel, ou vitriolique, tire principalement son existence de l'air, ou de l'Atmosphère au dessus de la terre, dans laquelle il s'enfonce par les Météores, celui-ci prend sa source & s'élève des entrailles de notre Globe pour s'aller joindre avec le premier. La nature & les propriétés de l'acide du Sel marin prouvent assez qu'il tire sa source de l'Océan, & sans avoir besoin de s'imaginer pour cela le centre en forme de voûte de *Becher* au milieu de notre globe, les creux des rochers à profondeur indéterminable peuvent fort aisément, à l'exemple des Salines, y avoir communication. Supposons donc, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, que dans cet amas d'eau, qui s'arrête au bout des crévasses entre le roc, l'acide vitriolique se joigne peu à peu à l'autre acide du Sel marin, contenu déjà dans cette eau, elle deviendra avec le tems plus bourbeuse, les acides imprégnés des matieres grasses, huileuses, & bitumineuses, qu'elles ont reçu en chemin faisant, l'un de l'Atmosphère & de la couche fertile de la terre, l'autre du fonds de la Mer, ne manqueront pas d'exciter successivement un mouvement intestin dans ce mélange bourbeux ou chaotique; & supposons que la chaleur que nous rencontrons dans les filons, soit un effet de ce mouvement, ou qu'elle soit communiquée du centre de la terre, comme quelques Philosophes le prétendent, cette chaleur aidera toujours & procurera la continuation de ce mouvement intrinsèque de différentes matieres comprises dans ce fluide bourbeux, dont l'effet sera, (à l'imitation des matieres fermentantes des végétaux,) un broyement, une subtilisation, & une exaltation de ces molecules infiniment divisées & réunies de nouveau sous d'autres formes, mais différentes de celles qu'elles étoient auparavant; leur extrême petitesse, jointe à ce mouvement que la chaleur dans ces lieux entretient, leur procure la legereté & l'adresse de s'élever en vapeurs, & d'être poussées le long des crévasses du roc, où ces exhalaisons s'épaississent successivement, & se condensent,



descent, y ayant rencontré une matière terrestre, mollassé, blanchâtre, quartzéuse, séparée au commencement d'un limon appelé ici *Befstieg*; elle enduit & tapisse ensuite les crévasses, & sert, en quelque façon, de matrice à ces exhalaisons minérales, auxquelles elle se mêle quelquefois aussi, & leur fournit la base, ou la terre vitrifiante, pour achever le germe, ou l'embryon métallique. Ainsi ces exhalaisons, qui ferment les vrais principes métalliques, selon la théorie que je viens d'exposer, ayant continué par de longues suites d'années de s'attacher aux toits & aux pavés des crévasses, forment successivement les filons, & remplissent tout le creux du rocher. Voilà la source la plus ordinaire des mines, & le chemin le plus naturel pour cette production. Mais il arrive aussi, que ces vapeurs, ou exhalaisons minérales, rencontrent au lieu de la terre mollassé quartzéuse, un roc sauvage, des pierres extrêmement dures, comme le marbre, la pierre à fusil, (*Hornstein*,) le *Spath*, &c. dont les surfaces refusent l'entrée & l'attachement à ces molécules en forme de vapeurs; elles rebondissent, & étant ainsi détournées par des corps étrangers à la nature métallique, elles s'enfoncent dans quelques eaux qu'elles rencontrent à l'ordinaire, ou amassées dans les creux du roc sauvage même, où à côté, proche des ouvertures latérales des crévasses. Ces sortes d'eaux, imprégnées de cette façon, deviennent bourbeuses, s'épaississent avec le tems, se dessèchent à la fin par couches, & se présentent alors, lorsqu'on les découvre, sous la forme d'Ardoise, surchargée d'une riche mine de cuivre, mêlée d'argent, comme celle qu'on tire de nos mines de *Mansfeld*, d'*Ilmenau*, &c. où les empreintes des feuillages, des herbes, des poissons, &c. dans l'Ardoise prouvent son origine fluide & limoneuse.

Poursuivons maintenant ces deux fideles compagnons des métaux dans leurs mines, le Soufre & l'Arsenic. Nous avons trouvé leur source dans l'acide universel, nommé ici vitriolique, & dans celui du Sel marin; nous avons vu leur union en forme de vapeurs, causées par un mouvement fermentatif, lorsqu'ils étoient encore enfoncés



foncés dans l'eau ; nous avons considéré la propriété inflammable dans l'un, & la mercurielle dans l'autre ; nous nous sommes aperçus, de quelle maniere ils se joignent avec la terre vitrifiante ; il nous reste enfin de découvrir le progrès successif qui les détermine à la nature métallique. La mine la plus simple, où nous trouvons le Soufre & l'Arsenic quasi à decouvert, est sans contredit la *Pyrite*, (*der Kies.*) Il n'y a guères de filons, où il ne se fasse remarquer ; il y a le jaune & le blanc, qui se distinguent le plus, & qui méritent entre autres notre attention. Le jaune ne montre autre chose, quand on l'examine par le feu, que le Soufre commun, & une terre martiale ; de là vient que, quand la matiere inflammable du Soufre quitte son acide dans le feu, celui-ci dissout la terre martiale, & la convertit en Vitriol, comme cela se pratique par le rôtiage en Angleterre, en Allemagne à *Goslar*, & en plusieurs endroits dans le pays de Hesse. Cette dissolution se fait par le simple attouchement de l'air, quelquefois sans feu. Au lieu du Soufre commun que le *pyrite jaune* fournit, le *blanc*, qui se nomme aussi *Mispickel*, nous offre l'Arsenic avec une terre martiale pour base, comme le précédent. Il y en a qui fournissent le Soufre & l'Arsenic ensemble, mélange qui produit le *Réalgar*, & l'*Orpiment*, qui imite un Cinnabre natif, composé de la terre mercurielle de l'Arsenic, & du Soufre minéral. Outre la terre martiale, ou le fer, qui entre toujours pour base dans la composition pyriteuse, on y rencontre souvent quelques autres métaux, comme le cuivre, l'argent, & l'or même, selon la recherche exacte qu'en a fait le premier des Métallurgistes modernes, feu Mr. *Henckel*, dans son excellent Livre, intitulé *Pyritologie*. Lorsque le *Pyrite arsenical* rencontre dans sa composition une terre étrangere sauvage quelconque, qui n'est pas de nature métallique, les différentes sortes de Cobalt y existent, entre lesquelles la fameuse espee, qui fournit ce beau verre bleu de Saxe paroît avoir reçu dans son mélange, outre une teinture Vénérienne, quelque portion d'une terre sablonneuse vitrifiante, laquelle ne permet pas la séparation des atomes du cuivre dans le feu. Une union inséparable de



L'Arfenic avec quelques terres étrangères nous offre aussi quelques mines absolument stériles, & que nos Mineurs appellent *Blende*, *Wolfram*, *Spath*, &c. dont le poids nous fait soupçonner qu'elles tiennent de la nature métallique. La terre mercurielle de l'Arfenic, étant digérée, & fixée davantage sous terre, nous présente un autre minéral approchant du Cobalt, par rapport à ses fleurs & à certaine portion de l'Arfenic que le feu chasse de cette mine, & de laquelle il fait en même tems couler un demi-métal, connu sous le nom de *Bismuth*, ou de *Marcaffite*. Les deux autres demi-métaux, le *régule d'Antimoine*, & le *Zinc*, ne peuvent cacher non plus leur origine arsenicale, ce que leur sublimation en fleurs montre assez clairement; mais par l'admission d'une plus grande portion du principe phlogistique dans le Zinc, & de la terre vitrifiante dans le régule, ils changent aussi en différente façon la nature arsenicale dans leur composition.

Ayant vû l'origine des minéraux & des demi-métaux, notre recherche nous mene à la considération des métaux entiers. Pour cette fin, il faut retourner à notre principe essentiel de toute métallicité, qui est cette terre mercurielle, qui existe par l'union la plus parfaite & absolument indissoluble de l'acide du Sel marin avec sa propre terre, & aussi avec certaine portion de la première terre vitrifiante, par le moyen d'une action fermentante, qui produit cette sublimation naturelle en vapeurs, par laquelle les molécules sont si étroitement unies les unes aux autres, qu'il y reste aussi peu d'interstices qu'il est possible. De là vient non seulement l'inséparabilité de ces deux terres, même dans le plus grand feu, mais principalement ce poids spécifique dont les métaux seuls sont en possession, & qui les distingue de tous les autres fossiles, qui n'ont point souffert cette union inséparable de la terre vitrifiante d'avec la mercurielle, & qui par conséquent, ne sont pas de la composition métallique; la *cornuification* des métaux, causée par le principe mercuriel, qui réside dans l'acide du Sel marin, prouve surtout ce poids spécifique, car la portion la plus petite de cet acide, jointe à
la



la solution de l'argent dans l'eau forte, augmente le poids de ce métal presque au double, étant fondus ensemble. Par les Expériences alléguées, & par le raisonnement qui s'ensuit, nous rencontrons déjà le premier degré de la métalléité, ou production métallique dans l'Arse-
nic, la terre martiale qu'on trouve toujours associée avec lui dès son existence, le convertit dans le feu en régule, ou demi-métal. J'ai prouvé par les Expériences que j'en ai fait, & que j'ai raconté auparavant, qu'il possède les trois principes métalliques, & qu'une digestion ultérieure dans ses matrices ou filons, peut successivement introduire une perfection métallique dans ses molécules. Aussi sa liaison perpétuelle avec la terre martiale mérite quelques réflexions solides, & je ne me tromperai pas beaucoup, si je compte cette terre martiale pour le premier degré de la métalléité; car je vois qu'il se montre dans cette terre une disposition, ou une tendance à la nature métallique. Il n'y a guères de corps dans l'Univers dans lesquels on ne découvre des aromes de fer; il y a mille Expériences qui le confirment. Mr. *Margraff*, notre habile Académicien Chymiste, les a trouvés dans toutes sortes d'eau, & on les a nouvellement rencontrés dans le sang des animaux, à *Göttingue*, & Mr. *Galati* à *Brescia* dans les cendres de plusieurs animaux. Les Expériences de Mrs. *Geoffroy* & *Lemery* à ce sujet sont trop connues pour que j'en parle icy. Du moins leur disposition à devenir un métal, nous a été clairement prouvée par la fameuse Expérience de *Becher*, par laquelle il a produit un véritable fer du limon jaunâtre par le moyen de l'huile de lin. La sage Providence a placé sa mine presque à découvert sous le gazon, comme le métal le plus nécessaire & le plus utile au genre humain. Aussi ne demande-t-il pas tant de tems pour sa perfection, comme les autres métaux; car la terre martiale, comme je l'entends ici, n'est pas encore un fer complet, puisque l'aiman ne l'attire pas, mais aussi-tôt que le principe inflammable y est introduit, selon l'Expérience de *Becher*, le fer est formé, & l'aiman l'attire. Cette disposition de la terre martiale à la nature métallique, paroît vraisemblablement donner l'origi-



ne à la mine de cuivre ; la confusion fréquente des mines de fer & de cuivre, & la présence du fer dans la mine de cuivre, réputée pour la plus simple & la plus pure, semblent confirmer cela. La différence de la production différente d'un même principe pourroit consister en ceci, que la production du fer de la terre martiale ne demande qu'un simple phlogistique, ou inflammable, sans le secours de l'acide lié avec le *phlogiston*, comme dans le Soufre minéral, lequel par son abondance excessive, autour & dans les mines de cuivre mêmes, paroît achever cet oeuvre dans un tems proportionné. L'abondance de cette légère liaison de l'acide vitriolique avec le *phlogiston* dans la composition du cuivre, se prouve par certaine Expérience, par laquelle ce métal se fond à la chandelle, & brûle presque comme la cire d'Espagne. L'Expérience consiste dans l'augmentation du principe mercuriel dans ce métal, par l'acide concentré du Sel marin attaché au vif-argent, qui défunit un peu le principe inflammable du cuivre, & lui procure cette fusion facile & flammifique. A' la production des métaux blancs, surtout de l'argent & de l'étain, l'Arsenic paroît être encore le principal agent ; ce que nous confirment les mines de ces deux métaux, qui sont pour la plupart surchargées de ce minéral. La mine rouge d'argent, (*roth gulden Erzt*,) comme la plus riche, en contient plus que la moitié ; & la mine blanche, comme aussi la fauve, (*weiss gulden Erzt und Fahl-Erzt*,) n'en manquent pas non plus. Non seulement il y est attaché, il paroît même entrer dans la composition de ce métal précieux, & sert à le former, selon l'Expérience de feu Mr. *Henckel*, qui par la solution de l'Arsenic dans l'eau forte, absorbée dans la craie, & coupellée ensuite avec du plomb, a obtenu un petit bouton d'argent le plus pur. J'en ai produit un semblable par le mélange & la digestion de l'Arsenic avec le Soufre minéral, le régule de l'antimoine & le sublimé corrosif, en certaine proportion.

L'étain, qui refuse le mélange de tout autre métal dans sa mine, ne refuse pas l'entrée à l'Arsenic ; ce que nous prouve sa mine raboteuse,



teuse, nommée chez nous *Zingraupen*, *Zin-Zwitter*, de laquelle on en chasse quantité par le feu; & même de l'étain le plus pur on en peut séparer. La calcination de ce métal est fort facile, & dans la vitrification il montre quantité d'une terre étrangère calcaire, dont la terre vitrifiante est surchargée, & qui rend son verre blanchâtre & opaque. Cette terre calcaire entremêlée rend la liaison de la terre mercurielle avec la vitrifiante fort foible & superficielle, & la terre phlogistique, ou sulfureuse, s'y trouve en petite quantité. On découvre facilement ces principes composans l'étain, & surtout la terre calcaire, par l'opération du miroir ardent, & par celle de la coupelle.

Quoique le feu ne chasse pas une portion sensible de l'Arsenic de la mine du plomb, il ne laisse pourtant pas d'être sa principale production. La pesanteur du plomb montre suffisamment que le principe mercuriel prédomine dans sa composition, qui est aussi la base de l'Arsenic, & que la volatilité de celui-ci a été arrêtée & invertie par le principe, ou par la terre vitrifiante, avec laquelle la terre arsenicale, ou mercurielle, entretient une liaison assez étroite dans ce métal, & se transforme avec elle très facilement dans un beau verre transparent, aussitôt que le feu a chassé le peu du principe, ou de la terre inflammable, dont ce métal contient la plus petite quantité. Cette vitrification facile & complète, que le plomb subit préférablement à tout autre métal, lui procure aussi cette faculté par laquelle il dissout & détruit les principes mal associés des autres métaux & demi-métaux imparfaits, lorsqu'on les expose ensemble sur la coupelle des cendres, dans le fourneau docimastique, où la force du feu, après avoir dissipé le principe phlogistique du plomb, & des autres métaux imparfaits, qui s'y trouvent, convertit le plomb en verre extrêmement délié & pénétrable, qui a la force de dissoudre les principes de ces métaux imparfaits, chasse une portion de la terre mercurielle dans la fumée, & se cache avec le reste de la terre vitrifiante, la plus pure des métaux imparfaits, dans les pores de la coupelle, & rejette les terres étrangères



de ces métaux, surtout celles du fer, sous la forme de scories sur le bord de la coupelle. Aussi de là vient que les deux métaux parfaits, l'or & l'argent, par l'union la plus intime de leurs principes, qui ne permettent point l'entrée au verre de plomb, restent purifiés sur la coupelle, & débarassés de tout mélange des métaux imparfaits.

La présence de l'Arsenic, dans la mine grifâtre, ou fauve, du cuivre, *Fahl-Ertz*, & surtout dans le Pyrite de cuivre, *Kupfer-Kies*, prouve du moins, que le principe arsénical n'est pas étranger ou superflu dans la production du cuivre, quoique ce métal montre plus que tout autre son origine phlogistique, ou sulfureuse. L'abondance excessive du Soufre commun, que sa mine rejette, lorsqu'elle est fondue en matte, & après dans les différens rôstifages qu'elle exige avant que d'être fondue en cuivre noir, puis en cuivre rosette, ou raffiné, me pourroit presque porter à croire, que le Soufre commun, en s'unissant avec une portion de la terre mercurielle, sert presque uniquement à la formation de ce métal. La terre vitrifiante n'entre presque pour rien dans sa composition, vu que le verre, que l'extrême degré du feu produit du cuivre, montre seulement une vitrification impure, heterogene, & opaque, d'un rouge foncé tirant sur le brun, ce qui marque sans doute qu'une terre étrangere, & limoneuse, est entrée dans sa production. D'ailleurs la couleur rougeâtre de ce métal paroît confirmer ce que je viens d'avancer de sa liaison étroite du Soufre avec la terre mercurielle, comme les principaux composans du cuivre, parce que la terre mercurielle unie avec le Soufre commun produit une couleur rougeâtre ; ce que nous voyons arriver dans la préparation du Cinnabre artificiel par la sublimation du Mercure avec le Soufre minéral, & de celui-ci avec l'Arsenic dans la production du *Réalgat* & de l'*Orpiment*, comme aussi de la pierre de *Pyrmeson*, &c.

Lorsque nous examinons les principes constituans du Fer, nous trouvons comme quelque chose de remarquable, qu'on ne rencontre point de Pyrites, & surtout de Pyrites arsenicales, qui ne montrent
pour



pour base une terre martiale ; ce qui me fait soupçonner avec beaucoup de raison, que la terre mercurielle, élevée sous la forme d'évaporation arsenicale, après avoir pénétré & outrepassé les crévasses, *die Klüffte*, s'introduit de tout côté dans la terre à l'entour, & y cause, surtout dans les terres grasses, limoneuses, &c. une imprégnation minérale, approchant de la nature métallique, mais qui n'est pas encore métal, parce que les molécules de cette terre, ou veine martiale imprégnée, ne contiennent pas encore un métal complet, elles ne sont pas attirées par l'aiman, & refusent même cette attraction si essentielle à la nature du fer, quoique fonduës avec ces sortes de matières salines qui ne participent point du principe phlogistique. Car, aussi-tôt que le feu introduit dans cette terre martiale fonduë le principe inflammable, elle se convertit en métal sous le nom d'un fer complet, que l'aiman ne refuse pas d'attirer. Aussi se montre-t-elle mêlée presque dans toutes les terres qui constituent la base des végétaux & des animaux, desquelles l'aiman attire & sépare les molécules du fer, après que le feu y a introduit les matières grasses phlogistiques, pendant la combustion & la calcination de ces corps. Mais comme le degré de feu, qui cause la vitrification de ce métal, ne montre que des scories impures, grisâtres, & mal liées ensemble, on voit suffisamment que le principe, ou la terre vitrifiante, simple & pure, lui manque également comme au cuivre ; il lui manque encore ce principe inflammable qui joint à l'acide universel, constitue le Soufre minéral dont le cuivre abonde, & qu'on est obligé de chasser par tant de rôstifages réitérés, au lieu que la mine de fer ne transpire point dans le feu cet acide étouffant, & que dans sa fusion & extension sous le marteau réitérées, on ne tâche pas tant de chasser le Soufre minéral superflu, que de le priver de la terre étrangère surabondante, qui la rend cassante & moins pliable sous le marteau, quoique cette terre, ou veine martiale, puisse participer en quelque manière de l'acide universel, qui s'y peut enfoncer de l'Atmosphère, mais qui faute du phlogiston, n'y entre pas sous la forme du Soufre minéral. Ainsi le fer est un composé artificiel



trificiel de la terre martiale que la Nature a préparée, par l'imprégnation de la terre limoneuse avec la mercurielle, sous la forme d'évaporation arsenicale, à laquelle l'art ajoute par le feu le simple principe inflammable, tiré communément des charbons de bois, lorsque ceux-ci fondent la mine, ou terre martiale.

Il n'est pas question ici, je crois, si le Vif-argent, ou le Mercure, tient de la nature arsenicale, puisque les plus grands Métallurgistes, comme *Becher*, *Stahl*, *Henckel*, &c. l'appellent un *Arsenic fluide*. Il est très probable, que le principe mercuriel le plus simple, avant sa coagulation en terre arsenicale, dissout dans la mine quelque portion d'un métal, qui est facile à dissoudre, comme par exemple le plomb, par le moyen duquel ce principe dans son état fluide a gagné un corps métallique, qui, quoiqu'en petit volume, l'empêche pourant d'humecter les surfaces des autres corps qu'il touche ; mais sous cette forme moyenne entre l'eau commune & le métal, il lui manque également la portion suffisante de la première terre vitrifiante, aussi bien que de la seconde phlogistique, pour constituer un métal complet ; le peu de vapeurs que le plomb fondu chasse de sa terre phlogistique pendant sa calcination, si on le sait diriger de sorte qu'elles touchent le Vif-argent, & s'y introduisent, cette eau métallique gagne une espèce de coagulation, mais comme ce principe a été fort inconstant dans son premier corps, on ne peut pas prétendre qu'il soit plus ferme & stable dans le nouveau. D'ailleurs la petitesse & l'homogénéité inaltérable des parties constituantes du Mercure, concevables uniquement par l'imagination, n'ont pas permis jusqu'ici la découverte d'un dissolvant qui puisse desunir ses principes, & les montrer séparément.

Puisque l'or refuse tout commerce avec l'Arsenic & le Soufre, on ne le trouve jamais minéralisé dans les filons, mais tout dépuré déjà, (quoiqu' imperceptible à cause de la petitesse de ses molécules,) dans quelques mines d'argent, de Cinnabre, &c. Quelquefois on le rencontre aussi sous la forme d'or natif en petits branchages, ou petites



tites paillettes extrêmement minces, entrelassées dans plusieurs sortes de pierres, ou bien en atomes fort menus, parmi le sable de quelques rivières qui l'ont entraîné apparemment des montagnes voisines. Comme ce métal précieux est le seul corps, qui résiste entièrement à toutes les attaques de la corruption, on l'a pris de tout tems pour le chef-d'œuvre de la Nature dans le règne minéral ; il faut donc, que ses principes soyent les plus simples & les plus purs, mais aussi tellement liés ensemble, que le tems, qui détruit tout, ni les dissolvans les plus puissans, connus jusqu'ici, ne les sauroient séparer. Le principe mercuriel le plus dépuré, joint à la portion du principe phlogistique la plus simple & la plus déliée, a si parfaitement rempli les pores du principe, ou de la terre vitrifiante, que les assauts du feu, quelques violens que la Chymie les puisse administrer, ne les sçauroit déjoindre. Si les Expériences, que feu Mr. *Homberg* (*) a entrepris, pour détruire l'or, restent dans leur valeur contre les exceptions de Mr. *Macquer*, (**) il n'y a que le feu solaire appliqué par le grand Miroir ardent de *Tschirnhausen*, qui soit capable de séparer ses parties constituantes. Quoiqu'il en soit, si *Homberg* n'a pas entièrement effectué cette séparation, il paroît avoir confirmé en partie, par ladite Expérience la présence des trois terres qui composent les métaux en général ; car il a trouvé, (outre la fumée épaisse, qu'il a remarquée pendant cette application du feu solaire, par laquelle les principes mercuriel & phlogistique ont été dissipés dans l'air,) le vestige d'une terre vitrifiante séparée de l'or. L'argent, selon son rapport circonstancié, a subi le même sort, excepté que ses principes n'ont pas résisté si long tems que ceux de l'or ; ce qui prouve que la fixité des principes de ce dernier métal est plus parfaite que ceux de l'argent, & le poids spécifique de l'or montre sans exception, que la terre mercurielle, comme la plus pesante, est moindre dans l'argent, & par conséquent

(*) Voy. les Mémoires d' l'Académ. des Scienc. de l'An. 1702.

(**) Voy. la Chymie de Macquer, Part. I. c. 7.



quent, la terre vitrifiante s'y trouve plus abondante que dans l'or. La phlogistique au contraire, qui couvre l'or d'un si beau jaune luisant, doit être en plus petite quantité dans la composition de l'argent, puisqu'elle est absorbée, & couverte entierement par la couleur blanche & reluisante de la terre mercurielle.

Ce que j'ai prouvé jusqu'ici, montre, ce me semble, assez clairement, que les métaux ne se produisent pas par une semence, ou par un germe individuel, propre à la production de chaque métal en particulier, comme nous le rencontrons dans les végétaux & les corps organisés des animaux. Tout ce qu'on peut déterminer dans cette différente production minérale, consiste dans la différente proportion des principes les plus simples & les plus dépurés qui constituent l'or & l'argent, comme les deux métaux parfaits ; & dans les autres métaux la différence consiste, outre le mélange distingué de ces principes généraux, dans une réception & assimilation de terres & matières étrangères, comme aussi dans une plus ou moins légère liaison de ces principes homogènes, ou hétérogènes entre eux. Mais ce n'est pas le hazard aveugle qui a dirigé cette production minérale, laquelle, si cela étoit, pourroit être beaucoup plus multipliée qu'elle ne l'est effectivement, puisqu'elle se borne seulement à six métaux & cinq demi-métaux dans tous les Pays connus de notre Globe. La divine Sagesse, qui regarde toujours les causes finales, a tellement pourvu, dès l'arrangement du Monde, aux besoins de ses Créatures, & surtout à ceux de l'homme, que rien n'y manqua du nécessaire, & que rien n'y fut superflu, & par conséquent inutile. Le nombre donc des corps métalliques est suffisant pour la nécessité oeconomique, aussi bien que pour la commodité du Commerce qui entretient la communication & le lien des différentes Nations, si utile & si nécessaire pour affermir le bien public.





EXAMEN CHYMIQUE

DE LA NATURE DE SEL ACIDE VOLATIL

DE L'AMBRE,

PAR M. P O T T.

Traduit de Allemand.

La Chymie étant aussi cultivée qu'elle l'est depuis assez longtems, on auroit de la peine à se persuader que dans des *Sujets*, ou *Produits* chymiques, que l'on connoit, & sur lesquels on a beaucoup travaillé, il y ait encore bien des choses peu approfondies, que la nature de ces Corps ne soit rien moins que suffisamment découverte, & qu'il reste même là dessus une grande contrariété d'opinions, & un degré considérable d'incertitude. Tout au moins la chose paroîtroit-elle tout à fait déstituée de vraisemblance à l'égard de ces sujets, qui se présentent, pour ainsi dire, tout à découvert, & qui sont si aisés à dissoudre, tels, par exemple, que sont les Sels. Rien n'est pourtant plus vrai que l'existence actuelle de plusieurs semblables cas, comme le témoignent le Sel volatil du Borax, l'Acide du Phosphore, le Sel alcali naturel, la partie alcaline du Sel commun, & divers autres Sujets. Je rapporte dans la même Classe le Sel acide volatil de l'Ambre, qui a déjà été découvert depuis quelques Siècles par les Chymistes, que l'on prépare en abondance, & dont les Medecins font aussi usage; tandis que les Auteurs de Chymie sont fort peu d'accord entr'eux sur la nature & les propriétés de ce Sel, & qu'ils se contredisent même formellement les uns les autres à cet égard.

Autrefois il s'en trouvoit qui mettoient en question, si c'étoit un Sel urineux, on acide. *Glafer, J. M. Hoffmann*, & même un Auteur



teur tout à fait récent, en font un sel urineux, & avancent, quoiqu'à tort, qu'il entre en effervescence avec un Esprit de Sel, de Nitre, &c. A' présent qu'il est entierement décidé, que c'est manifestement un Sel acide, il s'en faut pourtant bien qu'on soit d'accord à quel acide principal il appartient. *M. Helwing d'Angerbourg* estime que c'est un acide salpêtroux; mais c'est à quoi il y a le moins d'apparence, puisqu'il ne détone point avec les charbons. *M. Bourdelin*, & d'autres, le rangent avec l'acide du Sel commun, parce qu'on trouve l'Ambre dans les Mers dont la salure est manifeste, & qu'elles le poussent & le jettent dehors. *Scndelius & Neumann* en font un Acide vitriolique, parce qu'une partie de l'Ambre se trouve dans des veines de montagne qui lui sont propres, & que, lorsqu'on l'en tire en creusant, on le trouve à côté d'un vitriol qui contient du fer. Un autre Chymiste estime que c'est un acide tout particulier, & unique dans son espece, qui n'a rien de commun avec les autres, & diffère totalement des Acides ordinaires. Au contraire il y en a qui le regardent comme un Acide mixte, & nullement simple, mais qui est composé de différens Acides du Vitriol & du Sel commun. Au milieu de cette extrême diversité d'opinions, il est naturel de prendre la peine d'examiner la chose de plus près, de pousser la décomposition aussi loin qu'elle peut aller, en un mot de traiter cette matiere sous toutes les faces dont elle est susceptible. Car c'est à mon avis un défaut très commun, que de se borner aux phénomènes fournis par un petit nombre d'Expériences, pour en tirer aussi-tôt avec précipitation une Conclusion universelle, & prononcer une décision, avant que d'avoir examiné bien attentivement les Corps, & autant qu'il est possible, épuisé la connoissance de tous les rapports dont ils sont susceptibles. Au reste on comprend aisément, que je n'entens pas ici ce qu'on nomme le *Sel d'Ambre*, que *M. Geoffroy* a fait connoître dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1738. & qui est produit par la préparation que l'Ambre reçoit, en y versant de l'eau chaude, & en procédant ensuite à la filtration & à la coagulation. Ce produit est extrêmement diffé-



différent de notre Sel ; ce n'est pas proprement une substance saline pure, mais c'est plutôt un extrait salino-mucilagineux, mêlé d'un petit nombre de parties résineuses ; il n'a aucun goût acide, mais il a celui d'un sel amer ; il n'apporte aucun changement au Syrop de violettes ; il n'entre point en effervescence avec les sels alcalis ; cependant ils le troublent, & il s'en précipite une résine en solution ; au contraire il entre en effervescence avec l'Huile de Vitriol, & en fait sortir une vapeur acide comme d'un Esprit de Sel ; ce qui fait voir qu'il renferme un peu de Sel commun. Mais cela va à très peu de chose, puisque d'une livre d'Ambre à peine peut-on tirer une dragme d'un semblable extrait.

L'objet que j'ai donc en vue, c'est cette substance saline qu'on tire de l'Ambre par la distillation. Je regarde comme une chose inutile de m'étendre sur la manière & les opérations de cette distillation, puisqu'on en trouve le détail dans divers Ouvrages. Je remarquerai seulement en deux mots, qu'on peut faire cette distillation en différentes manières, en prenant des Retortes de pierre, ou de verre, de celles qui n'ont pas éclaté, ou de celles dont le cou est tout à fait large, en la faisant dans le sable, ou à un feu immédiat, ou au bain sec. Quelques uns donnent un feu continué depuis le commencement, d'autres se servent d'un feu interrompu ; il y en a qui commencent par le faible, & continuënt à un feu découvert ; on peut le faire sans addition, ou avec addition, soit de parties égales, ou de deux parties de sable, de cailloux, ou de *Caput mortuum* d'Esprit de Sel. On en trouve qui recommandent un tuyau de verre, (*Vorstoß*) qui aille jusqu'au milieu du Récipient, & qui peut être aussi pourvu d'un petit tuyau. Il faut toujours donner au commencement un feu doux, & le continuer de même longtemps, en sorte que la chaleur ne soit guères plus forte que celle de l'eau bouillante, surtout si l'on fait la distillation sans addition, jusqu'à ce qu'il ne sorte plus aucun phlegme, ou huile subtile. Car, quand on presse trop le feu, cela monte en haut, & tout s'échappe par dessus ; mais, si l'on a joint une addition de quelque matière terrestre,



on peut augmenter plutôt la force du feu. Il est aussi à propos de laisser un peu d'air, surtout quand on n'a point mis de tuyau de verre devant, ou lorsque le Récipient est trop petit. Après cela on peut donner plus de force au feu par degrés ; & c'est alors que se sublime notre sel volatil, mêlé avec la dernière huile dans le cou de la retorte ; d'où quelques uns le tirent & le rassemblent avec une plume passée ; mais cela exige trop de peine & de temps, il vaut mieux pousser tout ensemble dans le Récipient, & séparer ensuite ce sel d'avec les parties huileuses. Mais si l'on pousse seulement l'huile subtile, & le sel par dessus, de manière que le plus grossier demeure en arrière, alors la meilleure partie est un *Colophonium* soluble, qu'on peut fort bien employer pour le vernis. Si l'on calcine le *Caput mortuum* dans un creuset, à feu découvert, de la manière la plus forte, il demeure alors un peu de terre d'un gris jaunâtre, laquelle contient quelque peu de sel commun ; c'est pourquoi sa solution filtrée précipite la solution de plomb en Saturne cornu. Elle contient de plus une certaine quantité de terre de chaux ferrugineuse ; car elle entre en effervescence avec l'eau forte ; & quand on écume la partie la plus légère, & qu'ayant mêlé la plus pesante avec de la graisse, on l'expose dans un creuset fermé à un feu ardent, l'aiman en attire ensuite quelques parcelles. Cette substance ferrugineuse se trouve aussi dans les morceaux purs d'Ambre, & ne peut pas être regardée comme y venant du mélange de parties étrangères & impures.

Les Ouvriers préparent ce Sel en Prusse en grande quantité, pour l'envoyer ailleurs, parce qu'ils ont des rognures & de petits morceaux d'ambre abondamment & à très grand marché. Ils font la distillation sans addition à un feu ouvert, pour avoir expédié l'ouvrage le plus vite qu'ils peuvent ; ils poussent aussi le dernier résidu dans des Récipients à part, afin de n'avoir pas tant à séparer. Cependant, comme le sel se trouve mêlé ici avec beaucoup d'huile, qui s'y attache, ils le mettent, pour en faire la séparation, sur un papier brouillard, & chant
geant



geant plusieurs fois ce papier, l'huile s'y attire toute, & le Sel demeure sec. Ils expriment ce papier huileux séparément, & après cela ils le distillent. Mais, comme dans la dernière huile épaisse il reste encore quelque sel, on met cette huile dans un flacon d'étain, ou dans quelque autre vaisseau solide, & l'on y verse de l'eau chaude, trois à quatre fois, jusqu'à que cette eau ne devienne plus saline, en secouant bien le tout ensemble, afin que l'eau tire exactement le sel; ensuite on procède à la filtration, à l'évaporation, & à la cristallisation. Néanmoins à la fin, après la cristallisation il reste une partie, qui est comme une liqueur acide huileuse, qui ne veut plus bien cristalliser, ce qui est commun à toutes les autres matières huileuses qui demeurent après les opérations. Si dans la distillation aussi on n'a pas enlevé séparément le premier phlegme, mais qu'on ait poussé tout pêle-mêle, on peut verser avec circonspection de l'eau chaude sur le produit distillé entier, & procéder de la même manière; en sorte que je ne trouve aucune utilité particulière à mêler, suivant l'idée de *Viganus*, cette huile d'ambre encore mêlée avec du sel commun, pour en procurer ensuite la digestion & la sublimation.

Quand ce Sel a été séparé de l'huile grossière simplement à l'aide d'un papier brouillard, il y reste encore beaucoup de parties huileuses, & les dernières cristallisations tombent toujours de l'eau plus obscures, plus brunes, & plus huileuses. Cela lui donne une mauvaise apparence, & rend sa force beaucoup plus échauffante. De là résulte donc la nécessité de le purifier encore davantage; & on propose pour cet effet diverses Methodes. Quelques uns le subliment encore à part dans une Retorte, ou dans un alembic, surtout dans un alembic bas, sur lequel on place des cornets de papier; ils lui donnent alors le feu de sable, & ôtent souvent le papier, afin que le sel ne retombe pas. D'autres mettent dessus une chapelle fermée; mais, de quelque manière qu'on s'y prenne, il s'en perd beaucoup, ou l'on ne l'épure pas suffisamment. Mais si l'on emploie des additions, pour absorber plus fortement l'huile, comme de la corne de Cerf brûlée,
de



de la cendre lessivée, de la potache, des os calcinés, alors une bonne partie du Sel se détruit entièrement. Les sublimes sur son propre *Caput mortuum*, ou avec le sable, les cailloux, la brique pilée, les pipes nettes pulvérisées, ou l'argille pilée & brûlée, sont à la vérité plus supportables ; mais il s'y attache quelque quantité de suie huileuse, d'où vient, par exemple, qu'il reste des pipes une matière noirâtre de charbon. Cependant il se détruit toujours par là quelque chose du Sel, & l'on ne sçauroit non plus l'obtenir tout à fait blanc par cette voye ; il demeure toujours jaunâtre. Ceux qui promettent de le produire par l'addition de trois parties de Sel commun, sont pareillement dans l'erreur. Cela fait à la vérité sortir quelques gouttes d'acide huileux, qui participent aussi un peu de l'Esprit de Sel ; car elles précipitent le plomb de sa solution en Saturne cornu : ensuite le Sel volatil se sublime, mais encore notablement jaune, & le Sel commun demeure en arrière noirâtre, & impur par le mélange de la terre fuligineuse. Il y a des Auteurs qui avancent, que quand dans la distillation on joint à l'Ambre crud une partie de Sel commun, on obtient plus de Sel volatil ; & ils sont dans l'idée, que cette augmentation est procurée par le Sel commun : mais cette supposition ne paroît point avoir de fondement. Si la quantité de Sel volatil est effectivement un peu plus grande, cela ne vient point de l'accrétion de l'acide du Sel, mais cela vient de ce que le Sel en raison de sa masse tient les parties huileuses & bitumineuses plus éloignées les unes des autres. Au reste, selon moi, la meilleure dépuración du Sel volatil d'Ambre, & où l'on en perd le moins, est celle qui se fait, quand on dissout ce Sel avec de l'eau chaude, qu'on met d'abord dans le filtre un peu de coton, qui a été légèrement humecté avec de l'huile d'Ambre, & qu'ensuite on s'en sert pour filtrer la solution ; alors la plupart des parties huileuses s'attachent au coton, & la solution passe plus pure à travers le filtre. On la fait ensuite évaporer avec un feu tout à fait doux, (quand l'évaporation se fait à découvert,) & l'on en procure la cristallisation. Les premières cristallisations sont les plus claires, & d'un jaunâtre foible, mais



mais les dernières vont en diminuant, sont plus brunes, plus huileuses, & plus amères; aussi les met-on plus volontiers à part. On peut aussi faire au bain-marie l'abstraction de l'eau qui se trouve dans la solution filtrée, sans s'inquiéter qu'il s'en aille en même tems quelque chose du Sel volatil. Car il n'y a rien de plus mal fondé, que ce qu'avancent certains Auteurs, que dans la rectification des matieres tirées de l'Ambre en le distillant, le Sel volatil monte le premier, ensuite l'huile, & à la fin l'eau; car cela n'arrive qu'aux Sels urineux des Animaux. Les Crystaux doivent être encore mis sur du papier brouillard, pour sécher à l'air; & le poids en est environ la trentième partie de celui de l'Ambre crud. Si l'on veut réitérer quelquefois la dépuracion avec l'eau, le Sel deviendra toujours plus clair, & plus blanc, mais jamais parfaitement blanc, sans perte, & sans un déchet notable. C'est d'un semblable Sel volatil d'Ambre, bien purifié une fois avec de l'eau, que j'ai fait usage pour les Expériences suivantes.

Pour commencer par découvrir les propriétés générales & les relations de notre Sel, j'y ai remarqué les Phenomenes que je vais indiquer. Ce Sel se dissout à la vérité dans l'eau, mais il a besoin pour cet effet de beaucoup d'eau; voilà pourquoi l'eau chaude convient mieux, car pendant sa chaleur elle attire considérablement de ce Sel, mais quand elle est refroidie, une bonne partie en tombe au fonds. Cependant elle retient une certaine quantité de Sel dissous; & la première fois qu'elle entre en crySTALLISATION, ce n'est que comme des flocons, ou de l'éponge, & la couleur ressemble à celle du Sucre candi poreux & brun. Les dernières crySTALLISATIONS deviennent toujours plus obscures; mais, quand on a continué la dépuracion, la première crySTALLISATION est à la surface supérieure d'un jaune clair, ou blanchâtre, il s'y forme de longues pointes, ou bien elle a l'apparence de plumes; mais au contraire la surface inférieure & les suivantes sont plus obscures & plus irrégulières. Cette crySTALLISATION ne coule point à l'air; elle y demeure sèche. En la frottant elle a une odeur piquante



te de raifort, furtout lorsqu'elle eft un peu échauffée. Le goût eft acide, fans avoir rien de corrofif, mais avec cela d'un huileux pénétrant, qui prouve qu'il y a manifeftement avec l'acide une fubftance qui s'eft diffoute des parties huileufes de l'Ambre ; ce que confirment également le goût, l'odeur, & la couleur. Son acidité fe donne encore à connoître, parce qu'elle écume & entre en effervescence avec les Sels alcalins fixes, & les Sels volatils urineux, auffi bien qu'avec les terres alcalines, ou de chaux ; & parce qu'elle précipite des folutions alcalines de foye de fouffre, de *Colophonium*, & d'autres ; au lieu qu'au contraire avec les Efprits acides, comme le vinaigre, l'Efprit de fel, de nitre, &c. elle ne produit aucune effervescence, mais elle s'unit tranquillement avec eux. M. *Neumann* prétend, qu'elle change le Syrop de violettes, & lui donne un rouge fenfible ; tandis qu'on avance au contraire dans le *Commercium Litterarium* de Nuremberg pour l'année 1744. p. 157. que ce fel, quand même il feroit dépuré, teint en verd le Syrop de violettes, comme les alcalis ont coutume de le faire ; mais il faut que cet Auteur ait employé un Sel falſifié. En effet mon fel n'a point du tout donné la couleur verte au Syrop de violettes ; mais auffi les parties huileufes ont empêché que ce Syrop ne devint rouge, comme cela lui arrive autrement avec les acides ordinaires ; il eft demeuré bleu, & l'on pouvoit à peine remarquer qu'il eut quelque difpofition à rougir. Au feu notre Sel eft à la vérité volatil, & fe laiffe pouffer en haut ; mais cela demande beaucoup plus de chaleur que pour les fels volatils urineux. Car quand je mers une retorte avec de ce Sel dans l'eau bouillante, & que je l'y tiens plufieurs heures, il y demeure fans altération, & il ne s'élève rien de fa fubftance : ce qui fait voir que fa dépurafion peut être effectuée au bain d'une maniere tout à fait fure. Mais, lorsqu'on employe un feu de fable affez fort, ce Sel entre en flux, & coule comme une huile ; après quoi feulemant il monte un peu de liquide acide huileux, enfuite il fe sublime en bas des rayes huileufes, & le Sel fe condense en vapeur dans le cou de la retorte, fous l'apparence de beure d'un jaune obſcur, & en partie en forme



forme de plumes ; mais il a perdu alors considérablement de son poids. Il demeure en arrière un *Cuput mortuum* noir & en charbon ; en sorte que dans ce travail une bonne partie du Sel est détruite.

L'Huile de Therebentine refuse de dissoudre ce Sel ; au contraire quand on verse quatre parties d'esprit de vin très rectifié sur une partie de Sel sec , il s'en dissout à la vérité peu au froid , mais il se fait seulement une extraction de quelques parties huileuses , & la solution acquiert par là une couleur jaune ; à la chaleur au contraire il se dissout une bonne partie du Sel , mais en le laissant ensuite au froid il s'en précipite de nouveau une certaine quantité. Le Sel qui est tombé , est bien ensuite un peu plus clair , mais encore sensiblement jaune , en sorte que notre sel ne se laisse point parfaitement blanchir par l'Esprit de vin seul , comme quelques uns l'avancent. Il demeure aussi un peu de Sel à froid dans l'Esprit de vin ; & cela se manifeste quand on allume cet Esprit pour le faire brûler : alors reste le Sel qui a été dissous. Si l'on emploie pour notre Sel un Esprit vineux de Sel ammoniac , il le dissout bientôt , & même avec effervescence , & la solution se teint d'un jaune foible. Mais si ce sel est fort impur & huileux , l'Esprit prend bien vite une couleur rouge. Quand on brûle cet Esprit de vin , il en reste une liqueur ammoniacale. Cependant , comme toutes ces Expériences ne suffisent pas encore pour déterminer , à quelle espece des acides notre Sel appartient proprement , & avec laquelle il a le plus d'affinité , ce qui fait la principale question ; je passe au mélange de ce Sel avec d'autres sels , comme au moyen le plus propre à nous conduire à sa vraie connoissance. C'est aussi celui auquel se rapportent la plupart de ceux qui ont voulu donner des instructions sur ce sujet , quoiqu'ils en aient tiré des conséquences tout à fait différentes. J'ai donc saoulé mon sel dissous d'Ambre avec une lessive alcaline bien nette , suivant le poids naturel ; je l'ai ensuite filtré , & il est resté séparément quelque matiere huileuse dans le filtre ; après cela je l'ai fait coaguler doucement ; car il a beaucoup de peine , ou même il ne veut point du tout



se former en cryftaux. Ce fel coagulé coule à l'air, comme une terre feuillée de Tartre, & après s'être fondu, il laiffe beaucoup de terre huileufe. En le faifant enfuite évaporer doucement en fumée, il en réfulte un fel brunâtre fort foluble. Après la faturation il a bien augmenté la moitié de fon poids, de forte qu'il faoule beaucoup d'alcali. Mais que toutes les parties huileufes doivent fe féparer par ce moyen, c'eft ce qui ne fe trouve point ; la couleur indique même le contraire. Ce Sel composé entre encore en effervescence, auffi bien avec l'Efprit de nitre qu'avec l'huile de Vitriol ; mais dans l'un & l'autre cas l'odeur qui en fort n'eft pas acide, elle a quelque chofe de fulphureux & d'huileux, & rien par conféquent n'y tient d'une vapeur corrofive de fel. Mais l'ayant encore pleinement faoulée deux fois avec quelque quantité de Sel d'Ambre, il ne s'eft plus fait d'effervescence avec l'Efprit de nitre, pas feulement même avec l'Efprit de vitriol, & il n'en fort aucune vapeur d'Efprit acide ; par où il fe diftingue notablement, tant de la terre feuillée de Tartre, qui fans cela eft la matiere, qui a le plus de refsemblance avec lui, que du Sel commun régénéré. J'ai fondu ce Sel feul par un chalumeau, mais il ne vouloit pas bien entrer en flux ; mais, après qu'il avoit été pendant quelque tems à ce feu, le fel qui en reftoit entroit de nouveau en effervescence avec l'eau forte : d'où s'enfuit qu'il étoit redevenu manifeftement alcali, & qu'il avoit perdu fon acidité. Cela arrive auffi avec la terre feuillée de Tartre. Autrement ce fel moyen eft beaucoup plus foluble dans l'eau qu'un Tartre vitriolé ; il ne petille point non plus, ni ne faute, fur les charbons ardens, comme ont coutume de le faire le Sel commun & le Tartre vitriolé. J'ai encore diftillé ce Sel moyen feul par une retorte ; il s'en élève un Efprit amer & huileux, à peu près comme un Efprit de tartre, & il teint le Syrop de violettes, non en rouge, mais d'une couleur verdâtre ; ce qui montre qu'il eft devenu en quelque forte un foible urineux. *Petermann & Rivinus* ont déjà remarqué que le Sel alcali auffi bien que la chaux rendent le Sel d'ambre urineux, quoique *Lemery* le nie ; mais il eft pourtant vrai qu'il eft plutôt engendré & composé



composé que simplement séparé. Cet Esprit ne précipite point non plus la liqueur de Sel ammoniac fixe, parce que c'est un urineux trop foible ; par conséquent l'acide de l'Ambre est détruit ici de la même manière que dans la terre feuillée de Tartre, quand on la pousse seule à un feu violent. A la fin il sortit avec des vapeurs épaisses & blanches une huile empyreumatique. Quand on lessive le *Caput mortuum*, & que l'on coagule ce qui a été lessivé, cela redonne un Sel alcali brunâtre, qui entre en effervescence avec tous les Acides. On voit ici manifestement une propriété, qui n'indique, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide de vitriol ; mais qui désigne plutôt un acide végétal, ou un acide volatil de Vitriol. Car, quand on distille à part un alcali fixe, imprégné & saoulé avec un Esprit volatil de Soufre, il s'élève alors un Esprit volatil, & le résidu, qui est redevenu alcalin, entre en effervescence avec les acides. Si l'on en fait la solution avec de l'eau, cela donne une solution alcaline de foye de Soufre. Mais, en faisant cette Expérience, il faut prendre garde, que l'alcali sulphureux ne soit pas trop vieux, & qu'il n'ait surtout pas été longtems exposé à l'air ; car j'ai trouvé qu'alors l'air avoit tout à fait enlevé le volatil sulphureux, & que le reste étoit devenu un acide vitriolique grossier ; d'où vient que ce reste, après avoir été embrasé, n'a point produit d'alcali, mais s'est converti en Tartre vitriolé. Au contraire un alcali sulphureux, tout frais, ou bien conservé, donne, quand on le distille seul, un Esprit sulphureux de mauvaise odeur, qui a quelque chose d'urineux, & le résidu est un foye alcalin de Soufre. Jusques là donc il se trouve quelque analogie avec notre sel composé ; cependant il y a de la différence entr'eux, c'est à dire, entre la terre feuillée de Tartre, ou l'alcali sulphureux, & notre composé ; laquelle consiste en ce que, lorsqu'on y verse de l'huile de Vitriol, l'un pousse aussitôt un acide de Vinaigre extrêmement concentré, & l'autre l'Esprit volatil de Soufre le plus fort, ce qui est accompagné de vapeurs. Mais cela n'arrive point à notre composé ; car quand j'ai ajouté à ce sel moyen la moitié d'huile de Vitriol, & que je l'ai ensuite distillé, il ne



s'éleve qu'un Esprit acide foible, après quoi une partie du Sel volant d'Ambre se sublime sans aucun changement notable, sinon qu'il est plus blanc & plus pur. Il demeure un *Caput mortuum* fuligineux & noir, dans lequel il y a du Tartre vitriolé. L'Esprit qui s'est élevé dans cette opération a de l'acidité, il entre en effervescence avec un alcali ; mais il ne précipite point la solution de Sel ammoniac fixe, & par conséquent il ne contient rien de vitriolique : au contraire il précipite la solution de plomb, & ce phénomène semble presque être un argument pour prouver qu'il participe en quelque chose de l'acide du Sel. Cependant plusieurs autres circonstances, ou Expériences, qui feront rapportées dans la suite, ne favorisent pas cette opinion, ou bien il faudroit que le mélange de l'huile eut produit une altération tout à fait particulière. Outre cela j'ai mêlé une partie de cet Esprit avec deux parties d'Eau forte, ce qui a donné une Eau régale, quoique foible ; elle dissolvoit l'or, au lieu qu'elle rongeoit l'argent, & le réduisoit en chaux blanche. Cela semble aussi indiquer un acide de Sel. Mais pourquoi le même effet ne s'observe-t-il pas, quand on dissout le Sel d'Ambre pur dans l'Eau forte ? Car alors il ne procure point la solution de l'argent, ni de l'or. Et j'ai fait plus d'une Expérience, où j'ai dissous l'or avec d'autres liquides, sans qu'il soit survenu au moins la moindre trace de sel commun, ou d'Esprit de sel. Il faut ajouter, que dans de semblables compositions il se manifeste assez souvent de nouvelles générations, qui n'y avoient pas auparavant existé dans cette forme, mais qui y sont composées pour la première fois, & qui découvrent ensuite d'autres propriétés.

Si l'on mêle le Sel d'Ambre le plus pur avec un Esprit urinaire, il se fait une ébullition des plus fortes ; & après une saturation suffisante, cela fait une Liqueur moyenne ammoniacale oléagineuse, qui fournit un bon remède résolvant & apéritif, moins échauffant que la Liqueur ambrée de corne de Cerf, où il y a plus d'huile, surtout quand elle n'est pas tout à fait rectifiée : car celle-ci renferme considérablement plus



plus d'une huile empyreumatique. Si l'on distille notre Liqueur moyenne, il s'en élève un Esprit ammoniacal volatil, & cela ne donne point de Salmiac sec, excepté qu'à la fin il s'attache en haut très peu d'un Salmiac sec, mais d'un huileux pénétrant ; ainsi il en résulte pour la plus grande partie une Liqueur ammoniacale volatile, par où il se distingue de l'acide de Sel & de Vitriol, qui donnent un Salmiac sec. Au contraire l'acide végétale & l'acide nitreux passent avec les urinaires en un Esprit ammoniacal volatil.

J'ai de plus mêlé le Sel d'Ambre sec avec poids égal de Salpêtre purifié, & les ai mis à distiller dans une retorte ; il s'éleva d'abord quelques gouttes par dessus, ensuite monterent des vapeurs rouges, après quoi tout détona avec un éclat véhément. Je l'avois présumé d'avance ; c'est pourquoi je n'avois pris qu'une petite quantité de chacun. Que le Salpêtre s'enflamme & détone avec l'Ambre crud, c'est ce qui est connu, & M. *Bourdelin* en a aussi fait mention ; d'ailleurs le nitre ne détone point avec les Corps fluides inflammables, mais ici l'acide du nitre concentre premièrement la partie huileuse en un corps dur, semblable au charbon, & c'est celui-ci qui s'embrase ensuite avec le Salpêtre. Si l'on vouloit chercher à perfectionner encore cette manière de distillation, on pourroit le faire en la mettant dans une retorte à tuyau chaude.

J'ai encore distillé le Sel d'Ambre par une retorte avec poids égal de Salmiac commun ; il en sort un Esprit de sel acide, brun en couleur, dont l'odeur est très forte, lequel entre en effervescence avec les acides, & précipite la solution de plomb en Saturne cornu. Ensuite il se sublime quelque chose d'un Salmiac blanc, qui a les mêmes propriétés que le Salmiac commun, & qui précipite la solution de plomb. A la fin il s'élève une grande quantité, & tout à fait imprévue, d'une matière fuligineuse, ou bitumineuse, & au fonds il reste quelque chose de semblable qui est luisant. Cette Expérience doit paroître aux Amateurs de ces matières digne d'une recherche ultérieure, puisqu'ici toutes



tes les parties huileuses sont détruites, & que par leur union avec l'acide de Sel concentré elles deviennent également poisseuses ou bitumineuses. Car on obtient beaucoup plus de semblable terre de charbon par cette voye, que l'on n'a employé de Sel d'Ambre pour faire l'Expérience. Immédiatement après, j'ai mêlé le Sel d'ambre avec poids égal de Borax, & en ai procuré la distillation; d'abord il sort quelque phlegme qui vient du Borax; ensuite il s'élève beaucoup d'écume, & cela à une hauteur beaucoup plus considérable que le Borax n'a coûtume de le faire seul. J'ai repoussé ensuite le même mélange, & y ai donné de nouveau un feu de sublimation; il en est alors sorti quelques gouttes huileuses, mais qui ne portent aucune altération au Syrop de violettes; ce qui prouve que le Borax, aussi bien que le Sel alcali & la Chaux vive, détruit la substance acide de notre Sel. Il est demeuré un *Caput mortuum* noir, qui, à cause de la terre de charbon qui s'y trouvoit, entroit difficilement en flux.

Le mélange de notre Sel avec les Esprits acides doit pareillement contribuer à nous en donner une connoissance plus exacte. J'ai versé pour cet effet sur une partie de Sel d'Ambre quatre parties d'Esprit de sel; à froid il n'a causé presque aucune solution, mais au contraire à la chaleur presque tout s'est coagulé, comme une gélée. Après le refroidissement je l'ai mis à distiller, & il s'est élevé un Esprit de sel; ensuite le sel se sublime presque tout entier sans aucun changement, d'abord comme un beurre ferme, ensuite comme un Alun de plume à longs filets. Dans cette opération il est d'un beau blanc & pur, parce que la partie huileuse en est détruite; & ce qui reste est comme un *Caput mortuum* de charbon. Par cette voye on dégage le mieux le Sel de sa substance huileuse; mais aussi ce Sel purifié, & délivré de son huile, ne précipite point la solution de plomb, par conséquent il n'a rien pris de l'acide du Sel; & cela confirme la présence d'un acide végétale, puisqu'on ne sçauroit prétexter que la substance huileuse n'altère l'acide du Sel, ou du Vitriol, & n'y peut apporter de change-



changement , qu'aussi longtems qu'elle y demeure unie. Car, lorsqu'on l'en a séparé de cette maniere , il faut qu'au moins alors sa propriété naturelle se manifeste. L'Esprit, qui s'est élevé dans la distillation, ne dissout point l'or ; ainsi il n'y a point ici d'acide nitreux à soupçonner ; mais il ne dissout point non plus l'argent, seulement avec le temps il le convertit en une espece de chaux blanche, ou de Lune cornuë. D'ailleurs cet Esprit de sel est ici considérablement affoibli par les parties huileuses. Si l'on dissout de la chaux vive dans l'acide du Sel, ou qu'on prenne à sa place la liqueur de Sel ammoniac fixe, & qu'on y verse ensuite de la solution de Sel d'Ambre, tout demeure clair, & rien ne se précipite ; ce qui fournit une forte preuve, qu'il n'y a rien de l'acide du Vitriol qui y soit contenu ; car autrement il ne manque guère de se trahir bien vite.

De la même maniere j'ai versé sur une partie de notre Sel quatre parties d'Eau forte. A la vérité il y survient à froid un peu de couleur jaune, néanmoins il s'en dissout peu, mais à la chaleur tout se dissout & demeure clair ; avec cette circonstance qu'il ne se coagule point, comme dans les solutions précédentes. Si le Sel est fort huileux, alors il donne une teinture plus rouge à l'Eau forte. J'en fis ensuite la distillation, & il s'éleva en jettant des vapeurs jaunes ; au milieu de la distillation il se sublima aussi quelque chose du Sel au-dessous, mais ce qui étoit fluide s'échapa par dessus. L'Esprit qui s'étoit élevé, auroit dû devenir une Eau régale, si dans le Sel d'Ambre il y avoit quelque chose de l'acide du Sel commun qui fut caché, mais cela n'arriva point ; il n'attaque point l'or, au lieu qu'il dissout incontinent le Mercure & l'Argent, & démontre ainsi la présence d'un acide végétale.

A présent il reste encore le plus fort & le plus pesant de tous les acides, qu'on a coutume d'appeler, lorsqu'il est fortement concentré, huile de Vitriol. Il y a déjà cent ans qu'un vieux Chymiste Allemand, nommé *Michel Crüger*, qui a donné à cette Huile le titre d'*Acctum*



principale, ou de *Spiritus principalis*, a remarqué que, quand on en mêle un lot parmi une livre d'Ambre crud, & qu'on en fait ensuite une distillation régulière, on obtient par là considérablement plus de Sel volatil d'Ambre qu'à l'ordinaire. Je n'attribue pas tant cette augmentation à l'accrétion de l'acide du Vitriol, qu'à l'effet que produit ici l'huile de Vitriol, en mortifiant rapidement une partie de la terre bitumineuse, en sorte qu'elle laisse aller son sel volatil d'autant plus pur. Ce qu'il y a de certain, c'est que cela ne préjudicie point au sel volatil, & qu'il n'est nullement rendu impur par là, parce que l'huile de Vitriol ne détruit point le Sel volatil, mais qu'elle trouve assez à faire avec les parties huileuses de l'Ambre, & s'unit à elles; & que le Sel volatil n'en tire point non plus de propriétés vitrioliques étrangères. Quelques uns sont dans la pensée qu'on peut en conclure l'identité de ce sel avec l'acide vitriolique; mais les Expériences suivantes feront voir le contraire. Il est à la vérité certain que, quand on verse l'huile de Vitriol sur le Sel volatil d'Ambre, elle n'entre point en effervescence avec lui, elle ne fait point monter non plus de vapeur acide, comme il arrive autrement, lorsqu'on verse sur le Sel, le Salpêtre, ou le Salmiac. Cependant, en mettant deux parties de Sel d'Ambre dans une retorte de verre à tuyau, les délayant avec un peu d'eau, & versant ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol; après quoi, le tuyau étant bien affermi, en distillant à un feu modéré, il s'élève quelque quantité d'un liquide faiblement acide, qui précipite aussi une solution alcaline de foye de soufre, & celle de plomb, mais qui ne précipite point la liqueur de Sel ammoniac fixe. J'ai distillé ensuite le reste à part à un feu plus fort, & la plus grande partie du Sel volatil s'est sublimée sans destruction, l'huile de Vitriol s'élevant en même temps en vapeurs; ce qui reste est une terre noire, légère & poreuse. Ainsi l'huile de Vitriol n'a point pu détruire ce sel volatil, à l'exception de quelques unes de ses parties huileuses, mais il s'est élevé sans altération, bien qu'il s'en soit attaché quelque chose à la surface de l'huile de Vitriol, qui a été poussée ensuite.

Je



Je voulus essayer si ce mixte pourroit être de quelque usage pour la volatilisation des Corps métalliques. Pour cet effet je mêlai deux parties de sucre de Saturne avec une partie de sel d'Ambre. En rapant, le mélange se mit tout en bouillie ; je versai ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol ; cela donna une odeur fort acide, parce que l'huile de Vitriol dégagoit le vinaigre du plomb. Dans la distillation il s'éleva en haut par rayes un Esprit acéteux ; ensuite monta un sublimé abondant, mais qui contenoit le Sel volatil d'Ambre presque sans altération ; car en ayant fait l'essai sur l'or, il ne se montra aucune trace de l'argent viv. Le *Caput mortuum* demeura d'un noir gris. Il en fut de même dans une autre Expérience, où je pris deux parties de Vitriol de Chypre avec une partie de sel d'Ambre, que je rapai ensemble ; il ne s'en fit point de bouillie en rapant, comme dans le cas précédent : je versai dessus une partie d'huile de Vitriol, il en sortit une odeur acide, & dans la distillation qui suivoit il s'éleva un Esprit acide, qui avoit une forte odeur de Soufre ; après quoi le sel volatil se sublima aussi presque sans aucun changement. Il demeura un *Crocus Veneris* d'un brun rougeâtre, qu'on peut employer à colorer la fritte de verre.

Avant que de finir, je crois qu'il est encore nécessaire d'examiner les relations de notre Sel avec quelques terres, & quelques métaux. De la chaux vive, par exemple, mêlée avec poids égal de nôtre sel volatil, donne d'abord dans la distillation un phlegme, qui ne cause aucune altération au Syrop de violettes, & qui ne montre par conséquent aucune qualité urineuse, quoique le Docteur *Petermann* en affirme l'existence, mais peut-être qu'il avoit employé une autre proportion. Le résidu étant lessivé & filtré, donne une solution de chaux dans l'acide, & cela comme un acide végétale ; car cette solution se précipite aussi bien de l'huile de Tartre par défaillance, que de l'huile de Vitriol. La terre qui demeure après qu'on a lessivé, entre encore en effervescence avec l'Eau forte ; ainsi elle n'est pas devenu seleni-

I 2

rique,



rique, comme cela auroit pourtant dû arriver, s'il y avoit un acide vitriolique caché dans le sel d'Ambre. Si l'on met aussi de la chaux dans une solution de sel d'Ambre faite avec de l'eau, elle s'y dissout avec quelque effervescence, ensuite elle se coagule comme une gelée ; cette gelée étant délayée avec de l'eau chaude & filtrée, donne aussi une solution, qui se précipite également du sel alcali, & de l'acide vitriolique.

Le Sel d'Ambre dissous avec l'eau, & bouilli avec du Soufre, n'en prend rien avec soi. Au contraire il dissout le Zinc, comme ont coutume de faire tous les acides, & se laisse ensuite précipiter avec un alcali, mais non avec un Esprit urineux ; & quand celui-ci a été une fois versé abondamment dessus, il ne se précipite plus par aucun sel alcali. Quand on dissout du Régule d'Antimoine avec de l'Esprit de nitre, & qu'on y ajoute du sel d'Ambre, cela donne quelque effervescence, mais dans la distillation qui suit on n'obtient point de beure d'Antimoine, comme cela devoit pourtant être, s'il y avoit un acide de sel commun qui y fut contenu. Les solutions d'Argent & de Mercure dans l'eau forte n'en font point précipitées. La solution de sel versée sur du cuivre en masse, a de la peine à en être attaquée, & ce n'est que la longueur du tems qui en rend l'effet sensible ; au contraire la cendre de cuivre en est rongée plus vite. Cette même solution de sel ne précipite pas la solution de plomb du vinaigre, ce que font pourtant ordinairement toutes les préparations de Sel commun & de vitriol ; mais elle demeure tout à fait claire, & sans être troublée, ce qui n'arrive qu'avec l'acide végétale, & l'acide nitreux. Au contraire, quand je verse la solution de notre Sel sur du plomb ou sur du vermillon, & en procure la digestion, rien ne veut s'y dissoudre ; car le liquide qu'on en fait écouler, n'a aucun goût douceâtre de plomb, & le sel commun n'en précipite rien ; & à cet égard les choses se passent autrement qu'avec le reste des acides végétales. Quant au fer, non seulement il le réduit bientôt en *Crocus* par la coction, mais il se char-



ge aussi de quelques unes de ses parties ; à la vérité la solution a peu de couleur ; si l'on y ajoute une solution alcaline, cela se trouble en devenant épais & blanchâtre, mais ensuite il se pose un sédiment, ou *crocus* verdâtre, assez abondant. L'Esprit urinaire le précipite de la même manière.

J'ai dissous une fois un lot de sucre de Saturne dans du vinaigre distillé, & j'y ai jeté une dragme de sel d'Ambre, qui avoit aussi été dissoute dans le vinaigre ; j'ai tout tiré sur une retorte, & j'ai donné à la fin un feu véhément ; il ne s'est élevé à la vérité rien de sensible du plomb ; au contraire le *Caput mortuum* noir & poreux qui est demeuré, s'enflamme aisément, quand il vient à l'air, lorsqu'on brise la retorte, & il brûle comme un Pyrophore ; après quoi il reste une chaux jaune qui ressemble à de la litarge. Il est manifeste que cette inflammation vient de l'accrétion des parties inflammables du sel d'Ambre & du vinaigre qui sont unies au plomb, & que l'air met dans un mouvement intérieur, d'où résulte cet effet.

Toutes les Expériences que j'ai rapportées jusqu'ici suffiront, à ce que j'espère, pour démontrer d'une manière convainquante la foiblesse des fondemens sur lesquels bâaissent ceux qui ont affirmé positivement, qu'il y avoit dans le Sel d'Ambre un acide de Sel, ou de Vitriol. Car, pour ce qui regarde l'acide du Sel, on ne sçauroit nier à la vérité, qu'une bonne partie de l'Ambre ne soit produite par l'eau salée de la Mer ; & le peu de sel, qu'on tire de l'Ambre crud en le faisant bouillir avec de l'eau, ou celui qui se trouve dans le *Caput mortuum* d'Ambre tout à fait brûlé, doivent bien venir de ce qu'il s'est attaché extérieurement à l'Ambre quelque chose de la salure de la mer ; mais cela ne parvient point jusqu'au sel volatil acide ; & l'Expérience qu'on allègue pour le prouver, savoir que l'Ambre crud avec deux parties de Salpêtre détone, & qu'à la fin il en sort quelque quantité de Sel commun ; cette Expérience, dis-je, demande encore bien des précautions, malgré ce qu'on observe encore, que le Sel qui reste après la détona-



détonation & la séparation, précipite le plomb & l'argent sous une forme blanche. Car il se peut que le Salpêtre ait été impur, & qu'il ait contenu quelque portion de Sel, comme cela arrive ordinairement, quand on ne l'a pas exactement épuré; & il faut bien que dans la détonation tant la partie huileuse que la partie acide de l'Ambre soyent détruites. De plus les alcalis précipitent aussi l'argent & le plomb de l'eau forte sous une forme blanche; ainsi l'on ne sauroit tirer aucune conséquence de cette couleur. On auroit dû essayer, si l'argent se réunissoit aussi en Lune cornue, ou si la chaux précipitée, mêlée avec le régule d'Antimoine, donnoit aussi un beure d'Antimoine. Je vais plus loin encore, & je dis qu'il a pu aussi s'engendrer, ou se composer, quelque chose de l'acide du Sel. Au contraire rien n'empêche de croire, que, quand on fait l'extraction de l'ambre crud avec l'huile de Tarte par défaillance, & qu'on en fait la filtration six fois tous les quinze jours, il en sort un sel commun, qui avec l'huile de Vitriol pousse en vapeurs un Esprit de sel; mais ce sel n'est autre chose que le peu de Sel marin, qui s'est attaché à la surface de l'Ambre, & que j'ai dit pouvoir en être séparé, ou simplement par l'extraction avec l'eau, ou en le tirant du *Caput mortuum* calciné: mais ce n'est point là notre Sel volatil acide distillé d'Ambre. On se trompe aussi en croyant qu'il n'y a que le Sel commun qui décrépite sur les charbons; cela arrive également au Tarte vitriolé.

Les preuves destinées à établir, que l'acide de l'Ambre doit avoir la propriété vitriolique, ou procéder du Vitriol, sont pareillement insuffisantes. Il est bien vrai que l'huile de Vitriol se mêle avec le sel d'Ambre tout à fait tranquillement, sans aucune effervescence, & sans qu'il en sorte de vapeurs; mais cela n'arrive pas parce que ce sont des matières homogènes, il faut l'attribuer à ce que la matière molle & huileuse adoucit l'acide du Vitriol, & l'enveloppe. Pour en être convaincu, il n'y a qu'à prendre un morceau de Tarte, ou un morceau de sucre, ou des fleurs de *Benzoe*, & y verser de l'huile de Vitriol
goutte



goutte à goutte, on verra alors que cette huile s'imbibe de même tout doucement, sans effervescence ni vapeur. Dans tous ces Corps il y a manifestement un acide, mais qui est toujours uni en quelque sorte avec des parties grasses ou inflammables ; cependant personne ne s'avisera de soutenir qu'on doit en conclure, que l'acide du Tartre, du sucre, & de fleurs de *Benzoe*, est de la même nature que l'acide du Vitriol.

Enfin tout ce qui a été dit dans ce Mémoire, met en état de juger aisément de ce que l'on doit se promettre des compositions artificielles d'Ambre qui ont été proposées jusqu'à présent par *Glauber*, *Boccone*, *Le Mort*, *Neumann*, & d'autres : c'est qu'elles ne remplissent point l'attente qu'ils en font concevoir. Ce ne font pour l'ordinaire que des Résines coagulées, ou des corps bitumineux, qui ne donnent point sur les charbons une odeur d'ambre, ne produisent point dans la distillation notre Sel volatil acide, & n'ayant point la dureté propre à l'Ambre, ne sçauroient être réputés la même matière. Et quand même on viendrait à bout d'imiter parfaitement l'Ambre avec l'acide du sel, ou du Vitriol, il n'en résulteroit pourtant pas encore, que le sel acide d'Ambre qu'on en tireroit, dût être d'une nature saline, ou vitriolique ; mais l'on seroit seulement d'autant plus convaincu par là, que ces acides, par une union particulière, & plus étroite avec les parties inflammables, se transforment en une autre sorte d'acides, & ne conservent plus la nature & les propriétés qu'ils avoient auparavant. L'existence d'un acide universel peut servir à expliquer comment cet acide devient un acide végétale, & repandre du jour en même tems sur la grande & vaste Science du *Metaschematisme*, ou de la Transformation des Sels. Car la conséquence palpable de toutes les Expériences précédentes, c'est que le Sel volatil d'Ambre n'est, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide ordinaire de Vitriol, mais qu'il ressemble dans le plus grand nombre de points à l'acide végétale ; comme réciproquement es fleurs de *Benzoe*, en égard à leur sublimation sèche & à quelques autres



autres circonstances, ont beaucoup de rapport avec notre Sel, suivant que M. *Neumann* l'a déjà remarqué, avec cette différence seulement que celui-ci, à cause de la quantité de ses parties résineuses, se dissout très promptement dans l'Esprit de vin, tant simple que très rectifié, & qu'il lui donne un goût fort piquant.

Rien ne seroit plus efficace pour opérer une entière conviction, que de pouvoir produire un Sel d'Ambre par voye de composition ; & l'on a essayé s'il étoit possible de le tirer du mélange & de la digestion du Tartre crud & de l'huile d'Ambre, ou de l'*oleum petreæ* ; mais jusqu'à présent cela n'a pas voulu réussir. Il arrive souvent que la longueur du tems pendant plusieurs siècles amène à la fin de semblables compositions, qu'il n'est pas aisé à la Chymie d'effectuer par des voyes plus abrégées.





EXAMEN CHYMIQUE

DU BOIS DE CEDRE,

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

L

Ce Mémoire a pour objet unique l'examen du bois de Cédre, tel qu'on l'apporte ici à l'ordinaire pour le vendre, dépouillé de son écorce, & dont le bois blanc qui touche immédiatement à cette écorce, est même presque entièrement détaché. Ce n'est donc que la partie rouge & odoriférante de ce bois, qui a été employée à mon travail; & c'est d'elle seule qu'il faut entendre toutes les recherches dont je vais rendre compte.

II. L'Arbre duquel on tire ce bois, dit de Cédre, porte les noms suivans ;

Abies foliis fasciculatis acuminatis Linnæi,
Larix orientalis, fructu rotundiori obtuso Turnefortii,
Cedrus Hebræorum Libani Et Palestina præcelsa Adamii Lobelii, &
Cedrus conifera foliis laricis Caspari Bauhini,

Cet Arbre croit sur les Monts *Liban, Taurus & Amanus*, quoique ce ne soit pas en grande quantité; au contraire on le trouve aujourd'hui beaucoup plus abondamment en Afrique, dans le Royaume de Congo, où les habitans employent ce bois à construire des Vaisseaux. On en trouve aussi dans les Isles *Terceres*, dans la Nouvelle Espagne, dans la Virginie, & dans la Floride.



III. Quoique le bois de Cédre appartienne à l'espece des pins, sapins, & autres arbres qui donnent de la résine & de la therébentine; il s'en distingue cependant par sa légèreté particulière, aussi bien que par sa couleur rouge, & par son odeur agréable; ce qui fait aussi que l'huile essentielle, séparée de ce bois de Cédre, est fort différente de celle qu'on tire des autres bois que je viens de nommer. C'est ce que la suite de ce Mémoire fera voir plus au long.

IV. Je viens à présent au fait, & je rapporte les opérations Chymiques que j'ai faites sur le bois de Cédre, après la lecture desquelles chacun pourra aisément juger en quoi il diffère des autres bois dans l'espece desquels on a coutume de le placer, & l'on découvrira en même tems les parties qui le constituent. J'ai pris donc quelques livres de ce bois, après en avoir ôté soigneusement ce qui pouvoit encore rester autour de la partie blanche de l'écorce, laquelle n'a point d'odeur; & j'ai rapé le bois même. J'ai mis une livre de ce bois rapé dans un vaisseau à distiller, j'ai versé dessus six à huit quarts d'eau nette, & j'ai procédé à la distillation en la maniere accoutumée, en faisant passer dans un récipient adapté pour cet effet deux ou trois quarts de liqueur distillée; mais j'eus la précaution de séparer la première quarte, comme contenant le plus d'huile essentielle, en changeant le récipient. De cette maniere je tirai toute l'huile essentielle du bois de Cédre, en sorte qu'à la fin il en restoit à peine quelques gouttes, qui ne signifioient plus rien. Après cela je levai toute l'huile qui fumageoit au dessus de ces différentes distillations d'avec l'eau qui étoit au dessus, en me servant pour cet effet d'un verre à séparer; & cela me donna le poids d'un peu plus de deux dragmes d'huile essentielle, que m'avoit fourni une livre de bois de Cédre rapé.

V. Cette huile essentielle est une huile assez épaisse, jaunâtre, ou même souvent assez jaune, & qui a l'odeur du bois de Cédre; elle se dissout assez aisément dans de l'Esprit de vin très rectifié, à un froid médiocre elle s'épaissit & prend plus de consistance, mais à un plus grand



grand degré de froid elle s'épaissit tellement qu'on peut tourner le verre qui la contient, sans qu'il s'en écoule une seule goutte. Ici cette huile essentielle, tirée du bois de Cédre, se distingue tout à fait des huiles qu'on tire des autres especes de bois indiquées au §. III. savoir de l'huile de Templin, de Therébentine & de Pin, qui au plus grand froid ne s'épaissit point. Avec cela cette huile essentielle du bois de Cédre est beaucoup plus pesante que les huiles susdites, puisqu'étant mêlée avec l'Esprit de vin le plus rectifié elle ne s'élève pas si aisément sur l'alembic, que ces autres huiles. Cette même huile de bois de Cédre est aussi beaucoup plus difficile à distiller avec de l'eau, que l'huile de Templin, de Therébentine, & de Pin.

VI. Pour continuer à séparer les autres parties solubles de ce bois, je pris un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé bien fin, je le mis dans une poêle de cuivre nette, je versai dessus une quantité suffisante d'eau froide, je fis cuire ce mélange jusqu'à diminution de la moitié, & exprimai la décoction par un drap. Je fis cuire de nouveau ce qui étoit resté dans le drap avec davantage d'eau, & je continuai jusqu'à ce que l'eau n'eut plus, ni goût, ni teinture; après cela je filtrai les décoctions, & je procurai l'évaporation jusqu'à la consistance d'un Extrait, ce qui me donna 3 v gr. 30 d'Extrait aqueux, ou de premiere gomme. Cet Extrait avoit une odeur assez agréable, jointe à un goût de sel; & avec le tems il se forma à la surface plusieurs petits cristaux salins, qui, suivant toutes les épreuves que j'en ai faites, n'étoient autre chose qu'un sel commun. Ensuite je fis bien sécher le bois qui étoit resté de l'extraction précédente, & je trouvai qu'étant desséché il pesoit encore trois onces & deux dragmes. Je pris cette partie bien desséchée du bois, qui étoit demeurée de l'extraction faite avec l'eau, je la mis dans un alembic, & je versai dessus autant qu'il falloit d'Esprit de vin très rectifié. Je le mis ensuite à une forte digestion, j'en pressai dehors le mixte, & sur ce qui étoit resté après l'expression je mis de nouveau de l'Esprit de vin très rectifié



frais. Je continuai ces extractions, jusqu'à ce que l'Esprit de vin ne prit plus la moindre couleur. Après cela je versai toutes ces extractions ensemble, & je fis l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, jusqu'à ce qu'il restât environ deux onces de liqueur. Je versai ces deux onces restantes dans un petit vase, & je les fis évaporer jusqu'à la consistance d'un Extrait épais ; ce qui me procura encore deux Scrupules d'un Extrait résineux, pur, ou second, qui avoit une fort bonne odeur balsamique.

VII. Je changeai après cela la maniere de procéder à l'extraction, & au lieu de l'eau que j'y avois employée auparavant, je me fervis d'abord d'Esprit de vin. Je mis ensuite un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé dans une cucurbite ; je versai dessus une quantité convenable d'Esprit de vin très rectifié, je couvris la cucurbite avec le chapiteau, j'adaptai un récipient, & après avoir luté les jointures, je fis distiller par la coction dans une coupelle de sable environ deux à trois onces de l'Esprit de vin par dessus ; mais contre mon attente cet Esprit n'eut aucune odeur de bois de Cédre, ce que la pesanteur de l'huile qu'on trouve dans ce bois explique suffisamment. Là-dessus j'exprimai le mixte qui étoit resté dans la cucurbite, je versai sur ce qui demeura après cette extraction de nouvel Esprit de vin très rectifié, continuant cette extraction en remettant toujours de l'Esprit de vin frais, jusqu'à cet Esprit. ne se chargeât plus d'aucune couleur. Après cela je versai ensemble toutes ces extractions, je procédai à l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, & je fis évaporer le reste, suivant ce qui a été dit §. VI. en le faisant parvenir doucement à la consistance d'un Extrait. De cette maniere j'obtins deux dragmes & 30 grains d'Extrait résineux premier, ou moins impur, qui avoit pareillement une odeur balsamique agréable ; surquoi il faut encore remarquer, que cette extraction, quand on extrait premièrement le bois de Cédre avec de l'Esprit de vin très rectifié, prend une fort belle couleur rouge. Après avoir fait sécher le bois qui étoit resté de cette extraction, je le pesai,



pesai, & j'en trouvai trois onces, cinq dragmes, & trente grains. Je fis aussi-tôt cuire ce reste avec de l'eau, & en réitérant plusieurs fois l'affusion de l'eau, la coction, & l'expression, je trouvai les mêmes résultats qu'au §. VI. Enfin je versai toutes ces décoctions ensemble, je les filtrai, & les fis évaporer jusqu'à la consistance d'un Extrait plus épais; ce qui me donna trois dragmes & demie, & dix grains, d'un Extrait gommeux second, ou pur. Je pesai le résidu desséché, & il alloit à trois onces, quatre scrupules, & dix grains; mais je ne trouvai plus dans ce résidu aucunes parties solubles par les deux menstrués, tant par l'eau que par l'Esprit de vin. C'est là donc ce qui forme les parties constituantes séparées du bois de Cédre, autant que ces parties peuvent être séparées sans destruction.

VIII. Il me restoit à savoir à présent, ce que je pourrois tirer du bois de Cedre en le détruisant, c'est à dire, en l'exposant à l'action d'un feu violent, sans employer des menstrués pour le dissoudre. Pour cet effet je pris huit onces de bois de Cédre rapé, j'en remplis une retorte de verre proportionnée, je la mis dans une coupelle de fer, & y ayant adapté un récipient, & tout soigneusement luté, je donnai le feu par degrés jusqu'à l'extrême incandescence. Cela me donna d'abord six dragmes & quinze grains de phlegme & d'huile, qui étoit blanche comme de l'eau; cette huile qui fumageoit, pouvoit aller à vint grains. J'eus ensuite une huile rougeâtre transparente, avec une liqueur tirant à l'acide, qui étoit jaunâtre. Cette distillation pesoit une once & demie & quinze grains, sur quoi l'huile empyreumatique faisoit environ une dragme & un scrupule. Il suivit après cela autour d'une dragme d'une huile empyreumatique avec l'Esprit qui débordoit en même temps, ce qui faisoit en tout sept dragmes. Il sortit encore une dragme d'huile empyreumatique, qui étoit au fonds, & par dessus un Esprit d'un jaune foncé; le tout faisant six dragmes & quinze grains. Tout à la fin, & en donnant le feu le plus fort, il vint une huile épaisse & molle, qui pesoit environ dix grains, & qui se tenoit



au fonds ; cette huile, avec l'Esprit qui la débordoit, alloit en tout à une demi-once & quinze grains. Toute la distillation que j'obtins par ce moyen, montoit à quatre onces & demie, où il se trouvoit environ une demi-once d'huile empyreumatique. Le *Caput mortuum*, qui étoit aussi noir que du charbon, pesoit trois onces.

L'Esprit empyreumatique, qui dans cette distillation avoit débordé après le phlegme, étoit de l'espece de tous les autres vinaigres semblables, & avoit une acidité sensible.

Enfin j'ai aussi brûlé une livre de bois de Cédre à un feu découvert, & je n'en ai pu tirer que quinze grains d'une cendre nette, où se trouvoient quelques grains d'un sel, qui avoit une parfaite ressemblance avec le sel alcali fixe.





RECHERCHES ANATOMIQUES,

I. SUR LA NATURE DE L'ÉPIDERME, ET DU
RÉSEAU, QU'ON APPELLE MALPIGHIEN ;

II. SUR LA DIVERSITÉ DE COULEUR DANS LA
SUBSTANCE MÉDULLAIRE DU CERVEAU
DES NÈGRES.

III. DESCRIPTION D'UNE, MALADIE PARTICU-
LIÈRE DU PÉRITOINE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

*De la nature de l'épiderme, & du réseau qu'on appelle
Malpighien.*

I.

On est dans des sentimens differens sur la nature de l'épiderme, & sur sa couleur dans les Nègres. Les uns prétendent qu'il est blanc, les autres qu'il est noir. J'ai crû que la chose méritoit que je l'examinasse avec toute l'attention dont je suis capable, & que je profitasse de l'occasion favorable que j'en avois, en faisant la dissection d'un Nègre, pour voir si mes Observations pourroient me mettre en état d'ajouter quelque chose à ce que de très habiles Anatomistes ont déjà dit sur ce sujet. Quoique la saison fût incommode, ce Nègre étant mort



mort pendant les Canicules, je n'en fis pas mes recherches avec moins d'exacritude, parce que de telles occasions sont rares ici, & que ceux qui en ont déjà eu de pareilles, se sont plutôt amusés inutilement à conserver le masque noir & l'assemblage des os de cette espee d'hommes, qu'à disséquer leur corps d'une maniere qui puisse conduire à la découverte de quelques vérités utiles.

II. Le 26 Juillet 1753. il mourut un Nègre âgé de douze ans, dans la Maison de M. le Comte de *Neale*, qui a bien voulu rendre au Public & à l'Académie le service de permettre la dissection de ce cadavre. Je l'ai disséqué le lendemain de sa mort ; & comme j'étois dans le dessein d'entrer dans le détail de routes les Observations qui concernent les divers états de l'épiderme, & les changemens qu'y apportent les préparations qu'on lui fait subir, j'ai séparé du tronc un bras & un pied, dont j'ai rempli les vaisseaux, en y injectant une matiere céroëuse ; ce qui a parfaitement bien réussi, en sorte qu'à travers la peau noirâtre on voyoit l'épiderme d'un rouge très vif.

III. Je n'ai pas trouvé que la peau eut la même noirceur par toute la surface du corps ; au contraire j'ai trouvé qu'elle étoit tout à fait différente, & qu'elle répondoit à la plus grande ou moindre épaisseur de la peau & de l'épiderme, à l'exception de la paume de la main & de la plante du pied. En général la peau du corps étoit plus délicate que celle des Blancs ; & surtout au visage elle étoit tout à fait déliée & polie. Sa couleur dans cette partie étoit brunâtre, ou un peu plus noire que la couleur cendrée. A la nuque, où la peau & l'épiderme avoient plus d'épaisseur, le noir étoit plus foncé ; & la noirceur alloit en augmentant dans le dos, jusqu'à ce que tout au bas, vers l'*os sacrum*, elle étoit à son plus haut degré. C'étoit aussi dans cet endroit, & au plus haut de la cuisse, surtout dans la région du grand *trochanter*, que la peau & l'épiderme étoient le plus épaissies ; & l'on trouvoit des particules desséchées d'une couleur cendrée, adhérentes à l'épiderme, en plus grand nombre vers l'*os sacrum*, & la partie supérieure



rière de la cuisse. La peau de la poitrine étoit tendre, & généralement plus pâle que celle du dos ; vers les mammelles elle étoit d'un jaune tirant sur le noir. Un épiderme tout-à fait noir, épais, & que la friction rendoit raboteux, couvroit la peau du coude & de l'olécrane ; mais depuis la fléchissure du coude jusques vers la main, la noirceur alloit insensiblement en décroissant, jusqu'à ce qu'au dos des doigts elle devenoit cendrée, & dans la paume tout à fait blanche, & pareille à la notre. Il en étoit de même à la plante du pied, qui ne différoit en rien de celle des Européens. Tout comme à l'avant-bras, la couleur noire de la peau alloit insensiblement en décroissant jusques vers le bas du pied, de sorte que celle des chevilles étoit d'un noir jaunâtre, & celle du dos du pied d'une couleur cendrée. La peau de l'abdomen, qui étoit couverte d'un épiderme assez épais & raboteux, surpasseoit en noirceur celle de presque tout le reste du corps, si l'on excepte celle qui couvroit le bas du dos autour de l'os sacrum, les fesses, & les épaules.

IV. Dans la peau, surtout des cuisses, il y avoit des tâches noires dispersées, & qui présentoient une apparence différente de celle du reste de la peau. Ces places étoient des cicatrices de la petite vérole, qu'il avoit eue un an avant sa mort. Ces endroits de la peau étoient réellement de la même noirceur que le reste, & ne paroissoient différens qu'à cause que leur cuticule qui étoit plus mince, environnoit de petits cercles plus enfoncés que le reste de la peau, & étoit ensuite entourée d'une cuticule plus dure, ce qui formoit au milieu une espèce d'élévation.

V. Ces marques de petite vérole, pareillement recouvertes d'un épiderme noir, sont très propres à expliquer l'origine de l'épiderme & de sa couleur noire ; mais il faut auparavant donner ici une explication plus exacte de la manière dont l'épiderme, après avoir été détruit, s'engendre de nouveau.



VI. Au commencement de la petite vérole, savoir dans le temps de l'éruption, l'endroit où elle naît, se distingue à peine du reste de la peau ; la peau jaunît seulement un peu, & il se fait un gonflement d'une couleur cendrée à l'endroit où est la pustule : de sorte que c'est plutôt par les autres symptômes que par l'inspection du corps, qu'on peut reconnoître cette maladie, & en juger. Ensuite, pendant la supuration, les petites vessies s'élevent de plus en plus, & prennent une couleur plus jaunâtre, différente de celle du reste de la peau. Le tems nécessaire pour que la petite verole sèche & tombe, est plus long pour les Nègres que pour nous ; & les grains demeurent quelquefois à demi-fecs pendant trois ou quatre semaines. Quand après cela la croute de la petite verole s'en est allée, la peau paroît au commencement jaunâtre, d'où elle passe insensiblement à un jaune noirâtre, la cuticule est brillante & fort déliée ; mais deux ou trois mois après la chute des croustes, elle devient plus dure, & en même temps plus noire, jusqu'à ce qu'elle se retrouve au même degré de noirceur avec le reste de la peau, dont elle ne diffère plus que par l'épaisseur ; c'est pourquoi la peau épaisse qui environne, paroît en même temps un peu moins noirâtre. L'épiderme descend aussi profondément dans le cercle extérieur de la cicatrice de petite vérole ; c'est pourquoi, après l'avoir levée, on la trouve plus large que la partie de la peau qu'elle avoit couverte. En général la même chose a lieu dans tout l'épiderme, savoir qu'après être séparé de la peau qui est dessous, il a beaucoup plus d'étendue que la peau même, ou forme une surface plus grande qu'elle, parce qu'il descend dans les sillons mêmes de la peau, & n'est pas susceptible de contraction comme elle. C'est ce qui paroît surtout au nombril, qui dans tous ses profonds replis est couvert d'une peau noirâtre, qui est le double plus grande que la peau même du nombril, aussi bien que dans les mammelons, qui sont profondément revêtus dans tous leurs sillons d'un épiderme fort étendu.

VII. L'épiderme est adhérent partout à la peau ; premièrement par le moyen d'une mucofité qui est noire dans les Nègres ; en
second



second lieu, par les racines des poils qui prennent naissance dans la peau, & qui sont enveloppés extérieurement de l'épiderme. De là vient que cette adhésion est plus ou moins forte en differens endroits. Il n'y a presque aucune partie du corps, à l'exception de la paume des mains & de la plante des pieds, où l'épiderme n'ait cette double liaison avec la peau. C'est pour cela que partout, dans la poitrine, la peau de l'abdomen, le cou, les épaules, les bras, le dos, les cuisses, & les chevilles, l'épiderme a du côté qui est tourné vers la peau une infinité de petites racines blanches transparentes, qui manquent entierement dans les endroits qui couvrent la paume de la main & la plante du pied. Ces petites racines forment la connexion très étroite qui se trouve entre l'épiderme & la peau, en sorte qu'on ne peut les séparer qu'en dissolvant par la macération la liaison solide des fibres celluleuses de la peau, parce que c'est alors seulement que ces petites racines adhérentes à l'épiderme abandonnent la peau.

VIII. Comme les Auteurs se partagent en divers sentimens au sujet de ces petites racines, les uns les prenant pour des ligamens, les autres pour des vaisseaux qui se trouvent parmi les racines des poils qui entrent dans l'épiderme, j'ai apporté tous mes soins à m'assurer de leur nature. Ces petites racines arrachées, paroissent à la simple vue transparentes, & remplies en dedans de rayes noires ; mais par le moyen d'un Microscope qui grossit presque infiniment les objets, j'ai vu de la maniere la plus distincte, qu'il n'y a rien qui sorte de cette surface intérieure de l'épiderme, à l'exception des racines brillantes des poils, qui sont pourvus de petits bulbes oblongs & blanchâtres. Mais, pour me procurer une plus grande certitude, s'il y a des vaisseaux qui se rendent à l'épiderme, j'ai fait macérer dans l'eau, trois semaines pendant les Canicules, le bras & le pied que j'avois fort soigneusement rempli de matiere injectée. Pendant cet espace de temps pour l'épiderme qui couvroit la peau du reste du corps s'étoit dissous, en sorte qu'il étoit tombé de lui-même, la membrane muqueuse, ou



le réseau Malpighien, ayant été réduite en une liqueur brune. Mais l'épiderme des parties injectées conserva une adhérence très ferme. En recherchant avec toute l'application possible la cause de ce phénomène, j'ai trouvé qu'il n'y avoit absolument aucun petit vaisseau rempli, qui joignit l'épiderme avec la peau ; mais ces petites racines, ou les bulbes des poils, s'étoient engagées avec beaucoup plus de force dans la peau ; & c'étoit-là la véritable raison de cette adhérence si étroite. En effet les vaisseaux cutanés ayant été premièrement remplis avec toute l'exactitude possible, pouvoient mieux résister à la corruption & à la dissolution ; tandis que les fibres plus roides, & mieux appliquées les unes contre les autres, retenoient avec plus de force les bulbes des poils plus étroitement engagés dans l'épiderme. Aussi, en faisant au bout de trois semaines la séparation de l'épiderme, la plupart des petits bulbes des poils demeurèrent dans la peau, tandis que dans le même tems ils sortoient tous d'eux-mêmes de la peau qui n'avoit pas été injectée. Il en fut tout autrement de l'épiderme des paumes des mains & des plantes des pieds. Comme ces racines des poils y manquoient, dès le 8 ou 10 jour l'épiderme se sépara entièrement de ces parties & des doigts, quoique la peau y fut très rouge & fort exactement remplie. Je la conserve encore, & l'on n'y peut appercevoir au Microscope aucun petit point, où les vaisseaux qui traversent la peau ne s'offrent à la vue parfaitement remplis. Mais il n'y a pas le moindre de ces vaisseaux qui se rende à l'épiderme, & qui en s'y répandant s'y termine. D'ailleurs assurément, si la liaison étroite de l'épiderme avec la peau se faisoit par le moyen des vaisseaux, il faudroit qu'elle fut plus forte encore aux paumes & aux plantes que dans les autres endroits, puisque les vaisseaux y abondent, & qu'elles paroissent toutes rouges après une copieuse injection. La même chose arriva en faisant cuire la peau avec l'épiderme. Car l'ayant mis ensuite à macérer dans un même vase d'eau avec un morceau de peau non cuite, elle ne se sépara pas de la peau, mais elle y demeura fermement attachée. La raison en est la même, sçavoir que les fibres cel-

lu-



luleuses de la peau, mieux unies entr'elles par la coction, tenoient plus serrées ces racines, ou bulbes des poils, & rendoient ainsi la liaison de l'épiderme avec la peau plus étroite.

IX. Mais il se présente ici une question, sur la maniere dont l'épiderme, dans les diverses parties du corps, se sépare de la peau ; dont l'examen peut contribuer encore à nous en faire mieux découvrir la nature. J'ai déjà indiqué deux causes d'adhésion, sçavoir la membrane muqueuse, ou le réseau Malpighien, & les racines des poils, parmi lesquelles on compte les petits vaisseaux qui percent & exhalent en dedans & en dehors ; après la destruction desquelles racines, ou vaisseaux, la liaison de l'épiderme avec la peau ne subsiste plus.

X. La macération dissout insensiblement cette membrane muqueuse, & dans les Nègres la réduit en une liqueur noire. Dans l'état naturel cette mucosité n'est pas toujours également fluide, mais lorsque la cuticule a été tout fraîchement séparée, les particules en sont fortement cohérentes, & elle tient avec tant d'opiniâtreté à l'épiderme qu'il n'y a presque alors aucun moyen de l'en séparer. Mais si vous prenez ce même épiderme, qui après la macération se détache fort aisément de la peau & de la membrane muqueuse, après la dissolution de celle-ci, & que vous le mettiez dans l'esprit de vin, la mucosité s'épaissit, & l'adhérence à la peau redevient fort étroite. Cela fait bien voir, que ce réseau Malpighien n'est autre chose qu'une liqueur muqueuse épaissie en une membrane, que la putréfaction & la macération dissolvent fort aisément, tandis que la peau & l'épiderme conservent le tissu ferme de leur structure. C'est en général la nature des liqueurs muqueuses & lymphatiques du corps humain, que l'esprit de vin les épaissit, au lieu que l'eau en procure une prompte solution. La même liqueur muqueuse exposée à l'air s'épaissit, & forme une croute semblable à de la corne.

XI. Mon illustre & respectable Maître, M. de *Haller*, dans l'incomparable Ouvrage qu'il a intitulé *Essai de Physiologie*, a conjecturé



que c'étoit de cette maniere que s'engendroit l'épiderme ; & je vais confirmer cette opinion, tant par la voye du raisonnement que par celle des Expériences. Les Anciens, & entr'autres *Vesalius* (*), ont appelé la cuticule l'*efflorescence de la peau* ; & le célèbre *Morgagni* y a apporté quelque correctif, en disant (**) que l'épiderme étoit la surface extérieure de la peau, ou une petite lame comprimée par l'air. *Ruyfch* nomme positivement (***) l'épiderme, l'*efflorescence des papilles nerveuses*. *Leuwenhoek*, & après lui le grand *Boerhaave* (****), avancent que la réunion des extrémités des vaisseaux exhalans forme l'épiderme. Enfin *Garengeot* est dans l'idée, que l'épiderme est une croûte, qui se forme de l'endurcissement de la mucosité cutanée, ou du réseau Malpighien.

XII. La couleur de l'épiderme des Nègres démontre au premier coup d'oeil qu'il est entierement séparé de la peau même, & qu'on ne sçauroit le prendre pour la surface extérieure de cette peau durcie. Car on voit une peau parfaitement blanche sous la mucosité noire & sous l'épiderme ; & cette mucosité se dissout facilement en liqueur, ce à quoi on ne réduira jamais la peau même. Là même où il n'y a point de vraie peau, & où la continuité est interrompue, comme au nombril, la cuticule existe pourtant, & se trouve cohérente partout, & elle ne finit point avec la peau dans la partie coupée du nombril. Il n'y auroit point de raison non plus, pourquoi dans les places gâtées par la petite verole, l'épiderme noir se produiroit dans un Nègre qui se trouve transplanté dans nos régions septentrionales, tandis qu'il revient blanc aux naturels du pays ; & cela fait voir de plus en plus que l'épiderme est une substance particuliere tout à fait differente de la peau.

XIII.

(*) *De humani corporis fabrica*, L. II. C. 5. p. 1555.

(**) *Adversar.* II. *Animadvers.* 3.

(***) *Thef. Anat.* II. *Ass.* IV. n. 6. & *Th.* IX. *Ass.* II. n. 37.

(****) *Instit. rei medicae, cum Comm. Halleri*, Vol. III. p. 537.



XIII. Son insensibilité est une preuve suffisante, qu'il ne doit point être pris pour une excrescence des petites papilles nerveuses. L'augmentation de l'épiderme ne fait point accroître le sentiment ; au contraire il l'émousse. Ce n'est pas que les nerfs ne puissent contribuer en quelque chose à la génération par le moyen des vaisseaux exhalans ; mais cela ne met nullement en droit de l'appeller une excrescence des nerfs, y ayant une différence totale entre un vaisseau, & la liqueur qu'il contient, ou qui en sort par voye d'excrétion. Suivant ce sentiment l'épaisseur de l'épiderme devrait être en proportion avec les nerfs, ce qui n'a point lieu dans le corps humain. Il se distribue aux lèvres une quantité immense de nerfs, qui sont pourtant revêtus de l'épiderme le plus mince ; par exemple, à la plante & sur le dos du pied la quantité des nerfs est petite, eu égard à l'étendue de ces parties, & cependant la cuticule est fort épaisse. Ajoutez dans le cas dont il s'agit ici, la couleur blanche des nerfs, & la couleur noire de l'épiderme ; ce qui ne devrait pas avoir lieu, si l'épiderme tiroit son origine des nerfs.

XIV. Que ce soit la réunion des petits tuyaux des vaisseaux qui forme l'épiderme, c'est une supposition que la vue seule détruit ; il paroît plutôt, lors-même qu'on le considère au meilleur Microscope, soit sec, ou humide, que c'est un tissu continu, & sans aucun trou visible. D'ailleurs l'épiderme s'engendre également dans les endroits du corps, où il n'y a point de vaisseaux exhalans qui portent leurs embouchures, comme dans une cicatrice que vous trouvez également garnie partout d'épiderme, & dans le nombril où il descend profondément jusqu'aux derniers replis des vaisseaux umbilicaux coupés, & de là vient qu'il a plus d'étendue que le nombril même, quoiqu'il n'y ait là aucune véritable peau, mais plutôt une ouverture, qu'on peut fort bien appercevoir dans les dilations causées par les hernies, ou par la grosseffe. Il en est de même des marques de petite vérole, que l'épiderme couvre partout. C'est ce qui ne me permet pas d'adopter cette



te opinion qui attribue à l'épiderme une structure organique. Elle est outre cela exposée à la même difficulté que la précédente, savoir celle de la couleur noire de l'épiderme, tandis que les vaisseaux dans un Nègre sont partout de la dernière blancheur, ce qui rend tout à fait vraisemblable, que leurs extrémités devroient conserver la même couleur.

XV. Je vais donc me servir des Observations que j'ai faites dans la dissection du Nègre dont il s'agit dans ce Mémoire, pour tâcher de déterminer, quelle est la nature de l'épiderme, & comment-il diffère du réseau qu'on nomme *Malpighien*.

XVI. Partout où l'épiderme est étendu sur la peau, on trouve au dessous une membrane muqueuse, qui dans les Nègres est noire, ou d'un brun fort foncé. C'est cette membrane à laquelle *Malpighi* a donné autrefois le nom de *réseau*, estimant que c'étoit une véritable membrane, & que les nerfs & les autres vaisseaux la perçoient en forme de réseau. Il n'est pas difficile d'en faire la préparation dans une langue de boeuf, ou de mouton, cuite; car la cuisson, en l'endurcissant, lui donne de la cohésion, & l'apparence d'une membrane; mais cela ne réussit pas de même avec une langue humaine, beaucoup moins avec de la peau de Nègre cuite. C'est pourquoi les plus célèbres Anatomistes, & principalement, M. de *Haller*, ont révoqué en doute la substance membraneuse de cette mucofité. Mais il n'y a personne qui ne puisse arriver à la conviction sur ce sujet par la voye des Expériences.

XVII. Dans le corps humain, il n'y a point d'autre partie que la lymphe muqueuse, dont la cohésion viscide forme des membranes, qui, surtout lorsqu'elles sont encore toutes fraîches, & que l'air ou la chaleur ne les ont point desséchées & durcies, peuvent être aisément dissoutes, & réduites en un fluide, par la macération & la putréfaction; tandis que l'air & l'esprit de vin les durcissent. C'est ce qui arrive au
réseau



réseau Malpighien. Aussi-tôt que la peau macérée dans l'eau éprouve la dissolution, cette mucosité noire qui est entre la peau & l'épiderme se dissout pareillement ; d'abord elle devient molle, & l'on peut la séparer aisément de l'épiderme, auquel elle tient avec force ; quand la peau est fraîche ; & alors elle a une extrême ressemblance à cette mucosité pituitaire, ou morve, qui s'attache à la membrane des narines. Cette matiere muqueuse, brune dans les Nègres, n'existe pas partout dans la même quantité, mais elle est beaucoup plus abondante, là où la cuticule est plus épaisse, comme aux cuisses, aux fesses, au dos, à l'abdomen, & en moindre quantité à la poitrine, au visage, sous les aisselles ; & on ne sçauroit seulement l'appercevoir aux plantes des pieds, & aux paumes des mains, où la couleur brune manque. Cette mucosité est si molle qu'on peut aisément l'enlever avec le couteau, elle s'épaissit dans l'esprit de vin, & prend la forme d'une membrane ; ce qui lui arrive aussi, lorsqu'elle se dessèche ; mais ensuite, lorsqu'on la considère au Microscope, on reconnoit que ce n'est point une membrane continuë, mais que cette matiere en se desséchant s'est réunie en bandes noires, plus ou moins épaisses, & qu'il y a par ci par là sur la peau des espaces où cette mucosité noire manque. Si l'on continuë plus longtems la macération, la mucosité se dissout entierement sous l'épiderme, & se mêle parmi l'eau qui s'insinuë entre la cuticule & la chair, formant une liqueur brune. Quand cette solution est achevée, toute la cohésion de l'épiderme avec la peau cesse, il s'en sépare entierement, & cette liqueur rassemblée remplit l'espace entre l'épiderme lâche & la peau. Cependant la structure de l'épiderme demeure ferme ; & une macération longtemps continuë ne suffit pas pour la détruire. Cette mucosité noire est répandue partout ; elle est adhérente à l'épiderme même dans les plus profonds replis du nombril, & tant que la peau est fraîche, elle ne le quitte jamais ; mais l'épiderme avec la mucosité qui lui est adhérente, en forme de membrane noire, se détachent sans peine de la peau qui est parfaitement blanche. Cette membrane muqueuse noire ne peut ensuite



être séparée de l'épiderme par d'autre voye que par la macération & la putréfaction. Mais, lorsqu'on fait macérer dans l'eau la peau avec la cuticule jusqu'à putréfaction, cette membrane muqueuse brune devient plus adhérente à la peau, & abandonne avec beaucoup de facilité la cuticule. J'en conserve la preuve dans des morceaux de peau de plusieurs parties du corps, auxquels cette membrane muqueuse tient toute entière, après s'être détachée d'elle-même de l'épiderme, dont la couleur est cendrée.

XVIII. Nous apprenons par cette séparation, que tant que la membrane muqueuse n'est pas privée de sa viscidité, elle fait presque un seul corps continu avec l'épiderme ; car elle y entre, & s'insinue très étroitement dans les plis, rides, & cavités innombrables de l'épiderme. Mais, lorsque la macération dans l'eau a privé cette membrane de sa viscidité glutineuse, & que les plis de l'épiderme sont relâchés, elle s'attache à la surface visqueuse & plus molle de la peau, & à ses plis, en quittant la surface de l'épiderme, qui est plus sèche.

XIX. Cette membrane muqueuse couvre partout les petits mammelons de la peau ; les poils qui sortent de la peau, passent au travers, & il est assez probable que les vaisseaux exhalans se terminent sous elle, & au dedans d'elle ; car après l'injection on ne voyoit pas le moindre petit vaisseau qui la traverse, quoique tous les points de la peau eussent été très exactement remplis de la liqueur cereuse rouge dont elle avoit été injectée.

XX. En recherchant la nature de cette membrane muqueuse noire, je soumis d'abord à un Microscope qui grossissoit extrêmement les objets, de petits morceaux de peau, auxquels cette mucofité étoit adhérente, secs & récemment détachés, & je les examinai attentivement, pour voir si je découvrois des rayes teintées, ou de petits vaisseaux remplis de cette couleur noire. Mais tous mes soins furent in-

utiles ;



tiles ; je trouvai au contraire sous cette mucosité noire une peau très blanche, & dont la blancheur éclatoit dans l'endroit où elle avoit été coupée, sans qu'il fut possible d'y observer aucune raye noire, ni aucun petit vaisseau de la même couleur. Ces Expériences m'ont convaincu, que cette mucosité, telle qu'elle se trouve adhérente sous la cuticule, c'est à dire noire, n'étoit point sortie ainsi des vaisseaux cutanés par sécrétion, mais qu'elle avoit plutôt été jaune au commencement, & qu'ensuite en séjournant sous l'épiderme elle y avoit noirci. La chose ne paroitra point impossible à ceux qui sont versés dans la dissection des corps. Il est assez ordinaire de trouver dans les ovaires des personnes âgées, ou dans ceux qui sont squirreux, des taches noires, au lieu des petites vésicules qu'on nomme communément oeufs, & qui dans l'état naturel sont remplies d'un suc jaunâtre facile à coaguler. On a même coutume de rencontrer, sous les cicatrices des ovaires, au lieu du corps jaune, un pareil petit corps noir, lorsqu'il s'est écoulé quelques années depuis la rupture du petit oeuf qui s'est détaché. Mais la régénération même de la mucosité noire dans le corps vivant des Nègres, prouve qu'originellement elle étoit jaunâtre. J'ai remarqué ci-dessus §. VI. l'état de l'épiderme des Nègres dans les endroits marqués de petite vérole. Quand la croûte des pustules est tombée, on apperçoit une tache jaunâtre, qui s'obscurcit ensuite insensiblement, en sorte qu'au bout de quatre semaines elle paroît d'un jaune cendré ; ensuite elle devient tout à fait cendrée, jusqu'à ce qu'au bout d'environ trois mois elle prend la couleur noire de tout le reste du corps. Je suis presque certain que le même changement arrive dans la playe du nombril coupé, & qu'en général les playes des Nègres reprennent de la même manière leur cuticule avec sa noirceur ; quoique je n'aye pas encore eu d'occasion de faire cette Observation par moi-même.

XX. Je ne sçautois donc goûter ce que *Santorinus* a avancé là-dessus (*), en attribuant au foye cette sécrétion de la liqueur noire

M 2

qui

(*) *Observat. Anat. Venet* 1714. Cap. I. §. II.



qui est sous la cuticule, vû que le foye des Nègres, tant à l'égard de sa couleur que de sa structure, ne diffère en rien de celui des Blancs, comme je puis l'assurer avec certitude. La graisse sous-cutanée dans les Nègres est d'une couleur un peu plus jaune que la nôtre ; de manière qu'il est assez probable que cette graisse, en transsudant par les pores de la peau, & en se répandant sous la cuticule, se mêle avec la liqueur qui sort par sécrétion des vaisseaux cutanés, & qu'avec le tems elle en augmente la noirceur. Cette opinion paroît être confirmée par la plus grande tenacité qu'a la liqueur muqueuse dans le corps vivant des Nègres ; d'où vient que leur petite vérole tombe & se dessèche plus lentement : & c'est aussi à cela qu'il faut attribuer l'odeur, le poli, & l'espece de brillant qu'a la peau des Nègres, qui est plus huileuse & sent plus le rance que celle des Blancs. Les nerfs exhalans y contribuent peut-être aussi en quelque chose ; & ce soupçon sera confirmé ci-dessous, lorsque je rapporterai la dissection du cerveau de ce Nègre. Pour ce qui regarde la structure cribreuse de cette membrane muqueuse brune, telle que *Malpighi* l'a représentée, il n'y a dedans d'autre fondement que les petites élévations dans les endroits où aboutissent les extrémités des mammelons ; car d'ailleurs la mucofité enduit partout la peau d'une manière uniforme.

XXII. Mais passons présentement à la nature & à la génération de l'épiderme même. J'ai déjà indiqué ci-dessus §. II. les sentimens de divers Auteurs dont les uns veulent que ce soit une partie de la peau desséchée, les autres un tissu organique, & quelques uns une production des humeurs qui sortent du corps par excretion. L'épiderme des Nègres va nous donner des notions plus certaines sur la véritable nature de l'épiderme en général ; & sa couleur, différente de celle de la peau, fera d'autant plus favorable à nos Observations.

XXIII. La couleur de l'épiderme des Nègres est cendrée, tirant un peu sur le noir. Quelques Auteurs, comme *Milpighi*, & *Littre*, ont avancé qu'il étoit blanc ; mais j'ai peine à comprendre ce qui



qui a pû leur faire naître cette idée. Car cet épiderme mis dans l'esprit de nitre ne blanchit pas ; il y devient jaune, comme mes propres Expériences me l'ont appris. Mais cette opinion avoit déjà été détruite par les Expériences des célèbres Anatomistes, *Ruyfch*, *Albinus*, *Winslow*, & *de Haller* (*), qui déclarent tous que la couleur de l'épiderme des Nègres est cendrée, comme elle l'est en effet. Mais *Santorinus* (**), *M. Morgagni* (***), à la vérité d'après une Observation ancienne, & *Ruyfch* (****), dans les premiers Ouvrages, décrivent cet épiderme comme noirâtre. Peut-être que ces Savans n'ont considéré l'épiderme, que lorsque la membrane muqueuse y étoit encore adhérente ; mais, quand on a fait dissoudre cette membrane par une longue macération, & qu'on l'a raclée toute entière d'après l'épiderme, celui-ci se manifeste d'une couleur cendrée. Mais il n'y a pas moyen de le rendre blanc, ni par la plus longue macération, ni par la coction, ni en le faisant sécher ; il conserve toujours sa couleur d'un brun cendré. Je suis donc en état de certifier, après le grand nombre d'Expériences que j'ai faites dans cette vue, que partout où la peau des Nègres paroît noire, elle est couverte d'une cuticule de couleur cendrée. Mais dans le Nègre en question elle étoit tout à fait blanche aux plantes des pieds, aux paumes des mains, dans la bouche, & dans les parties internes du corps ; & il n'y avoit aucun vestige d'une mucofité noirâtre sous la cuticule de toutes ces parties : la peau qui y étoit tout à fait blanche, étoit couverte d'une mucofité blanche, & d'un épiderme de la même couleur. La noirceur de la peau décroît insensiblement en approchant de ces parties, de sorte qu'à la main comme au pied le dos des doigts est vers le milieu d'un brun clair, jusqu'à ce que la couleur blanche se déclare entièrement aux paumes & aux plantes. La cuticule étant ensuite séparée, il parut que, comme

M 3

la

(*) *Comment. in Inst. Boerhav.* Vol. III. p. 555. not. d.

(**) *Lib. cit.* Cap. I. pag. 2.

(***) *I. cit.* Anim. IV.

(****) *Thes. Anat.* II. Art. V. n°. 13.



la couleur noirâtre alloit en décroissant vers la paume, cette mucosité noirâtre alloit toujours en diminuant à proportion, de façon qu'elle s'éclaircissoit & paroïssoit blanche vers l'endroit du doigt qui touchoit à la paume. Cela me fit croire que cet épiderme, lorsqu'il seroit séparé du doigt, paroïtroit blanc. Pour m'en assurer, je fis dissoudre la mucosité par voye de macération, & je la raclai soigneusement d'après l'épiderme ; mais la couleur cendrée & grise de l'épiderme des doigts demeura toujours la même qu'auparavant, de maniere que son plus ou moins de noirceur répondoit toujours exactement aux mêmes nuances dans la couleur de la membrane muqueuse ; la peau d'ailleurs est également blanche dans ces endroits, & par tout le corps, mais l'adhérence de la membrane muqueuse y étoit moins forte que dans les autres parties.

XXIV. Il y a donc une différence essentielle entre la substance de la peau, & celles de l'épiderme & de la membrane muqueuse ; ce que démontre suffisamment la diversité de leur couleur & de leur nature. De plus, comme on vient de le voir, la couleur de la membrane muqueuse qui est sous la cuticule, répondant partout très exactement à la couleur de l'épiderme, il n'y a personne qui n'aperçoive aisément que l'épiderme n'est autre chose que la partie extérieure de cette membrane muqueuse, noire dans les Nègres, desséchée & endurcie à l'air, & par la pression que le corps humain ne cesse d'éprouver depuis son origine. De là vient que, moins une partie du corps est exposée à cette pression, & en prise à l'air, moins aussi l'épiderme y a de force & de roideur. C'est encore pour cette raison qu'un fœtus, qui vient au monde avant terme, a toute la surface du corps comme resplendissante, l'épiderme étant encore muqueux, & d'une consistance molle & pulpeuse. Mais, après que cet épiderme est tombé peu à peu des corps des enfans nouveau-nés, il lui en succede un autre plus sec & plus noir. Les travaux relatifs aux divers genres de vie augmentant ensuite la compression aux paumes des mains & aux plantes des pieds,

l'épi-



l'épiderme de ces parties, qui dans les petits enfans est tendre & délicat, devient dur & épais.

XXV. Mais reprenons en considération la petite vérole, qui nous fournit dans les Nègres une preuve très certaine de l'origine que nous venons d'attribuer à l'épiderme. On a dit ci-dessus §. VI. comment, après que la croute de la petite vérole étoit tombée, la peau qui se trouvoit dessous paroissoit jaunâtre, & en même tems humide, pulpeuse, & molle. Ces places exposées à l'air se recouvrent d'abord un peu d'une petite lame très mince & plus sèche, de même couleur que la membrane muqueuse qui est dessous ; laquelle noircissant ensuite insensiblement, & une autre cuticule succédant à la première qui est enlevée, la tâche qui étoit jaune au commencement, devient noire, & l'épiderme prend la couleur cendrée qu'il a dans tout le reste du corps.

XXVI. Le nombril est couvert d'un épiderme non interrompu, mais qui est continu & s'étend profondément dans tous ses replis & sillons ; quoique le tissu de la peau ne soit pas d'une structure continuë dans cet endroit. Or dans les Nègres l'épiderme qui est caché dans les replis les plus profonds, a comme par tout le reste du corps une couleur cendrée, & même plus noirâtre ; & tous ses sillons & replis sont entierement pleins d'une mucosité noire, ou brune.

XXVII. Ainsi, puisque dans les endroits même où la continuité de la peau n'a pas lieu, la cuticule ne laisse pas d'exister ; que la membrane muqueuse suit partout la nature de l'épiderme ; & que dans les endroits où celui-ci a été entierement emporté, il s'engendre de nouveau de cette mucosité placée sous la cuticule : il n'y a rien de plus naturel que d'en conclurre que l'épiderme n'est autre chose que la croute extérieure de la membrane muqueuse sous-cuticulaire desséchée & endurcie, à laquelle la compression & l'action de l'air extérieur donnent insensiblement cette épaisseur, & cette dureté, plus ou moins grandes, que nous remarquons dans les différentes parties du corps humain.

XXVIII.



XXVIII. Cette origine de l'épiderme nous apprend, pourquoi il paroît moins noir que la membrane muqueuse qui est dessous. Cela vient de ce que ses particules desséchées sont plus étroitement & plus solidement unies entr'elles, & forment ainsi un corps membraneux plus transparent. Il s'ensuit de là que l'épiderme transparent, qui est humide lorsque la mucosité d'un brun noirâtre se trouve dessous, doit alors paroître beaucoup plus noir, que quand il en est séparé. Mais le dessèchement le rendant plus roide, il change de nature, de sorte que la macération ne vient pas à bout de le dissoudre comme la mucosité qui est dessous, mais il conserve l'apparence d'une membrane continuë; & quand, après l'avoir détaché, on le fait sécher à l'air, il ressemble à une petite lame tout à fait mince de corne ou de cuir. De là vient que dans les endroits où il est exposé à une plus forte pression, comme sous la plante des pieds, ou à la paume des mains, sa substance devient comme de corne, épaisse & divisible en lames transparentes.

XXIX. C'est peut-être à cette compression externe qu'il faut attribuer la blancheur des plantes & des paumes dans les Nègres. En effet la mucosité, qui probablement est blanche au commencement, étant comme exprimée par une pression continuelle, se change d'abord en épiderme, de sorte que cette mucosité n'ayant pas eu le tems de noircir, l'épiderme qui s'en forme ne sçauroit non plus acquérir la couleur noire.

XXX. Peut-on dire avec *Leuwenhoeck*, que l'épiderme soit d'une structure écailleuse? Cet habile homme paroît avoir été trompé par des portions d'épiderme détachées des diverses parties du corps, qui sont le plus exposées au frottement. Tel étoit en effet celui que j'ai trouvé dans la région du grand trochanter, & dans celle du coude; il étoit épais & raboteux, & il s'en étoit détaché, tant lorsqu'il étoit sec, que lorsqu'il étoit humide, des particules qui tomboient dans l'eau. Mais cela ne nous met nullement en droit de dire que l'épiderme tout entier, comme celui des poissons, soit composé de petites écailles;



on voit le contraire au Microscope, qui n'y fait appercevoir que les plis & les cavités qui répondent aux impressions que la peau y fait. Ces petites écailles ne sçauroient même être observées dans l'épiderme le plus épais des plantes & des paumes, qui est seulement formé de couches posées les unes sur les autres d'un épiderme durci & pareil à de la corne, & qui, comme tout le reste de l'épiderme, differe totalement des écailles de poisson, qui n'ont absolument aucune continuité. Je n'ai jamais été assez heureux pour découvrir au meilleur Microscope ces petites écailles dans l'épiderme frais le plus net, ni dans l'épiderme sec ; c'est pourquoi je ne puis que demeurer dans l'indécision à cet égard, jusqu'à ce qu'il y ait des Expériences sur lesquelles on puisse faire fonds.

II.

De la diversité de couleur dans la substance médullaire des Nègres.

I.

Les glandules conglobées étant endurcies dans l'abdomen avec le péricrâne, comme on le verra plus bas, je me hâtai extrêmement de faire la dissection du cerveau, pour voir si l'Expérience confirmeroit ce que j'avois observé ici dans un autre cas avec M. le Professeur Zinn, savoir que les parties du cerveau étoient durcies dans un enfant, dont les glandules conglobées de presque tout le corps étoient squirreuses.

II. Après avoir séparé le péricrâne avec les intégumens communs, j'observai d'abord dans l'os de l'occiput une diversité singulière. La partie suprême, & presque jusqu'à la moitié de cet os, qui dans l'état naturel, est adhérente aux os du bregma par le moyen de la suture lambdoïde, étoit formée d'un os particulier de figure rhomboïde,



de deux pouces & demi de largeur, & de deux pouces de hauteur. Cet os dont l'angle inférieur étoit à dents émouffées, & d'environ un pouce de largeur, étoit uni avec l'os de l'occiput par le moyen d'une véritable future, immédiatement au dessus de sa ligne transversale supérieure. Les deux côtés inférieurs étoient de même étroitement attachés à l'os de l'occiput par une future à dents. Les côtés supérieurs tenoient au bregma, aussi par une vraie future, mais qui avoit beaucoup moins de dents que celle qui attachoit les côtés inférieurs à l'os de l'occiput ; pour la future continuë lambdoïde de l'os de l'occiput, elle étoit interrompue par plusieurs petits os Wormiens. Cette future des côtés inférieurs de cet os, étoit continuë au reste de la future inférieure de l'os de l'occiput de la partie lambdoïde, en égard aux dentelures, qui sont ordinairement plus grandes à la future lambdoïde ; mais, quant à la direction, la future des os supérieurs se terminoit de part & d'autre au concours des os du bregma, en un angle pareillement émouffé, & qui tenoit par une mince future à l'autre os Wormien suprême, lequel étoit adhérent à la partie de derrière de la future sagittale, entre les os du bregma. On a coutume d'appeller *Wormiens* de semblables petits os, placés entre ceux du bregma & celui de l'occiput ; mais celui que je viens de décrire, vu sa grosseur extraordinaire, paroïssoit faire un os particulier du crane. Car il surpassoit de beaucoup celui qu'*Eustachius* a remarqué dans ses Tables (*), & sa figure étoit aussi tout à fait différente.

III. Après l'ouverture du crane, les tuniques se trouverent disposées de la même maniere que dans les autres corps. Lorsqu'elles eurent été écartées, le cerveau se montra dans une parfaite intégrité, d'une consistance assez solide, & ayant l'odeur d'un cerveau frais ; car j'en fis la dissection dès le lendemain de la mort, afin de pouvoir l'examiner dans toute sa fraîcheur. Au près de l'endroit où les veines s'insinuoient dans le sinus longitudinal, il y avoit plusieurs de ces glandules qu'on

(*) *Tabl. Anat. ex Edit. Albini. Tab. XCVI. n. 2.*



qu'on nomme *Pacchioniennes*, placées en foule, comme de petits grains de miller, autour des troncs des veines. La pie-mère étoit fortement adhérente à la substance corticale ; & cette substance elle-même étoit parfaitement entière, ferme parce qu'elle étoit toute fraîche, ayant sa structure ordinaire, & la couleur cendrée qui lui est naturelle.

IV. En coupant & détachant par lames la substance du cerveau des parties supérieures aux parties inférieures, je m'aperçus que la couleur de la substance médullaire du cerveau, qui surpassoit de beaucoup la substance corticale en solidité & en densité, différoit un peu des autres cerveaux ; car cette couleur n'étoit pas blanche, comme on la trouve ordinairement dans des cerveaux aussi frais, mais elle étoit bleuâtre ; & aussi-tôt qu'une partie détachée du cerveau étoit exposée à l'air, elle devenoit sur le champ tout à fait blanche. Plus je descendois profondément en faisant la dissection, & plus cette couleur augmentoit avec la substance médullaire, & dégénéroit en bleuâtre ; mais il en étoit comme de la précédente, lorsqu'on l'exposoit à l'air, elle y blanchissoit d'abord. Voyant cela, je partageai de nouveau des morceaux déjà disséqués de la substance médullaire, & j'observai qu'ils avoient intérieurement la même couleur, toutes les fois que j'avois fait récemment la dissection, mais que cette couleur ne tarδοit pas à se changer en blanc. J'ouvris ensuite les ventricules tricornes, dans lesquels il y avoit un peu d'eau sereuse, & qui étoient tout à fait séparés l'un de l'autre par la cloison transparente, qui étoit parfaitement entière, en sorte que le soufflé ne passoit pas de l'un de ces ventricules dans l'autre, mais quand l'un s'élevoit, l'autre s'abaissoit tout à fait. C'est ce qui a toujours lieu dans l'état naturel du cerveau, à moins que l'on n'ait rompu la cloison en soufflant avec trop de force ; & le grand nombre d'Observations que j'ai faites dans cette vue, me permet d'assurer le fait avec certitude. Cette cloison transparente étoit d'une consistance si ferme, qu'il me fut facile, après l'avoir séparé du corps calleux, d'en couper des lames détachées les unes des autres. Après avoir ôté des



couches des nerfs optiques les plexus choroïdes, qui étoient si larges, qu'ils les couvroient entierement, & en même tems la voûte, qui étoit d'une couleur blanche, & ayant sa figure ordinaire, j'enlevai avec beaucoup de circonspection les grandes veines de *Galen* qui y étoient recurrentes, & qui naissent des plexus choroïdes & du troisieme impair; & en suivant cette méthode, je découvris la glande qu'on nomme pinéale, parfaitement entiere, & sans aucune lésion. Elle n'étoit pas, comme on la trouve ordinairement, d'une couleur cendrée, mais d'un bleu noirâtre, & de sa base sortoient deux peduncules tout à fait blancs, qui relativement à l'intégrité de ce cerveau y tenoient avec force, & s'alloient rendre aux couches des nerfs optiques. Il n'y avoit point là de corruption, qui eut été capable d'altérer ainsi la couleur; tout étoit ferme, & sans aucune mauvaise odeur. Les corps striés avoient extérieurement la couleur de la substance corticale; mais en les disséquant ils se trouvoient contenir de la substance médullaire disposée par rayes entre la substance corticale, & qui étoit bleuâtre, ou noirâtre. Dès qu'une petite lame coupée avoit été exposée à l'air, elle devenoit blanche en un instant; mais en reposant une semblable petite lame sur le reste de la substance, elle y reprenoit au bout d'un court espace de tems sa couleur noirâtre précédente, puis remise à l'air, y blanchissoit de nouveau. Je continuai de cette maniere à faire de profondes sections des corps canelés; & j'observai que cette couleur alloit toujours en augmentant avec la substance médullaire, jusqu'aux peduncules du cerveau. Il n'en étoit pas de même des couches des nerfs optiques; leur couleur extérieure étoit blanche; mais en dedans il y avoit une raye tirant un peu sur le noir, qui environnoit le cercle extérieur des thalames optiques; & pour le reste du dedans, il avoit la couleur naturelle blanche qu'a la substance médullaire du cerveau. La moëlle du cervelet avoit pareillement sa blancheur naturelle; & n'étoit pas bleuâtre comme celle des corps striés. Pour la moëlle allongée, elle paroissoit un peu bleuâtre, là où elle tire son origine des jambes du cerveau; mais je ne pus néanmoins observer cette couleur dans la moëlle de



de l'épine. Quant au reste, il n'y avoit aucune diversité dans la figure & dans la structure apparente du cerveau ; toutes les parties étoient d'une intégrité parfaite, & l'on ne voyoit, ni dans le cerveau, ni dans le cervelet, aucune trace d'endurcissement squirreux ; mais tant la substance corticale que la médullaire avoient leur consistance naturelle, de manière que je pus préparer exactement chaque partie, & la considérer tout à mon aise.

V. Cette couleur de la substance médullaire du cerveau, si elle se trouve ainsi dans tous les Nègres, est donc une différence caractéristique entre leur cerveau & celui des Blancs. Mais comme une seule Observation ne met pas en droit d'affirmer le fait, ce que je viens de rapporter n'a de force qu'à l'égard du sujet que j'ai disséqué ; & il faut attendre que j'aie occasion de répéter une semblable dissection, ou que d'autres confirment par leurs Observations celle que je viens d'exposer. Jusqu'ici je ne connois point d'Observation particulière qui se rapporte à la dissection du cerveau des Nègres, tous ceux entre les mains de qui leurs corps sont tombés, s'étant bornés à examiner la couleur de l'épiderme, sans faire mention des autres parties. *Santorinus* * a bien fait ses efforts pour découvrir la source de la couleur des Nègres ; mais il l'a uniquement cherchée dans le foye, par analogie avec ceux qui sont atteints de la jaunisse. * *Loc. cit.*

VI. Cette liqueur qui teint la moëlle du cerveau, se dissipant d'abord à l'air, il ne faut pas douter que ce ne soit une exhalaison très subtile. Peut-être qu'elle contribue à la couleur noirâtre de la membrane muqueuse sous-cuticulaire des Nègres, en s'exhalant par les nerfs cutanés, & qu'en se mêlant aux autres humeurs qui sortent par excretion des vaisseaux exhalans placés sous la cuticule, puis devenant rance avec la graisse qui transsude par les pores de la peau, elle forme cette mucosité noirâtre, à laquelle l'épiderme des Nègres doit son origine. Cette opinion est principalement confirmée par la couleur noirâtre de la moëlle du cerveau, qui se trouve surtout à la base des corps striés,



striés, vù que c'est de là que les peduncules du cerveau tirent leur origine, & qu'ils fournissent à leur tour celle de la moëlle allongée, d'où naissent finalement la plupart des nerfs du cerveau. Mais il faut des Observations répétées pour mettre tout cela dans un plus grand jour.

III.

De la maladie de ce Nègre, causée par l'endurcissement stéatomateux du Péritoine.

I.

Le jeune Nègre dont il a été question dans les Articles précédens, avoit été attaqué pendant neuf mois d'une maladie, qui, malgré les meilleurs remèdes qu'on lui donna, & les soins attentifs qu'on prit de lui, le conduisit au trépas. Avant que de fournir la description anatomique des parties mêmes qui furent affectées par le mal, j'exposerai le cours & les symptomes de la maladie, tels qu'ils m'ont été communiqués par mon respectable beau-père, M. *Sprögel*, Professeur & digne Membre de notre Académie, & Medecin consommé dans la pratique, que M. le Comte de *Neale* avoit chargé, quoiqu'un peu trop tard, de la cure de ce malade.

II. Les détails qui concernent le cours de la maladie, se réduisent à un petit nombre. Depuis le commencement le patient avoit eu le ventre tendu & dur, & le corps resserré. L'anxiété des entrailles, l'oppression & les vents le tourmentoient souvent, surtout parce qu'il mangeoit avec trop de voracité, son naturel & son âge lui faisant violer continuellement à cet égard les ordres du Medecin. Cependant l'appétit & les forces se soutenoient; & il demeurait en état de faire son service. C'est ce qui fit qu'on négligea le mal, & qu'une mauvaise diète continuelle lui fit jeter de profondes racines, & l'augmenta à un tel point, qu'on commença à soupçonner qu'il y avoit de l'hydropisie.



dropisie. Enfin on appella le Medecin huit semaines avant sa mort. Celui-ci, pour résoudre les obstructions de l'abdomen, & corriger la matiere visqueuse, employa des remèdes salins en grande quantité, avec des laxatifs fréquemment répétés; & il lui prescrivit en même tems une diète fluide & résolvente. Mais tout cela fut inutile, la constipation résista aux remèdes, & ne cédoit qu'à l'action passagère des laxatifs. Il sembla au contraire que l'abdomen se durcissoit & s'enflait de plus en plus; & à mesure que le corps étoit moins libre, les anxiétés d'entrailles & l'oppression croissoient de jour en jour, de sorte que le malade avoit une peine infinie à souffrir le moindre vêtement qui le serrât tant soit peu. Enfin la sixième semaine après le commencement de la cure, les forces abandonnerent le malade, & il commença à garder le lit, où il sortoit pourtant quelquefois pour faire un tour dans sa chambre. L'enflure & la dureté de l'abdomen continuoient toujours sur le même pied; mais, bien loin que l'appetit diminuât, le malade étoit tourmenté d'une véritable faim canine. Les pieds devinrent œdémateux, & quelques jours avant la mort la diarrhée survint, qui sembla rendre les forces au malade, de façon que la veille de sa mort il marchoit librement & sans anxiété. Mais dès le lendemain l'accablement & les angoisses le reprirent, & finirent le même jour avec sa vie.

III. Pendant toute cette maladie il n'y eut point de fièvre hectique, & l'amaigrissement n'avoit pas été poussé bien loin; car on trouva partout sous la peau de son corps une certaine quantité de graisse. L'abdomen demeura dur à l'attouchement, même après la mort. Pour rechercher donc avec circonspection le siège du mal, je séparai les intégumens de l'abdomen, & premièrement la peau avec la graisse que j'otai de dessus les muscles. Ensuite, ayant fait la dissection des muscles jusqu'au péritoine, je trouvai celui-ci adhérent à toutes les parties de l'abdomen d'une manière très forte, & qui n'étoit point naturelle. Je détachai donc avec autant d'exactitude qu'il me fut possible,



sible, tous les muscles, de sorte qu'il ne restoit plus que le péritoine. Cela fait, & ne restant plus aucune substance celluleuse, qui tint extérieurement au péritoine, je trouvai, au lieu de cette membrane, une croute composée d'une infinité de petites parties stéatomateuses, cohérentes les unes aux autres, qui comprenoit tous les viscères chyliques de l'abdomen, auxquels le péritoine sert de tunique extérieure.

IV. Je continuai de cette manière depuis la partie antérieure du péritoine jusqu'au côté gauche du diaphragme ; & je trouvai pareillement le péritoine qui enveloppoit le diaphragme, tout rempli de tubercules stéatomateux, joints entr'eux à sa surface par une substance coriacée qui régnoit par dessous. L'endroit du péritoine qui étoit adhérent à l'aile gauche du tendon du diaphragme, au dessus de la rate, étoit presque tout composé de parties stéatomateuses, qui tenoient fortement, non à la substance celluleuse par laquelle le péritoine est lié au diaphragme, mais à la membrane même du péritoine très mince sous la forme d'un continu stéatomateux, tandis que la substance celluleuse qui le joignoit au diaphragme, en étoit tout à fait exemte, & n'étoit remplie d'aucune graisse, ni autre matière.

V. La rate, entourée de la croute stéatomateuse très épaisse du péritoine, avoit partout sa substance naturelle, contre mon attente ; elle étoit assez ferme, mais seulement un peu plus grande qu'elle ne devoit l'être naturellement. A sa surface intérieure concave tenoit l'omentum, pareillement tout rempli de tubercules stéatomateux. Il descendoit par le grand arc du ventricule, qui avoit sa structure naturelle, & n'étoit point adhérent au péritoine ; & il étoit entièrement garni de tubercules stéatomateux de diverse grandeur, dont les plus gros étoient le double d'un pois, mais qui avoient la forme d'une lentille aplatie, ou étoient de figure irrégulière. Cet omentum tenoit au péritoine par devant ; & il étoit tellement attaché aux intestins par sa partie postérieure, qu'on ne pouvoit distinguer l'endroit de la cohésion d'avec la partie transversale de l'intestin colon, ni sa partie colique ;
mais



mais il sembloit faire une substance continuë avec le përitoine qui enveloppoit l'abdomen & les intestins. En effet sa masse, remplie partout de stéomates en forme de lentilles, étoit continuellement cohérente aux parties de l'abdomen, en sorte qu'il étoit impossible de découvrir la fin de l'omentum. Le petit omentum étoit garni de la même maniere de tubercules stéatomateux, plus séparés cependant les uns des autres que dans le grand. Pour la tunique extérieure que le ventricule recevoit du përitoine, & qui revêt sa surface, elle étoit tout à fait nette, & dans son état naturel.

VI. Les intestins étoient premièrement entourés dans la partie antérieure de l'abdomen, de cette croûte du përitoine & de l'omentum, composée de stéomates assez durs, & qui tenoit fortement partout aux intestins. Après l'avoir séparée, le canal même des intestins n'étoit pas visible, mais il se trouvoit caché dans une autre tunique qui suivoit, & qui pareillement remplie de stéomates, environnoit le canal des intestins. Au commencement j'attribuai cette croûte non naturelle des intestins, à la liqueur abdominale qui se seroit peut-être épaissie & desséchée; & dans cette pensée je travaillai à découvrir la tunique commune externe des intestins, qu'ils reçoivent du përitoine. Je commençai donc à écarter insensiblement cette croûte stéatomateuse des intestins; mais il n'y avoit rien autre chose dessous cette croûte qu'une tunique musculieuse & nerveuse. Je séparai donc celle-ci d'une partie de l'intestin grêle, afin de découvrir le canal des intestins. En faisant cette opération, je trouvai que la tunique musculaire tenoit avec une extrême force à cette membrane remplie de stéatomates, comme elle a coutume de tenir à la tunique externe des intestins; & il restoit la tunique nerveuse qui fait le canal des intestins. Je séparai alors avec circonspection les fibres musculaires de cette croûte externe, pour découvrir de cette maniere la tunique externe commune qui vient du përitoine; mais il y avoit à sa place une membrane en forme de croûte, semblable à la membrane précédente du përitoine, qui entouroit le ca-



nal des intestins, & qui étoit toute remplie de tubercules stéatomateux, presque contigus les uns aux autres, n'y ayant que quelques parcelles du péritoine qui parussent par ci par là entre ces stéatomes. Quelques uns de ceux-ci avoient pénétré entre les fibres séparées musculieuses des intestins jusqu'à la tunique nerveuse, que je ne trouvai cependant nulle part percée, ni renduë calleuse par ces tubercules ; mais elle s'étoit conservée dans une parfaite intégrité. Dans le reste du canal des intestins j'examinai en divers endroits la tunique musculieuse, & je trouvai que sous cette croûte stéatomateuse elle étoit dans son état naturel, & aussi forte qu'elle pouvoit l'être vû l'âge du sujet. N'ayant donc rencontré aucune trace de la tunique externe des intestins, à l'exception de cette croûte pleine de stéatomes, & le reste du péritoine ayant été dans le même état, il ne reste aucun sujet de douter, que cette croûte dont les intestins étoient entourés, ne fut pareillement une production du péritoine qui avoit souffert le même changement dans sa partie qui sert de tunique externe, ou commune, autour des intestins. Cette croûte des intestins, composée d'une infinité de petits stéatomes joints entr'eux, étoit tellement cohérente, que tout le canal des intestins paroissoit une seule masse solide, dans laquelle il étoit tout à fait impossible de distinguer les parties & les différens replis des intestins, qui ne se manifestèrent qu'après avoir enlevé cette croûte avec la tunique musculieuse qui y étoit adhérente. Cette masse des intestins étoit encore couverte, à la partie antérieure de l'abdomen, par une autre croûte stéatomateuse du péritoine & de l'omentum. Mais à la partie postérieure, autour des reins, là où le péritoine manquoit, se trouvoit la tunique celluleuse dans son état naturel, pleine d'une petite quantité de graisse, que la chaleur faisoit couler. Cela prouve évidemment que c'étoit le péritoine même, & nullement la substance celluleuse, qui contenoit ces stéatomes ; mais la suite achèvera d'en convaincre.

VII. Le diaphragme tenoit avec beaucoup de force au côté droit de la surface convexe du foye, mais ce n'étoit point par quelque tunique



tunique celluleuse, ou par des ligamens non naturels, qui s'engendrent de la stagnation de la liqueur abdominale, comme la chose arrive fréquemment ; mais cette adhésion venoit de la partie du péritoine qui enveloppe le diaphragme & le foye, laquelle étoit convertie en stéatomes. En effet je séparai la partie musculieuse du diaphragme qui répond aux côtes du côté droit, du péritoine ainsi changé. Cette partie du diaphragme étoit dans une parfaite intégrité ; & la substance celluleuse, qui avoit sa structure naturelle, étoit distincte du péritoine, qui environnoit sa surface inférieure, & qui étoit si rempli de petits stéatomes, qu'il ne paroissoit qu'une substance stéatomateuse continuë, la structure naturelle du péritoine ayant entièrement disparu. Ces tubercules stéatomateux, unis comme dans les intestins avec ceux qui se trouvoient dans la tunique extérieure que le péritoine donne au foye, formoient une union si étroite du foye avec le diaphragme dans ce côté droit, que ces deux portions du péritoine, savoir celles qui environnent le diaphragme & le foye, ne purent être séparées qu'en déchirant la tunique extérieure du foye d'après la substance même de ce viscere. Car les tubercules stéatomateux de la tunique externe que le foye reçoit du péritoine, avoient attaqué immédiatement sa substance, sans qu'il y eut aucune membrane entre deux, & la substance du foye étant d'ailleurs demeurée en son entier. Mais, pour m'assurer mieux du véritable siège des stéatomes, je commençai à séparer la tunique externe du foye dans l'endroit où elle conservoit encore sa structure naturelle, & je continuai jusqu'aux endroits affectés. Je trouvai sous cette membrane la substance même du foye dans un état à fait naturel, d'une couleur un peu jaunâtre ; mais les tubercules stéatomateux étoient tellement attachés à la membrane extérieure, que le stéatome touchoit, comme je l'ai déjà dit, à la substance même, sans qu'il y eut aucune membrane entre deux. Le bord aigu du lobe droit du foye étoit joint avec les intestins par une grosse croûte stéatomateuse très épaisse, continuë au péritoine, qui descendoit du diaphragme au foye ; & après avoir rompu cette croûte, la surface inférieure & inégale du

O 2

foye



foye se présentoit dans son état naturel, jointe seulement autour de la vesicule du fiel à la tunique externe stéatomateuse de l'intestin colon. A' cette surface inférieure du foye, le péritoine continué au foye autour de la veine ombilicale, couverte tant au dedans qu'au dehors de la fosse ombilicale, par la substance du lobe gauche du foye, qu'on nomme quarré, le péritoine, dis-je, étoit plein de tubercules stéatomateux, qui servoient à l'unir dans cette partie avec la tunique externe du foye. Enfin la vesicule du fiel étoit garnie de plus petits tubercules stéatomateux, qui s'y trouvoient dispersés, & qui tenoient à sa tunique externe ; elle étoit distante de la largeur d'un pouce du bord antérieur du foye, il y avoit dedans très peu d'une bile, non jaune, mais cendrée ; & elle étoit aussi adhérente aux intestins par des stéaromes.

VIII. Le commencement du gros boyau depuis l'ileon, étoit caché sous la croûte stéatomateuse, ramassé comme en un avec les autres intestins, auxquels il tenoit avec plus de force qu'au foye. Du côté gauche sous la rate, il étoit entouré d'une croûte stéatomateuse dont l'épaisseur égaloit celle d'un pouce ; & il étoit adhérent sous la même croûte au péritoine pareillement stéatomateux. De là, en descendant au colon droit, il étoit de nouveau entouré partout d'une croûte stéatomateuse très épaisse, & tenoit à l'intestin ileon. Après avoir détaché la croûte stéatomateuse, il ne resta que la seule tunique nerveuse, la musculieuse étant adhérente à la stéatomateuse externe. J'essayai si dans cet endroit je pourrois peut-être séparer la musculieuse, afin de rendre le péritoine entier visible ; mais la tunique externe stéatomateuse de cet intestin étoit indissolublement liée avec les fibres longitudinales musculieuses, & il n'existoit d'autre membrane que celle qui étoit formée par les tubercules stéatomateux. Il y avoit dans l'intestin colon quelques uns de ces tubercules qui paroissoient pénétrer jusqu'à la tunique nerveuse, laquelle étoit cependant saine & sans aucune altération. Il résulte de tout cet exposé, qu'outre la croûte to-
taie



taie externe, formée par le péritoine stéatomateux qui enveloppoit les muscles de l'abdomen, & par l'omentum, il y avoit une autre croûte particuliere, attachée autour de chaque intestin, formée par sa tunique externe commune, & pareillement remplie de tubercules stéatomateux.

IX. La situation des choses n'étoit pas la même dans cette partie du canal des intestins, à laquelle le péritoine ne fournit point de tunique externe. Une substance celluleuse lâche entouroit d'une manière naturelle la partie transversale inferieure & descendante de l'intestin duodenum, & le lioit jusqu'au rein droit & aux vaisseaux. Il ne s'y trouvoit aucune trace du tubercule stéatomateux ; mais d'abord au dessous du mesocolon grêle on le voyoit ceint de sa croûte stéatomateuse. Le pancréas, adhérent entre les parties du duodenum, étoit tout à fait naturel, très mou, nullement squirreux, mais ayant sa structure & sa situation naturelle dans la substance celluleuse qui l'environnoit. De la même manière la partie antérieure de l'intestin rectum, qui est pourvue du péritoine, étoit couverte d'une croûte farcie de tubercules stéatomateux, en sorte que l'intestin étoit presque comprimé par cette croûte ; mais à son côté postérieur, qui étoit opposé à l'os sacrum & au coccyx, la substance celluleuse étoit dans sa constitution naturelle, & il s'y trouvoit seulement par ci par là des glandules conglobées squirreuses. Ainsi le défaut de la membrane stéatomateuse qui avoit lieu dans les parties des intestins auxquelles le péritoine manque, nous est un indice assuré, que c'étoit le péritoine même qui avoit souffert le changement extraordinaire que nous avons décrit jusqu'ici. Le canal des intestins n'avoit souffert aucune altération dans sa surface intérieure ; on n'y pouvoit remarquer, ni intumescence non naturelle, ni lésion quelconque de la tunique villeuse. La plupart des glandules du mesentere étoient squirreuses, blanches, durcies ; d'autres étoient remplies en dedans d'une substance semblable à celle qui se trouve dans les *meliceris*. Celles qui étoient les plus proches du dos, étoient le



plus naturelles, quoiqu'il y en eut de squirreuses entremêlées. Pour le mesentere même tout rempli de tubercules stéatomateux, il étoit dans un état de contraction, & ne formoit qu'une seule masse avec les glandules squirreuses. Au reste, & les reins, & les grands vaisseaux situés derrière le péritoine, avoient conservé leur structure & leur situation naturelle, dans la substance celluleuse qui les environnoit, & qui n'avoit elle-même souffert aucun changement.

X. Le thorax ayant été ouvert, tout s'y trouva dans un état tout à fait naturel. Les pōmons qui n'étoient adhérens nulle part, avoient leur couleur variée de blanc, de noir, & de bleu; & il en étoit de même de la structure du coeur, qui étoit exactement parfaite; les ventricules n'étoient point remplis de sang coagulé, la liqueur du péricarde n'excédoit point sa juste quantité; mais un peu d'humeur, tirant sur un rouge foible, imbiboit le sac du péricarde. Au côté droit du thorax se trouverent rassemblées quelques cucillerées d'une liqueur serreuse; mais on auroit tort de regarder cela comme une maladie: c'étoit plutôt un effet assez ordinaire de la mort, qui procède de la dernière excrétion, & de la stagnation d'un liquide qui n'est pas résorbé.

XI. La pleure dont le diaphragme est revêtu, n'étoit pas de même dans son état naturel. Je la trouvai toute remplie de petits stéatomes dispersés, & qui, de la même maniere que dans le péritoine, étoient adhérens à la substance même de la pleure. Après avoir séparé la pleure d'avec le diaphragme en usant de beaucoup de circonspection, la substance celluleuse par laquelle elle tenoit au diaphragme, se trouva dans une parfaite intégrité, & tout à fait naturelle; mais une petite lame mince de la pleure contenoit les stéatomes, qui se détachchoient fort aisément avec elle du diaphragme, mais qui ne pouvoient être séparés de la pleure même sans la destruction de cette membrane. Vers les côtes il s'y trouvoit encore quelques petits stéatomes, mais en fort petite quantité. Quant au mediastin, il étoit dans son état naturel.

XII.



XII. Une maladie, telle que je viens de la décrire, est assurément fort rare ; au moins n'ai-je rencontré dans aucun des Auteurs qui rapportent les dissections des cadavres de personnes malades, la description d'une semblable état stéatomateux du péritoine. J'ai bien trouvé le cas d'un péricarde durci par les stéatomes, & qui s'étoit attaché au coeur ; & j'en rendrai un compte plus détaillé dans une autre occasion ; mais j'aurois eu de la peine à croire possible une pareille dégénération totale du péritoine en tubercules stéatomateux, la substance celluleuse demeurant tout à fait en son entier, & sans aucun changement. C'est ce qui m'a fait employer tous mes soins & toute mon attention, à bien examiner un état, que je révoquois en doute, jusqu'à ce qu'un concours de raisons décisives m'ayent conduit à la conviction.

XIII. L'énumération que j'ai donnée des parties lésées, explique pourquoi le malade souffroit des agitations aussi continuelles d'anxiété & d'oppression. Le péritoine stéatomateux ne pouvoit ceder ; ainsi lorsque le ventricule & les intestins étoient remplis, il falloit nécessairement que le diaphragme fut repoussé contre le thorax, & que la cavité de la poitrine devint plus étroite, de sorte que son espace ne suffisoit plus à l'expansion des poumons. Cette anxiété étoit encore augmentée par la pression des vaisseaux du mésentère, & des veines de l'abdomen ; car la pression du canal des intestins, quand il étoit dans un état d'expansion, devoit nécessairement agir sur ces vaisseaux, & les comprimer. Cela étoit cause qu'il y avoit une moindre quantité de sang contenuë dans ces vaisseaux comprimés de l'abdomen, & que ceux du poumon en recevoient une trop grande, qu'ils avoient d'autant plus de difficulté à transmettre, que la cavité rétrécie de la poitrine étoit contraire à l'entière expansion des poumons. La force du canal des intestins & du ventricule favorisoient la voracité, & aidoient la digestion ; mais la résistance des gros boyaux, aussi bien que la compression des intestins colon & rectum, causée par cette croute stéatomateuse



mateuse épaisse qui les entourait, retardoient la sortie des excréments. Il étoit donc inévitable, que par le délai des remèdes nécessaires, l'excèsive quantité d'alimens nuisibles ne causât une corruption toujours plus grande, & que les impuretés se portant dans le sang, il ne se formât des obstructions, qui alloient en augmentant à cause de la compression des vaisseaux qui le rapportoient, & de l'épaississement des humeurs dans ceux du péritoine. Tous ces principes de maladie s'étant accrûs, tant faute de remèdes que par la mauvaise diète, la matiere des obstructions s'épaissit de plus en plus, & étant enfin devenue stéatomateuse, il n'y eut plus moyen de la résoudre. En effet il est bien connu, que la matiere stéatomateuse, une fois endurcie, ne cede presque plus à l'usage d'aucun remède résolvant, mais qu'elle demeure dans une ferme cohésion, à moins qu'on ne puisse la détruire par la suppuration. Ainsi une maladie aussi imprévue & aussi inconnue que l'étoit celle dont il s'agit ici, ne pût être adoucie ou guérie par l'usage copieux des medicamens résolvans & laxatifs; mais elle permit seulement au malade de vivre, jusqu'à ce que la compression des vaisseaux chyliferes & mesaraïques eut mis obstacle au reflux des liqueurs nourricières; & c'est alors que le corps dont les forces étoient entièrement épuisées, fut forcé de succomber. La diarrhée qui se manifesta les derniers jours, venoit des liqueurs exhalées des artères des intestins, qui n'étoient pas également résorbées, & fut augmentée par l'acrimonie des matieres contenues dans les intestins. Mais la trop grande corruption de ces mêmes matieres augmenta l'expansion & la foiblesse des intestins; d'abord la quantité qui fut chassée par la diarrhée, fit un peu diminuer l'anxiété; mais la masse & la quantité des stéatomes s'étant accru d'une part, & de l'autre l'expansion de l'abdomen, & la compression des vaisseaux agissant de plus en plus, l'anxiété revint avec plus de force que jamais, à cause de la circulation empêchée dans les vaisseaux de l'abdomen, de la compression du diaphragme, & de la difficulté de respirer qui en étoit une suite; tant qu'enfin ce tourment cessa avec la vie du malade, dont il avoit achevé d'épuiser les forces.

La



La cause du mal consistoit dans l'obstruction des plus petits vaisseaux exhalans du péritoine, qui procédoit de la tenacité des humeurs; & cette renacité avoit été engendrée par la continuation d'un mauvais régime. De là vient qu'il n'y avoit absolument dans l'abdomen aucune liqueur abdominale exhalante; mais tout y étoit dans un état de secheresse & de cohérence. Les humeurs visqueuses étant donc extravasées dans le péritoine, s'épaissirent à la longue, & engendrèrent ces tubercules stéatomateux; qui auroient peut-être formé un seul stéatome continu, si la même liqueur qui séjournoit dans la cavité de l'abdomen, avoit permis que l'épaississement parvint jusqu'à ce point. La maladie considérée en elle-même sert à faire voir, combien il peut naître de maux dans le corps d'une mauvaise diète, & de l'excès immodéré d'alimens nuisibles; quelle est la nécessité de déraciner dès leurs premiers principes des maladies, dont tous les soins qu'on y apporte, ne peuvent ensuite venir à bout; enfin de quelle manière l'expansion des intestins & de l'abdomen est une des causes les plus fréquentes des oppressions & de l'anxiété, qu'on attribue quelque fois à l'état de la poitrine, & qu'on traite en conséquence d'une manière peu convenable, sans toucher à la véritable source du mal, qu'on augmente par là plutôt que de le guérir. Si cette maladie est plus commune aux Nègres, à cause peut-être que leurs humeurs ont plus de viscidité huileuse, c'est ce que j'abandonne à l'étude & aux Observations de ceux qui sont à portée d'en examiner un plus grand nombre.





NOUVEL ESSAY
SUR LA MESURE DES HAUTEURS PAR LE
MOYEN DU BAROMÈTRE,
PAR M. SULZER.

Depuis que le célèbre *Pascal* a imaginé un moyen de mesurer l'élévation d'une hauteur sur le niveau d'un endroit donné, cette matiere a paru si importante aux Philosophes, qu'ils ont toujours travaillé depuis, à perfectionner cette espece de nivellement. En effet l'utilité immédiate, quoiqu'assez importante, qu'on peut tirer de cette théorie, est moins grande, que celle que la Physique générale & l'Astronomie en recevroient, si elle étoit assez perfectionnée. Si de la hauteur moyenne du Mercure dans le Baromètre, ou de l'élasticité de l'air dans un endroit donné, on peut conclure l'élévation de cet endroit sur le niveau de la mer, on peut réciproquement pour chaque élévation donnée conclure l'élasticité de l'air, sa densité, & par conséquent sa réfraction ; ce qui est d'une extrême importance pour la perfection de l'Astronomie. Mais il faut avouer, que cette théorie si utile est encore bien éloignée de sa perfection. Le célèbre M. *Daniel Bernoulli* est le dernier, que je sache, qui ait tenté de la perfectionner, dans l'excellent Ouvrage qu'il a écrit sur le mouvement des fluides. Il y a dix ans, que j'ai calculé sur sa théorie des Tables pour la mesure des hauteurs par le Baromètre, & j'ai trouvé par beaucoup d'Expériences, que ces Tables sont beaucoup plus exactes, que toutes les autres qu'on avoit faites jusqu' alors. Cependant, comme M. *Bernoulli* n'a fondé sa théorie que sur des hypotheses, qu'il étoit obligé de faire faute d'Expériences exactes, j'ai crû pouvoir faire un
nouvel



nouvel essai sur la même matière, en n'adoptant aucune hypothèse, mais en me fondant uniquement sur des Expériences certaines.

Il y a deux choses, qui servent de fondement à cette théorie. La première est, de savoir exactement la compression ou la densité de l'air, le poids comprimant & la chaleur étant donnés. La plupart des Auteurs ont adopté l'hypothèse, que les densités de l'air étoient exactement en raison des poids comprimans. Mais il est facile de voir, que cela ne peut avoir lieu. *M. Bernoulli* a fait voir clairement que la règle de l'élasticité, fondée sur cette supposition, est fort contraire à des Expériences exactes. J'ai donc commencé à faire des Expériences sur la compression de l'air ; & je les ai poussées beaucoup plus loin que n'ont fait quelques Philosophes, qui en ont fait avant moi.

Le second article, qu'il faut régler, avant que de venir à une théorie exacte de l'élasticité de l'air dans les différentes hauteurs de l'Atmosphère, c'est de trouver une comparaison des différens degrés de chaleur, exprimés par les degrés du Thermomètre ; car la chaleur ayant beaucoup d'influence pour altérer l'élasticité de l'air, il faut nécessairement connoître sa force. J'ai donc en second lieu fait des Expériences qui tendent à nous ouvrir le chemin, pour calculer l'effet de la chaleur dans les différentes élévations sur le niveau de la mer. Ces Expériences faites, j'ai fait un nouveau calcul pour trouver une règle exacte de la diminution de l'élasticité dans les différentes hauteurs ; & je me suis servi dans ce calcul des principes, que mes Expériences m'ont fournis. Voilà en général le contenu de ce Mémoire ; je viens maintenant au détail de mes Expériences.



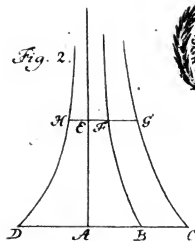
EXPERIENCES

sur la compression de l'air.

Fig. 1.

J'ai pris une demi-douzaine de tuyaux de verre, dont les cavités étoient assez larges pour que l'adhésion du Mercure à la surface intérieure n'eut point d'effet sensible pour diminuer la pression; je les ai fait joindre l'un à l'autre moyennant des anneaux de laiton & de la cire d'Espagne, pour en faire un seul tuyau continu, aussi bon pour l'usage auquel je l'avois destiné, que s'il avoit été tout d'une pièce. Puis ayant fait recourber l'extrémité inférieure de ce tuyau, j'y ai fait attacher de la même manière un autre tuyau plus large, & long d'un pied, auquel j'ai donné une situation parallèle au long tuyau. A l'extrémité de ce second tuyau étoit attaché un autre tuyau d'un très petit diamètre. Cet Instrument ainsi préparé fut attaché à une forte pièce de bois, moyennant laquelle on lui donna une position perpendiculaire. Avant que d'attacher le tuyau large à l'autre, j'ai eu soin de le diviser exactement en pouces décimales du pied de Rhin, & j'ai eu égard dans cette division à la diminution de la cavité, qui étoit moindre en haut vers C qu'en bas. Je ne m'arrête pas à décrire le moyen que j'ai employé pour cela; il est facile d'en imaginer un.

Lorsque tout fut préparé de la manière que je viens de décrire, j'ai fait verser un peu de Mercure (en D) au haut du long tuyau, afin qu'il remplît l'espace qui est sous la ligne AB, pour avoir une base exacte, ou deux points fixes en A & en B pour commencer la mesure de hauteurs. Le petit tuyau capillaire C avoit été laissé ouvert pour cette petite opération préliminaire, afin que l'air pût sortir de son ouverture, lorsqu'on versoit cette petite quantité de Mercure, qui sans cela auroit déjà un peu comprimé l'air. Cela fait, j'ai fermé l'ouverture du tuyau en C moyennant de la cire d'Espagne, d'une manière qui m'assurât que l'air, quelque comprimé qu'il fut, ne pourroit jamais y trouver la moindre sortie. Enfin j'ai attaché à côté du tuyau large
un



IX pag. 116.

F. H. Frisch sc. Berl.



un Thermometre de *Farenheit*, pour observer les degrés de chaleur pendant l'Expérience; & comme il importe beaucoup que la chaleur ne change par sensiblement pendant l'Expérience, je l'ai faite dans un tems couvert, en plein air. Les résultats de mes Expériences se trouvent dans les Tables suivantes, dans lesquelles les mesures employées sont des pieds du Rhin divisés en 10 pouces, le pouce en 10 lignes, &c.

PREMIERE EXPERIENCE.

<i>Hauteurs du Baromètre.</i>	<i>Etat du Thermom.</i>	<i>Hauteurs des colonnes de Mercure.</i>	<i>Espaces occupés par l'air.</i>
24. 56. pouces.	70. degr.	0. 00. pouces.	11. 00. pouces.
	70.	2. 30.	10. 00.
	70.	5. 18.	9. 00.
	70. - -	7. 00. - -	8. 00.
	70½	13. 75.	7. 00.
	70¾	16. 43.	6. 50.
	71.	19. 57.	6. 00.
	71. - -	23. 55. - -	5. 50.
	70½	28. 00.	4. 85.
	71.	33. 79.	4. 50.
	71.	48. 60.	3. 50.
	72. - -	59. 77. - -	3. 00.
	72½	66. 50.	2. 75.
	73.	74. 60.	2. 50.
	73½ - -	84. 50. - -	2. 25.
	74.	96. 40.	2. 00.
24. 48.	73.	111. 15.	1. 87.

Les Expériences faites, j'ai laissé le tout dans l'état marqué par les derniers nombres, pendant 5 heures de tems. En examinant alors



l'état du tuyau, je vis que le Soleil, dont les rayons tomboient sur le tuyau, avoit fait monter le Thermometre à 81 degrés. La Colonne de Mercure étoit montée d'environ quatre pouces, & l'air comprimé applatit par ce nouvel accroissement de chaleur la surface du Mercure dans le tuyau : cependant il remplit encore le tuyau jusqu'à 1. 87 pouces comme auparavant. Cette circonstance m'assure, que les tuyaux n'avoient point donné des forties insensibles, ni au Mercure, ni à l'air; & elle fait voir en même tems que le petit changement du Thermometre pendant l'Expérience n'a pas d'influence sensible pour altérer les hauteurs du Mercure dans les deux tuyaux.

SECONDE EXPERIENCE.

<i>Barometre.</i>	<i>Thermometre.</i>	<i>Colonnes de Mercure.</i>	<i>Espaces de l'air.</i>
24. 06.	62.	0. 00.	11. 00.
	62.	5. 40.	8. 90.
	62.	6. 95.	8. 50.
	61 $\frac{1}{2}$ - - -	8. 00. - -	- 8. 00.
	62.	10. 04.	7. 50.
	62 $\frac{1}{2}$	12. 40.	7. 00.
	62 - - -	15. 57. - -	6. 50.
	62.	19. 30.	5. 95.
	62.	23. 20.	5. 50.
	62 $\frac{1}{2}$ - - -	33. 50. - -	- 4. 50.
	62.	40. 75.	4. 00.
	62.	50. 00.	3. 50.
	62. - - -	61. 95. - -	- 3. 00.
	62 $\frac{3}{4}$	79. 79.	2. 50.
	63 $\frac{1}{4}$	98. 56.	2. 00.
24. 06.	62 $\frac{1}{2}$	137. 00.	1. 50.

J'ob-



J'obtins quelque tems après un long tuyau de verre fort large, & cela me tenta de répéter encore une fois l'Expérience, avec plus de commodité que les deux premières fois. Le tout fut donc préparé comme les deux premières fois, avec cette différence, que le long tuyau a été cette fois tout d'une pièce, (à quelques pieds près, qui y furent ajoutés au haut,) & plus large qu'aux deux premières Expériences. La Table suivante en contient les résultats. Les mesures sont le pied du Rhin divisé en 12 pouces, & le pouce en 10 lignes.

TROISIEME EXPERIENCE.

<i>Barometre.</i>	<i>Thermometre.</i>	<i>Colomnes de Mercure.</i>	<i>Espaces de l'air.</i>
29 ¹¹	55	0. 0.	12.
		2 ¹¹ . 2 ¹¹¹ .	11.
	<i>exactly</i>	5. 3.	10.
	<i>constant pen-</i>	8. 8.	9.
	<i>dant tout le</i>	13. 7.	8.
	<i>tems de l'Ex-</i>	19. 1.	7.
	<i>périence.</i>	26. 1.	6.
		36. 0.	5.
		52. 0.	4.
		76. 3.	3.
		124. 6.	2.
		169. 2.	1 $\frac{1}{2}$.

Pendant cette Expérience le Baromètre baissa, mais de si peu qu'il n'est pas nécessaire d'y avoir égard.

J'ai réuni les résultats de ces trois Expériences dans la Table suivante, dans laquelle j'ai ajouté aux colonnes comprimentes la hauteur du Mercure dans le Baromètre durant les Expériences, pour avoir les poids comprimans entiers. J'ai aussi soustrait peu à peu les 8 centièmes

mes



mes dont le Baromètre baissa pendant le tems de la première Expérience; enfin j'y ai réduit les nombres à d'autres, en mettant l'unité, tant pour la hauteur du Mercure au commencement, que pour l'espace qu'occupoit l'air naturel. Au lieu des espaces, j'ai marqué dans les 2^e. 4^e. & 6^e. colonnes les densités, qui répondent aux poids comprimans.

T A B L E

qui marque les densités de l'air pour les poids comprimans donnés.

Première Expérience.		Seconde Expérience.		Troisième Expérience.	
<i>Poids comprimans.</i>	<i>Densités.</i>	<i>Poids.</i>	<i>Densités.</i>	<i>Poids.</i>	<i>Densités.</i>
1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.
1. 093.	1. 100.	1. 224.	1. 236.	1. 076.	1. 091.
1. 211.	1. 222.	1. 288.	1. 294.	1. 183.	1. 200.
1. 284.	1. 375.	1. 332.	1. 375.	1. 303.	1. 333.
1. 559.	1. 571.	1. 417.	1. 466.	1. 472.	1. 500.
1. 669.	1. 692.	1. 515.	1. 571.	1. 659.	1. 714.
1. 796.	1. 833.	1. 647.	1. 692.	1. 900.	2. 000.
1. 958.	2. 000.	1. 802.	1. 849.	2. 241.	2. 400.
2. 130.	2. 288.	1. 964.	2. 000.	2. 793.	3. 000.
2. 375.	2. 444.	2. 392.	2. 444.	3. 631.	4. 000.
2. 936.	3. 143.	2. 693.	2. 750.	5. 297.	6. 000.
3. 391.	3. 666.	3. 078.	3. 143.	6. 835.	8. 000.
3. 706.	4. 000.	3. 575.	3. 666.		
4. 035.	4. 444.	4. 320.	4. 444.		
4. 438.	4. 888.	5. 096.	5. 500.		
4. 922.	5. 500.	6. 694.	7. 333.		
5. 522.	5. 882.				

Les



Les résultats de ces trois Expériences ne conviennent pas exactement & il ne faut pas en être surpris, puisque la moindre erreur dans l'estimation de la compression de l'air, produit une erreur fort sensible dans la hauteur de la colonne de Mercure compriment. Pour agir de bonne foi, il faut que je remarque, que la troisième Expérience me paroît la plus sûre; & je puis assurer, que j'y ai apporté une exactitude peu commune. D'ailleurs comme j'ai trouvé un moyen de placer le bas de la Machine, qui contenoit l'air à comprimer, dans les souterrains de ma Maison, pendant que le haut bout, où l'on verfoit l'argent-vif, montoit au premier étage, j'avois une très grande commodité d'observer la hauteur du Mercure dans le tuyau large; & l'Ami qui m'aida à faire l'Expérience en avoit autant, pour verser le Mercure précisément dans la quantité, où je voulois l'avoir. Outre cette commodité, l'air égal dans les souterrains conservoit absolument le même degré de chaleur pendant tout le tems de l'Expérience, ce qui est ici très essentiel.

Cependant, malgré la différence qu'il y a entre les trois résultats, ces 42 observations conspirent toutes à nous assurer, 1°. que la densité de l'air est toujours plus grande que le poids compriment, 2°. que cet excès de densité sur le poids croît à mesure que l'air devient plus dense. Pour exprimer donc la loi de la compression de l'air, soit le poids compriment $= P$, & la densité de l'air qui y répond $= D$. On aura cette formule pour la loi de la compression $D = P^\pi$, π étant une certaine fonction de P , qui croît à mesure que P devient plus grand.

Je ne crois pas à la vérité, que l'on puisse assigner à π sa valeur d'une manière générale; cependant si P ne varie pas beaucoup, on peut sans erreur sensible prendre π constant; de sorte que, quand il ne s'agit que de la mesure des hauteurs par le Barometre, π sera à très peu près constant. Les premiers résultats de ces trois Expériences don-

nent à peu près $\pi = 1.0015$. On auroit donc $D = P^{1.0015}$



pour la loi de la densité dans la partie de l'Atmosphère, qui nous est accessible.

Je ne puis m'empêcher de faire ici quelques remarques sur la nature de l'air. Il ne paroît pas naturel, que l'air fort dense soit plus facile à être comprimé, que l'air raréfié. On soupçonneroit tout au plus, que la densité devroit suivre la proportion des poids comprimens, parce qu'il est nécessaire, que, toutes choses égales, la force double doit produire un double effet. Ce seroit donc une spéculation assez curieuse d'examiner d'où vient cette inégalité d'effet des forces égales. Il me semble que cela peut arriver de deux manières différentes. Ou les particules de l'air, lorsqu'elles sont plus proches les unes des autres, aident par leur force attractive à la compression, qui par là doit être plus facile dans l'air dense, que dans l'air plus raréfié; ou les particules de l'air sont semblables à des lames d'acier, qui lorsqu'on les courbe beaucoup, ne se restituent pas en entier, ayant perdu quelque chose de leur élasticité. Mais ce seroit une conséquence nécessaire de l'un & l'autre cas, que l'air comprimé ne fut plus capable de se restituer entièrement à son premier volume, lorsque la compression cesse; & dans ce cas il seroit semblable à la plupart des corps élastiques que nous connoissons. M. de *Muschembroeck* dit, dans son *Essai de Physique*, que l'air condensé s'étend, lorsqu'on ôte la pression dans un volume plus grand qu'il n'étoit avant la compression. Mais il n'allégué aucune Expérience pour le prouver, & il me paroît très probable qu'il s'est trompé en cela.

Ayant ainsi trouvé une loi pour la compression de l'air, qui est à peu près vraie pour un air, qui ne diffère pas beaucoup de celui qui est proche de la terre, je me suis appliqué à rechercher les moyens de calculer l'effet de la chaleur sur l'élasticité & la densité de l'air. L'essentiel est de trouver les proportions géométriques des degrés de chaleur indiqués par le Thermomètre. Les divisions du Thermomètre étant exprimées par des nombres arbitraires, on peut bien dire que la chaleur de 90 degrés



degrés, par exemple, est plus grande que celle de 30 degrés. Mais il faut savoir de combien celle-là est plus grande que celle-ci. Je crois avoir trouvé un moyen de comparer ces différens degrés de chaleur de manière à pouvoir dire, combien l'un est plus grand que l'autre. Voici les réflexions sur lesquelles cette mesure est fondée. On fait que la chaleur dilate l'air, comme la pression le condense. Je regarde donc la chaleur comme un poids négatif, & je compare un degré de chaleur à un autre, moyennent la dilatation qu'ils opèrent dans une même masse d'air. Supposé donc qu'un certain degré de chaleur m raréfie une masse donnée d'air jusqu'à lui faire occuper un espace double, & un autre degré de chaleur n , qui raréfie la même masse au quadruple, il me paroît assez probable, qu'on pourra supposer sans erreur sensible que m est à n comme 1 : 2. J'avois à la vérité quelques doutes sur cette proportion, mais ayant vû depuis, que M. Newton a estimé les proportions de chaleur, par la dilatation de l'huile (*), mes doutes ont cessé.

EXPÉRIENCES

sur la dilatation de l'air par la chaleur.

J'ai pris une quantité suffisante d'eau pour qu'elle conservât une chaleur plus grande que celle de l'air pendant un tems suffisant. J'ai placé cette eau dans une chambre des fourterains où le Thermomètre de Fahrenheit étoit à 57 degrés. J'ai mis dans cette eau un Thermomètre avec un tuyau de verre rempli d'air, fermé hermétiquement au fond, & ouvert en haut par une très petite ouverture. Je m'étois assuré par des Expériences préalables, que l'air qui remplissoit le tuyau plongé dans l'eau prenoit exactement, & en peu de tems, le même degré de chaleur qu'avoit l'eau. Ayant donc remarqué le degré de chaleur auquel l'eau faisoit monter le Thermomètre, j'étois assuré, que l'air dans

Q 2

le

(*) Voyez Newtoni Opuscula T. II. p. 418.



le tuyau avoit exactement le même. Après avoir marqué ce degré, je bouchai la petite ouverture du tuyau, pour empêcher, que l'air extérieur n'entrât en retirant le tuyau de l'eau chaude. Avec cette précaution j'ai mis ce tuyau renversé dans l'eau fraîche, qui avoit le même degré de chaleur que l'air de la chambre, savoir 57 degrés. Puis ayant placé le Thermomètre dans la même eau, j'ai laissé refroidir le tout jusqu'à ce que le Thermomètre fut descendu au degré constant 57. Alors l'air s'étant retiré dans le Tuyau jusqu'à son volume naturel, l'autre espace se remplit d'eau. La quantité de cette eau m'indiquoit le volume d'air chassé par la chaleur. J'ai répété ces Expériences plusieurs fois avec toutes les précautions, qui les rendent solides. Je ne mettrai ici que celles qui furent faites dans un tems où le Baromètre resta absolument immobile, pendant tout le tems que l'Expérience avoit duré. En voici les résultats.

<i>Degrés de chaleur au Thermo- mètre de Farenheit.</i>	<i>Quantité d'air chassée du tuyau</i>
114.	0. 172. du total.
107.	0. 145.
100.	0. 122.
94.	0. 101.
84.	0. 071.
57.	0. 000.

On remarquera aisément, que la raréfaction de l'air suit à peu près une progression arithmétique. Car 57 degrés de chaleur plus que la chaleur constante de 57 degrés, avoient chassé 0. 172 parties, & 50 degrés en avoient chassé 0. 145 parties, &c. de sorte que l'on peut mettre pour un degré du Thermomètre à peu près 0. 0026 parties



nes. Ainsi il est facile de rapporter ces effets au degré constant 32. au lieu de 57. Sur ce fondement est bâtie la Table suivante :

Degrés de chaleur. Quantité d'air chassé.

100.	0. 1768
90.	0. 1508
80.	0. 1248
70.	0. 0988
60.	0. 0728
50.	0. 0468
40.	0. 0208
32.	0. 0000

En mettant maintenant l'unité pour la quantité d'air de 32 degrés, dont le tuyau est rempli, le volume d'air chargé de 40 degrés de chaleur sera égal à $1 - 0.0208 = 0.9792$. Le volume d'un air de 50 degrés $1 - 0.0468 = 0.9532$. & ainsi de suite. Et puisque nous avons supposé, que la chaleur est proportionnelle à la rareté de l'air, on obtiendra la Table suivante.

<i>Degrés de Chaleur du Thermomètre.</i>	<i>Proportions des Chaleurs.</i>
100	1. 1768
90	1. 1508
80	1. 1248
70	1. 0988
60	1. 0728
50	1. 0468
40	1. 0208
32	1. 0000 (*)

Q 3

Mainte-

(*) Il faut remarquer ici en passant qu'on peut conclure de cette Table que la chaleur de l'Été dans ce climat est à celle de l'Hiver à peu près comme 6 : 5.



Maintenant, pour faire usage de ces Expériences dans le calcul des élasticités de l'air, il faudroit connoître le degré du Thermometre pour chaque hauteur donnée. Mais il est facile de voir, que cela n'est point constant, ni dans tout climat, ni dans toute saison. La différence de l'Hyver à l'Été est surtout sensible. En Hyver le froid est presque constant par toute la hauteur de l'Atmosphère, au lieu qu'en Été la chaleur est grande près de la Terre, & il régné un grand froid au sommet des montagnes. Il n'est donc pas possible de donner des formules générales qui renferment toutes ces variétés. J'accomoderai le calcul à un cas particulier, en supposant un jour d'Été dans notre climat, où le Thermometre de *Farenheit* est ordinairement à 70. ou 72 degrés.

Quant à la diminution de la chaleur dans les différentes hauteurs, voici ce que j'en ai remarqué dans un Voyage que je fis aux Alpes en Suisse, l'an 1742. Au mois d'Aout, lorsque par un tems clair le Thermometre étoit entre 70 & 80 degrés dans les vallées, je ne l'ai observé qu'entre 40 & 45 degrés à la hauteur environ de 3000 pieds au dessus du niveau de la mer; à 5000 pieds de hauteur il étoit entre 30 & 40; & à la hauteur de 7000 pieds, il ne passa guères le 34 degré à midi. Les belles Observations que Mr. *Bouguer* a faites au haut des Montagnes du *Pérou*, s'accordent assez avec celles-ci. Tout cela bien considéré, il me semble que les différens degrés de chaleur en montant dans l'Atmosphère, peuvent être représentés par les appli- quées d'une courbe asymptotique, dont nous connoissons à peu près les valeurs suivantes. (En nommant la hauteur x , la chaleur qui y repond u)

Lorsque $x =$	0	$u =$	1. 1000
$x =$	3000	$u =$	1. 0330
$x =$	5000	$u =$	1. 0100
$x =$	8000	$u =$	1. 0000
$x =$	12000	$u =$	0. 9896

Voilà



Voilà les principes sur lesquels il faut fonder le calcul pour trouver l'élasticité de l'air dans les différentes hauteurs de l'Atmosphère, ou les hauteurs, qui répondent aux élasticités données.

Soit maintenant ABC, la ligne horizontale, qui rase la surface de la Mer; AK, la verticale servant d'axe aux courbes DH, BF, CG, dont la première est celles des degrés de chaleur, la seconde celle des pressions de l'Atmosphère sur un pouce carré, & la troisième celles de densités.

Fig. II.

$$\begin{aligned}\text{Je mettrai la hauteur} \quad A E &= x. \\ H E &= u. \\ E F &= p. \\ E G &= y.\end{aligned}$$

L'élasticité de l'air étant toujours égale au poids, que l'air peut soutenir, & lequel l'élasticité de l'air tient en équilibre, je ne chercherai que la pression de l'Atmosphère pour chaque hauteur. De cette pression il sera facile de déduire la hauteur du Mercure dans le Baromètre. Je suppose la hauteur du Baromètre au niveau de la mer = 28 pouces du pied de France, & je mets le poids de 28 pouces cubiques du Mercure, (qui fait 112007 grains,) = 1.000. Le poids de l'air est égal à sa densité multipliée par sa hauteur, lorsque cette densité est constante. Donc l'élément du poids, ou de la pression dp , doit être = $-m y dx$ ou $-dp = m y dx$. Or par le résultat de nos Expériences nous

avons $y = p^\pi$ lorsque la chaleur est constante, & en supposant la chaleur variable, puisqu'elle diminue la densité, on aura $y = \frac{p^\pi}{u}$. Cette

valeur substituée dans la première équation donne $-dp = \frac{m p^\pi dx}{u}$, & $\frac{-dp}{p^\pi} = \frac{m dx}{u}$, dont l'intégrale est $+C + \frac{1}{\pi-1} \frac{1}{p^{\pi-1}} = \int \frac{m dx}{u}$.

Nous



Nous ne sommes en état de déterminer la valeur de x en général que par une Equation transcendente. Mais, pour abrégér le calcul, il me suffira cette fois d'appliquer cette formule à ces cas où x devient constant, ce qui doit avoir lieu en Hyver, par de grands froids. Nous

avons donc pour ce cas $\pm C + \frac{1}{\pi-1} \cdot \frac{1}{p^{\pi-1}} = mx$, d'où l'on tire

$$\left(\frac{1}{\pi-1} \cdot \frac{1}{(mx + \frac{1}{\pi-1})} \right)^{\frac{1}{\pi-1}} = p. \quad \text{Cette équation peut}$$

être appliquée à tout climat où il gèle dans l'Hyver, pourvu qu'on détermine bien la valeur de la lettre π , qui dans notre climat sera à peu-

près $\frac{15}{10000}$; comme nous avons trouvé par nos Expériences. Elle

sera plus grande pour les païs plus septentrionaux, & moins grande pour ceux qui sont plus méridionaux. En mettant donc $\pi = 0.0015$ l'équation sera

$$\left(\frac{666.666 \&c.}{666.666 \&c. + mx} \right)^{\frac{10000}{15}} = p.$$

dans laquelle la lettre m doit être déterminée par une bonne Observation. En comparant plusieurs Observations, je trouve pour cette lettre m à peu près la valeur 0.00004, ou un peu moins; d'où il est facile de calculer des Tables pour l'usage de la mesure barométrique.

Appliquons cette formule à une seule Observation, qui est sans doute la plus exacte de toutes celles qu'on a, puisqu'elle a été faite par M^{rs}. les Académiciens de Paris envoyés au Pérou. *M. Bouguer* la rapporte dans l'excellente description de son voyage au Pérou. A' une hauteur de 2476 toises, ou de 14856 pieds, le Mercure baissa dans le Baromètre de 12 pouces & 3 lignes; & au bord de la Mer du Sud de près de 28 pouces. Cette Expérience donne donc $p = 0.5630$.

En



En mettant dans notre formule $x = 14856$ & $m = 0.00004$, on obtient $p = 0.5519$, ce qui fait un peu plus de $3\frac{1}{2}$ lignes de différence dans la hauteur du Baromètre, & environ 400 pieds de différence pour la hauteur de la montagne. Par la formule de M. *Bernoulli* (*) on obtient dans cet exemple $p = 0.5968$. Mais cette même formule paroît mieux convenir avec les Observations faites à des hauteurs moins considérables, comme on peut le voir dans l'excellent Ouvrage, que je viens de citer.

Si la hauteur du Baromètre est donnée, & que l'on veuille en déduire l'élévation de l'endroit, on aura $x = \frac{a - ap^{\frac{10000}{m}}}{mp^{\frac{10000}{m}}}$
 en mettant $a = 666.666$ &c. & $m = 0.00004$.

(*) Voyez *Hydrodyn.* Sect. X. p. 117.





D E
L'ENVELOPE DES NERFS,
PAR M. ZINN.

Traduit du Latin.

Presque tous les Anatomistes, depuis le tems de Galien, ont été imbus de l'opinion, que cette envelope des nerfs, dont les petits filets médullaires qui sortent du crane sont entourés, & qui sert à les préserver de toute lésion dans leur passage à travers les muscles & d'autres parties, est une vraie continuation des méninges du cerveau, qui, sans changer de nature, s'arrangent seulement en forme d'étui, autour des nerfs qui sortent du crane & de la cavité des vertèbres, & continuent à les accompagner jusqu'à la fin. Mais, comme la plupart croient que cette dure-mère, & d'autres aussi que la pie-mère, sont des membranes d'une extrême sensibilité, tandis que la moëlle même est destituée de tout sentiment, on en est aisément venu au point de s'imaginer que tout le sentiment dépendoit de cette envelope des nerfs, considérée comme une continuation des méninges du cerveau, & que c'étoit de là qu'il alloit aboutir au *sensorium* commun. De nos jours, le célèbre M. *Winter*, Professeur dans l'Académie de Leyde, a poussé cette théorie, jusqu'à placer dans la dure-mère le premier principe, non seulement de la sensibilité, mais aussi de l'irritabilité, prétendant que les parties du corps humain ne sont sensibles & irritables, qu'autant qu'elles procedent de la dure-mère. On fait contre cette théorie diverses Objections, parmi lesquelles il y en a qui sont certainement d'un grand poids; cependant personne ne s'est avisé d'examiner, s'il étoit conforme à la vérité Anatomique, de faire de l'envelope des nerfs une véritable production des méninges du cerveau. C'est pourtant là le fondement principal, sur lequel repose toute cette théorie; & dès qu'on l'aura ôté, tout l'édifice qu'il porte, ne peut manquer de tomber



ber en ruïne. M. de *Haller*, mon illustre & respectable Maître, est le premier qui ait proposé une très belle conjecture, tirée de l'analogie des autres parties, suivant laquelle cette envelope des nerfs n'est qu'une simple toile celluleuse. Cette idée m'a paru si importante, que je me suis proposé de la vérifier, en examinant attentivement dans les cadavres, quel étoit l'état des choses, tant à la sortie des nerfs hors du crane & de la cavité des vertèbres, que dans leur cours au milieu de toutes les parties du corps humain.

Tous les nerfs qui procedent de la moëlle du cerveau, ou de l'épine, sont de petits faisceaux moëlleux, composés de filets de fibres, distincts, paralleles, que la pie-mère envelope, & réunit en un seul paquet. Dans les uns elle est rougeâtre & plus ferme, dans les autres plus molle & presque médullaire, comme dans les nerfs olfactoire & auditif; cependant les petits vaisseaux qui désignent le nerf, la découvrent aisément partout. Les troncs composés de ces petits filets vont se rendre à leur trou dans la dure-mère, qui est tantôt plus, tantôt moins éloigné de l'origine qu'ils tirent de la moëlle; & il y en a quelques uns qui font un assez long chemin par ses divers canaux & interstices, avant que de trouver leur trou dans la base du crane, étant d'ailleurs liés par tout d'une maniere très étroite à la dure-mère, dans tout le cours du chemin qu'ils font en s'avancant entre ses lames, par une substance celluleuse forte, courte, rougeâtre, & distincte de la pie-mère. Mais, lorsque le nerf est arrivé à son trou, la dure-mère, collée partout aux os, se réfléchit, & forme un entonnoir, dans lequel est reçu le nerf, comme dans une espece d'étrui, tant qu'il est dans l'épaisseur des os, étant lié à la dure-mère par plusieurs fibrilles celluleuses, & assez fortes, afin que l'origine même qui est extrêmement molle, ne souffre pas aisément de lésion, lorsqu'il arrive quelquefois que le nerf a une tension en sortant de sa boîte osseuse. La dure-mère, en sortant avec le nerf hors du crane & du canal des vertèbres, ne demeure pas la même dans les differens nerfs. Car dans ceux, qui im-



médiatement après leur issuë continuënt leur route entrelassées dans les muscles, comme dans le huitième, le troisième rameau de la cinquième paire, & le neuvième, lorsqu'elle est parvenue à l'embouchure extérieure du trou du crane, elle se sépare d'abord en deux lames, dont l'une, en conservant la solidité & la densité qui caractérisent la dure-mère, est réfléchie autour des os, & se continuë de la maniere la plus manifeste dans le périoste même. Pour l'autre lame, elle revêt le nerf comme un étui pendant un court espace, & alors son état paroît favoriser l'opinion communément reçue; mais, après avoir fait un peu de chemin avec lui insensiblement, & plutôt dans l'un, plus tard dans l'autre, elle devient plus lâche & plus mince, jusqu'à ce quelle ne soit plus qu'une simple toile celluleuse, grasse, qui peut se gonfler, tout à fait semblable à la toile celluleuse qui répond partout aux muscles & aux autres parties du corps humain, en un mot qui se confond pleinement avec la celluleuse des parties voisines. Néanmoins les petites lames intérieures, qui touchent le nerf de plus près, étant comprimées par la force des muscles & des autres parties qui reposent dessus, sont d'un tissu un peu plus ferré, & continuënt à revêtir le nerf, comme cela arrive à toutes les parties, qui sont entourées d'une substance celluleuse. La chose est surtout sensible dans le huitième qui descend par le col, & où les petites lames celluleuses sont plus étroitement resserrées par la pulsation de la carotide & l'action des parties voisines. Les autres nerfs, qui ont leur cours à travers des parties très molles & de la pure graisse, comme sont ceux qui entrent par la fente de l'orbite sphéroïde, ne reçoivent pas seulement cette lame de la dure-mère, qui dans cet endroit se réfléchit toute entiere dans le périoste de l'orbite, mais ils se montrent garnis seulement de leur pie-mère, & d'une celluleuse tout à fait déliée. La dure-mère abandonne aussi entièrement d'autres nerfs, qui en se jettant d'abord dans les os, y sont mis à l'abri de tout accident, comme le septième, le second rameau du cinquième, & l'intercostal; & cette membrane, sans se diviser, demeure toute entiere attachée aux os, & elle ne se partage point, comme elle



elle le fait ailleurs, en deux lames, dont l'une serve à revêtir le nerf. A la sortie de l'olfactoire, la dure-mère jette par tous les trous de la lame ethmoïde des productions remplies de rameaux nerveux & de petits vaisseaux, qui pendant un certain espace se montrent distinctement dans la membrane pituitaire, jusqu'à ce qu'ils s'évanouissent insensiblement avec elle. J'aurois du penchant à croire, que les Auteurs qui, en décrivant la distribution du nerf olfactoire dans les parties des narines, prétendent que ses rejettons sont embarrassés, qu'ils se distribuent en rameaux, & qu'ils ne sont pas fort mous, n'ont vu autre chose que ces productions de la dure-mère, qui s'engagent dans la membrane des narines. Quiconque en a fait l'Expérience, reconnoitra avec moi, que la mollesse coulante & muqueuse du nerf olfactoire, depuis qu'il a passé la lame ethmoïde, empêche entièrement qu'on puisse affirmer quelque chose de certain de sa distribution, ou de son anastomose avec les autres nerfs. La dure-mère de la moëlle épinière, comme nous l'avons dit de la dure-mère du crâne, forme pareillement à l'issue de chaque nerf, toujours entre deux vertèbres, un entonnoir, qui embrasse non seulement le nerf d'une manière étroite, mais qui fournit la tunique externe au ganglion, dont on peut cependant la séparer, sans que le ganglion en reçoive aucun dommage; de sorte qu'on n'est pas assez fondé à dire que la dure-mère même se rend avec le nerf dans le ganglion. A l'égard des nerfs de l'épine, ils diffèrent de ceux du crâne en ce qu'il n'y a point de lame de la dure-mère, qui se continuë dans le périoste des vertèbres, qui procède uniquement du périoste du crâne, mais que tout cet entonnoir qui est formé par la dure-mère, se résout dans la celluleuse entourée du nerf. Dans tous ces nerfs la pie-mère, après qu'elle est sortie des os, semble se changer en cette toile celluleuse déliée, qui réunit finalement les filets mêmes & les dernières fibrilles, & en forme un faisceau plus considérable, en déposant sa nature pulpeuse, de sorte que dans un nerf qui a fait quelque chemin entre les muscles, on ne peut plus la distinguer de cette celluleuse extérieure.



Je me persuaderois difficilement que l'arachnoïde sortit du crâne, à moins qu'elle ne se change d'abord en celluleuse. Pour le nerf optique, il diffère de tous les autres en ce qu'il est le seul qui soit enveloppé d'une vraie continuation de la dure-mère, comme d'une espèce d'étrui, jusqu'à la prunelle de l'oeil ; & cette enveloppe ne se résout point, comme dans les autres nerfs, en une toile celluleuse, mais on peut la détacher toute entière du nerf jusqu'à la fin ; ce qui peut avoir donné lieu aux Auteurs d'affirmer la même chose de tous les autres nerfs du corps humain. En effet la dure-mère avec le nerf, à l'embouchure extérieure du trou optique, se divise de la façon la plus manifeste en deux lames, dont l'une, en réfléchissant de cet angle de division en dehors, revêt l'orbite en guise de périoste, & l'autre, embrassant le nerf comme une gaine, s'avance jusqu'à la prunelle de l'oeil. A la vérité plusieurs Anatomistes sont encore dans l'opinion, que cette gaine qui procède de la dure-mère, étant devenuë plus épaisse, se change en la sclérotique même. Mais mes propres Observations, que j'ai répétées plusieurs fois avec toute l'exaëtitude & l'attention dont je suis capable, m'ont abondamment convaincu, que la sclérotique est une tunique propre & particulière de l'oeil, entièrement différente de l'enveloppe du nerf optique, qui est liée à l'origine la plus épaisse de la sclérotique autour du nerf optique, très étroitement par une forte celluleuse. De la même manière la pie-mère du nerf optique, qui rassemble en un gros nerf tous les filets de ce nerf unis par une celluleuse, parvient toute entière avec le nerf jusqu'à l'origine de la rétine, y étant inséparablement adhérente partout. Il n'est point du tout vrai, comme quelques Auteurs des plus modernes le veulent, qu'elle se résolve en cet endroit en celluleuse ; & le sentiment commun des Anatomistes jusqu'à présent, sçavoir qu'elle forme la choroïde, n'est pas mieux fondé. Je me suis assuré par mes propres yeux, qu'elle s'unit seulement à la choroïde par une liaison celluleuse ; mais, lorsqu'elle s'est avancée avec le nerf dans l'épaisseur de la sclérotique, jusqu'à l'endroit où elle commence à se développer dans la rétine, la pie-mère, en se réfléchissant
tout



tout autour, parvient à la sclérotique, & la garnit en dedans de maniere, qu'elle forme sa lame intérieure, qui en est inséparable jusqu'à la cornée, comme je le démontrerai ailleurs avec plus d'étendue.

Les nerfs présentement hors du crâne, & étant moins défendus entre les muscles, ont les filets médullaires qui les constituent, liés entre eux par une celluleuse d'autant plus délicate, que ces filets sont plus petits; de façon qu'en examinant la structure du plus petit filet que l'oeil puisse découvrir avec le secours du meilleur Microscope, on aperçoit toujours une toile celluleuse d'une extrême subtilité, qui entoure ce petit filet, & le joint aux autres. Ces filets de la dernière petitesse se réunissent pour en former de plus considérables, qui sont unis par une celluleuse plus forte, jusqu'à ce que la fin une dernière enveloppe celluleuse, épaissie, & comme durcie par la force des muscles qui y reposent & par la pulsation des artères, fournisse une enveloppe universelle, continuë à la celluleuse plus subtile, qui est entrelassée parmi les moindres filets. Cette enveloppe contient tous les filets, & les rassemble en un seul nerf; ce qui rend la fabrique des nerfs parfaitement semblable à celle des muscles, dont les dernières fibres sont pareillement unies par une celluleuse tout à fait subtile, tandis que le muscle entier est entouré d'une celluleuse plus dure, qui le resserre comme une espece de tunique.

Dans certains nerfs cette enveloppe celluleuse a plus d'épaisseur & de solidité; dans d'autres on la trouve plus molle & plus délicate, suivant que les nerfs prennent leur cours dans telle ou telle partie. Elle a la plus grande consistance dans les nerfs qui se répandent entre les muscles, afin que leur portion médullaire qui est si délicate ne soit point offensée par l'action des muscles, ou par quelque accident externe. Elle est plus molle dans ceux qui se rendent aux viscères, & surtout à l'abdomen, parce qu'étant plus profondément situés ils sont mieux à l'abri de toute lésion, aussi bien que les nerfs qui entrent dans l'orbite traversent la pure graisse. Mais elle n'est nulle part aussi délicate &



& aussi molle que dans les nerfs qui passent par des cavités entourées de toutes parts d'os, & par des canaux osseux, comme dans le septième, & surtout dans sa portion molle, dans le second rameau du cinquième qui est renfermé dans la cavité sphéno-palatine, & surtout dans l'intercostal, qui né dans le bain de sang du réservoir, & accru dans son cours par la seconde racine tout à fait molle du nerf Vidian, fait un long chemin par le canal osseux carotique, conservant toujours une extrême mollesse, qu'il communique à presque tous ses rameaux. On observe la même chose dans ceux du cardiaque, qui étant placés dans la situation la plus assurée, où il est impossible qu'il leur arrive quelque accident, à moins que les grands vaisseaux qui sortent du cœur ne soient blessés, ce qui ne peut arriver sans un grand danger de la vie. Le second rameau de la cinquième paire, tant qu'il demeure caché dans une cavité entourée d'os, la portion dure du septième, lorsqu'il descend dans l'aqueduc de Fallope, le premier rameau du cinquième, lorsqu'il se répand dans l'orbite, sont tout à fait mous & tendres; mais quand ces mêmes nerfs s'enfoncent dans les muscles, ils prennent une enveloppe celluleuse plus dure & plus ferme, & deviennent plus semblables aux autres nerfs musculaires. Cela fait voir qu'on ne sçauroit dire, à proprement parler, qu'un nerf soit plus dur qu'un autre, mais que toute la différence à cet égard vient uniquement des enveloppes. C'est par le moyen de la même enveloppe celluleuse que les nerfs sont liés de côté & d'autre aux parties voisines, comme les nerfs diaphragmatiques au péricarde, le huitième à l'oesophage, & les mésentériques qui partent du ganglion semi-lunaire aux tuniques des grandes artères qui se rendent aux viscères de l'abdomen; dans lesquelles tuniques ces nerfs s'entrelacent de telle façon, qu'il est très difficile de les bien préparer. Dans la même enveloppe celluleuse sont aussi répandus plusieurs petites artères & veines, qui ont assez de grandeur dans les nerfs plus considérables, & qui, lorsque les vaisseaux sont injectés, peignent admirablement le nerf. L'eau de l'hydropisie, & même quelquefois la graisse, se répand dans ces interstices cellulux; comme cela arrive
partout



partout à la toile celluleuse. Plus les rameaux des nerfs deviennent petits, plus la celluleuse paroît déliée, jusqu'à ce qu'à la fin ces rameaux se terminent en une pulpe, après avoir déposé toutes les envelopes dont ils étoient entourés. Cependant on observe, non seulement dans la rétine même, mais aussi dans les mammelons de la langue & de la peau, une sorte de celluleuse des plus déliées, qui unit les derniers rejettons des nerfs avec les plus petits vaisseaux¹, les joint en un seul mammelon, & donne quelque solidité à la moëlle du nerf.

Quelques uns de ces nerfs, comme ceux de l'épine, l'intercostal, qui, comme *M. de Haller* l'a déjà remarqué, est vraiment un nerf de l'épine, & ceux du cinquième rameau, s'enslent dans leur route, & forment des especes de tumeurs duriuscules, rougeâtres, vasculieuses, faites d'une toile celluleuse dure & épaisse, que les Anatomistes nomment des ganglions. *M. Meckel* a mis dans un si grand jour (*) toure la doctrine des ganglions & de leur utilité, qu'il ne semble presque pas qu'on puisse y rien ajouter; & ce qu'il avance à cet égard, est appuyé sur des argumens si solides, que j'y acquiesce pleinement. J'ajouterai seulement un petit nombre d'idées, qui me sont venues dans l'esprit en examinant les envelopes des nerfs, & qui appartiennent au sujet que je traite.

M. Meckel a déjà remarqué, qu'une des utilités des ganglions consiste, en ce que d'un tronc, ou d'un petit nombre de troncs, il peut sortir commodément quantité de rameaux, & partant d'un point, se disperser suivant plusieurs directions; & comme la tunique celluleuse qui est apportée par les troncs, ne suffit pas pour revêtir tous ces rameaux, la Nature a ajouté les ganglions, qui fournissent l'enveloppe celluleuse nécessaire aux rejettons nerveux qui sortent d'un seul ganglion. Outre cela, je crois qu'une utilité des ganglions qui n'est pas à mépriser; c'est que les fibres nerveuses qui arrivent par divers troncs, s'y mêlent d'une manière intime; ce qui n'auroit pas pu se faire avec

(*) Dans les *Mémoires de l'Académie Royale*, Tom. V.

Mém. de l'Acad. Tom. IX.

autant de facilité dans des plexus nerveux, où les troncs différens qui les forment, sont plutôt posés à côté l'un de l'autre, ou collés, que les fibres nerveuses mêmes ne sont mêlées entr'elles. Au contraire dans les ganglions les fibres mêmes des différens troncs s'entremêlent avec tant de force, qu'il ne sort du ganglion aucun petit rameau, qui n'ait reçu quelque fibres de tous les troncs qui aboutissent à ce ganglion. Il me paroît, par exemple, extrêmement probable, qu'il ne sort du ganglion semi-lunaire aucun petit rameau, à la formation duquel ne concourent tous les troncs qui entrent dans le ganglion susdit. Mais, comme le mélange intime de ces fibres médullaires mêmes ne peut se faire qu'après qu'elles ont déposé toute envelope, j'estime que les ganglions sont destinés à revêtir ces nouveaux rejettons qui naissent de la combinaison des fibres que fournissent des troncs tout différens, de l'envelope celluleuse dont ils ont besoin, & en même tems à empêcher que les fibres mêmes qui doivent se mêler entr'elles, ne puissent être aisément endommagées, ou écartées. C'est ce que M. Meckel a déjà fait voir des ganglions des nerfs de l'épine.

Cette toile celluleuse des nerfs est le siège de plusieurs maladies nerveuses, dans lesquelles le cerveau est sain & la moëlle de l'épine sans dommage; & ce sont aussi les seules maladies des nerfs qui laissent l'espérance de la guérison. Car la moëlle tout à fait tendre du nerf, dès qu'elle est une fois gâtée, ne semble pas accessible à l'action des remèdes; & ceux qui dans ces cas s'en prennent à l'altération qu'ils supposent dans la qualité des esprits, débitent assurément de vaines conjectures. C'est ainsi que la paralysie des différentes parties du corps paroît être produite le plus souvent, ou par de petits vaisseaux gonflés & obstrués, qui traversent cette toile celluleuse, & qui compriment la moëlle, ou par quelque humeur répandue dans les interstices des lames celluleuses, qui s'y est coagulée, & grossie au point de devenir une tumeur cystique, ou enfin par une matière morbifique qui s'est transportée par métastase dans ces endroits.



Je pense qu'il faut rapporter ici ces exemples, dont tout le monde parle aujourd'hui, je veux dire, ceux des guérisons qu'on prétend être effectuées sur des membres paralytiques par le moyen de l'électricité. Elles paroissent se rapporter à l'espece de paralysie qui vient de l'obstruction des vaisseaux répandus dans la toile celluleuse du nerf, qui s'insere dans le muscle paralytique; lesquels vaisseaux tout remplis d'une matiere qui se gonfle & se dilate excessivement, compriment les fibres médullaires du nerf, interceptent l'influence des esprits animaux qui se rendent au muscle, & privent ainsi l'ame de l'empire qu'elle a sur cette partie. Mais, quand la force électrique agit sur ce membre paralytique, non seulement le mouvement du coeur devient plus fort & plus rapide, mais les artères elles-mêmes se resserrent avec plus de force, & en exercent davantage sur l'endroit obstrué. La Machine électrique augmente aussi l'affluence du sang vers l'endroit irrité, & de cette maniere la force qui pousse sans cesse par derrière s'accroît. Toutes ces causes étant réunies, les molecules engagées dans les vaisseaux sont secouées & atténuées, elles se résolvent en parties plus petites, de façon qu'elles peuvent passer dans les veines; ou bien, par une plus forte contraction des tuniques de l'artère obstruée, elles sont repoussées dans de plus grands vaisseaux, & rentrent dans le sang agité par la force du coeur. Ces petits vaisseaux étant donc délivrés de la matiere qu'ils contenoient, reprennent leur premier diamètre, & cessent de comprimer les fibres médullaires; & alors, la circulation y redevenant plus libre, les esprits nerveux peuvent reprendre leur ancienne route, & agir librement dans les parties qui s'étoient soustraites à l'empire de l'ame: ce qui suffit pour rendre le mouvement au membre affecté. Je ne ferois pas difficulté non plus de rapporter à la lésion du nerf; & à l'inflammation des petits vaisseaux de l'enveloppe celluleuse, ces étranges & terribles accidens, qu'on a coutume d'attribuer à l'inflammation & à la corrosion des tendons & de leur gaine; comme sont les effrayans symptomes; qui suivent quelquefois, à ce qu'on prétend, la piquure des tendons, & dans lesquels une legere blessure, faite aux



dernieres phalanges des doigts, cause une douleur énorme, qui gagne jusqu'à l'épaule, & qui est suivie d'une inflammation, tendante aussitôt à la gangrene, d'une fièvre des plus aiguës, de convulsions, & bientôt après de la mort même. Telle est encore cette cruelle & très dangereuse espece de paronychie, qui est accompagnée à peu près des mêmes symptomes. Il est difficile de comprendre comment ils pourroient résulter de la simple lésion des tendons, qui ne sont liés avec les parties voisines que par une substance celluleuse; qui sont eux-mêmes composés pour la plus grande partie d'une semblable substance, comme l'ont observé les Anatomistes qui tiennent certainement le premier rang dans notre siècle; enfin dont l'extrême sensibilité, qui leur avoit été attribuée jusqu'à présent, est devenue à juste titre suspecte, depuis les Expériences & les Observations qu'on a faites pour s'en assurer. L'explication de ces symptomes est beaucoup plus facile, en la dérivant de la lésion du nerf, & de l'inflammation des vaisseaux de la celluleuse qui en résulte, par laquelle ces vaisseaux gonflés & enflammés tendent le nerf de toutes parts, ou bien en se rompant répandent dans la celluleuse quelque liquide acre, par lequel la moëlle est perpétuellement irritée, ce qui produit des convulsions, & trouble nécessairement la circulation. Le passage du sang dans les plus petits vaisseaux étant empêché par ce resserrement des nerfs, l'ardeur de l'inflammation, la fièvre très aiguë, qui accompagne toute inflammation, la gangrene enfin, & la mort même, sont autant de suites inévitables de la résorption de cette liqueur gangréneuse.

Or, comme tous les nerfs du bras sont liés entr'eux par de fréquentes anastomoses & par divers plexus, & que leurs petits rameaux s'étendent à toutes les parties, on voit sans peine, comment l'inflammation produite dans un nerf quelconque, se propage par toute la continuité de l'enveloppe celluleuse, & par les vaisseaux qui sont liés à tous les autres, de sorte qu'en très peu de tems elle fait les progrès les plus rapides.

Tout



Tout ce que j'ai dit jusqu'à présent, s'accordant donc à prouver que l'enveloppe des nerfs n'est autre chose qu'une substance celluleuse, tout à fait différente de la dure-mère, & qui même dans plusieurs nerfs ne lui est pas continuë, je ne vois assurément pas ce que peuvent alléguer en faveur de leur opinion ceux qui prétendent que toutes les impressions des objets sensibles, faites sur une partie quelconque du nerf, sont portées à l'ame par le moyen de cette enveloppe, & que l'unique cause de la sensibilité & de l'irritabilité des nerfs, vient de ce qu'ils sont enveloppés de ces productions de la dure-mère.

Personne, à ce que j'espère, ne disconviendra, que toute cette dispute ne soit entièrement terminée, si l'expérience nous enseigne, que toute voye de communication entre l'enveloppe des nerfs & la dure-mère, est pleinement interceptée. De quelle maniere, par exemple, le sentiment pourroit-il être porté à l'ame par les rameaux qui sortent du nerf intercostal, lequel dans son origine n'a absolument aucune enveloppe ; ou bien par le rameau descendant du second rameau de la cinquième paire, qui dans la cavité sphénoptarique est tellement éloigné de la dure-mère, qu'on trouve la graisse répandue entr'elle & ce nerf ?

Dans les nerfs même, qui ont une enveloppe celluleuse continuë avec la substance celluleuse, en laquelle nous avons dit que la dure-mère du cerveau se résolvoit, la sensibilité & l'irritabilité seront difficilement attribuées à cette toile celluleuse par quiconque fera réflexion qu'elle n'est nullement une partie organique, mais qu'étant née de la concrétion d'une matiere glutineuse, & réduite en forme de membrane par la pression & la pulsation des parties voisines & des vaisseaux, elle n'a pas le moindre rapport avec la fabrique des fibres musculaires & nerveuses, & qu'elle est entièrement dénuée de l'espece de mouvement intestin dont les muscles sont doués.



La moëlle des nerfs paroît au contraire très propre à exercer cette fonction , puisqu'elle est manifestement continuë partout à la moëlle du cerveau ; & on y observe en effet les mêmes phénomènes de sentiment & de douleur qui ont lieu dans le nerf. Je n'ignore pas que plusieurs Auteurs , parmi lesquels il y en a de très distingués , & entr'autres le célèbre Baron de Swieten , nient positivement , que la moëlle du cerveau soit susceptible de sentiment, ou du moins qu'ils sont très circonspects à ne rien affirmer à cet égard. Mais , dans toutes les Expériences que j'ai faites à ce sujet , j'ai constamment observé que les animaux faisoient paroître les plus grandes marques de douleur , lorsqu'on introduisoit dans la moëlle du cerveau quelque instrument propre à la blesser , tandis qu'ils soutenoient avec une parfaite tranquillité la lésion de la substance corticale. Et pourquoi refuserions-nous le sentiment à la moëlle du cerveau , tandis que nous voyons en divers endroits de ce même cerveau des portions médullaires tout à fait différentes , qui ont une si grande ressemblance avec les nerfs , qu'on s'apperçoit aisément qu'il n'y a d'autres différences entr'elles & la moëlle même continuée en nerf , que la privation d'une enveloppe celluleuse , qui sépare ces rayes , ou portions , des autres , & les réunit en un seul faisceau ?

Mais quand même on accorderoit , & qu'il seroit effectivement vrai , que l'enveloppe des nerfs est une production de la dure-mère , je crois avoir abondamment démontré , dans ma Dissertation inaugurale , soit par des Expériences faites sur des animaux vivans , soit par des raisons tirées de l'Anatomie , que la dure-mère est parfaitement insensible , quoique presque tous les Anatomistes lui aient attribué jusqu'à présent le sentiment le plus exquis. Mon sentiment se trouve merveilleusement confirmé par une Expérience , telle que je l'avois toujours souhaitée , faite sur une personne vivante. J'en ai trouvé l'occasion , l'Été dernier ; une femme malade qu'on avoit mise à l'Hôpital de la Charité me l'a fournie. Une carie vénérienne lui avoit entièrement consumé une portion de l'os du front , large de deux travers de doigt ,
de



de forte que la dure-mère se montrait nue à l'oeil, & qu'on pouvoit la toucher sans peine avec un Instrument. Or, de quelque manière que je l'aye touchée, & même pressée & irritée, cette femme m'a constamment assuré qu'elle ne sentoit rien, quoiqu'elle se plaignit des douleurs les plus violentes dès qu'on lui touchoit très légèrement la chair vive. En comparant ce fait avec les Observations par lesquelles j'ai prouvé que la dure-mère, après qu'elle est sortie du crane, se résout en une toile celluleuse lâche, & avec d'autres Expériences qui concernent l'irritabilité & le mouvement de la dure-mère, il me paroît qu'on est pleinement en droit d'en conclurre, que la dure-mère elle-même est une simple toile celluleuse, insensiblement condensée, & réduite en une membrane forte & solide, par la pulsation des vaisseaux & la pression contre des os durs & résistans ; & que cette membrane reprend partout sa nature, lorsqu'écartée du crane elle se répand librement entre des parties plus molles.

Presque tout ce qui vient de servir à montrer que l'enveloppe extérieure des nerfs n'est pas une continuation de la dure-mère, peut être employé à combattre l'idée de M. Le Cat, & des autres Physiciens, qui placent dans la pie-mère le principal siège du sentiment. En effet nos Observations rapportées ci-dessus ont prouvé que la pie-mère, après qu'elle est sortie du crane, se change, comme nous l'avons enseigné de la dure-mère, en une toile celluleuse lâche, qui lie entr'eux les filers nerveux, qui a tous les caractères de ressemblance avec la toile celluleuse extérieure, & qui se confond intimement avec elle. Outre cela la pie-mère, comme l'ont mis en évidence les Expériences sur ce sujet, faites par M^{rs}. *Kane*, *Ridley*, & moi, ne se montre pas seulement toujours privée de sentiment, de sorte qu'on peut impunément la déchirer, ou la toucher avec de l'huile de vitriol, sans qu'aucun animal donne le moindre signe de douleur ; mais même, dans l'homme vivant, lorsqu'en s'unissant avec la substance corticale il s'en forme une espece de fungosité, elle peut être coupée ou détruite par des médicaments



mens corrosifs, sans aucune espece de douleur ou de sentiment. Est-il croyable que la pie-mère change de nature, après qu'elle est sortie du crane, & qu'y ayant été insensible, elle acquière ensuite la faculté du sentiment ?

Enfin la nature même de la pie-mère est telle, qu'on a lieu de s'étonner comment l'opinion qui en fait le siège principal du sentiment a pu s'établir, puisque tous les phénomènes s'accordent à déposer que cette membrane est faite d'une mince cellulose, qui contient plusieurs vaisseaux, & les porte en ordre au cerveau où ils s'infèrent.



M É M O I R E S

D E

L'ACADÉMIE ROYALE

D E S

S C I E N C E S

E T

B E L L E S - L E T T R E S.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *



REFLEXIONS
ET
ECLAIRCISSEMENTS
SUR LES NOUVELLES VIBRATIONS DES COR.
DES EXPOSÉES DANS LES MÉMOIRES
DE L'ACADÉMIE
de 1747. & 1748.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.



I.

Mr. Taylor est parvenu le premier à connoître le nombre des vibrations, que fait dans un tems donné une corde uniformément epaïsse d'une longueur donnée, d'un poids donné, & tenduë par une force donnée. Il n'étoit pas possible de déterminer ce nombre sans connoître préalablement les courbures, que prendroient les cordes pendant tout le tems que dureront leurs vibrations ; il a donc démontré, que cette courbure étoit

T 2

con-

constamment la compagne d'une cycloïde extrêmement allongée, dans laquelle les appliquées représentent les sinus des arcs représentés par les abscisses : aussi n'est-ce à mon avis que sous cette forme que les vibrations peuvent devenir régulières, simples, & isochrones, malgré l'inégalité des excursions. Avec cette idée, que j'ai toujours eue, je ne pouvois qu'être surpris de voir dans les Mémoires des années 1747- & 1748. une infinité d'autres courbures comme douées de la même propriété; il ne me falloit pas moins que les grands noms de *Mrs. d'Alembert & Euler*, que je ne pouvois soupçonner d'aucune inattention, pour examiner s'il n'y auroit pas quelque équivoque dans l'aggrégation de toutes ces courbes avec celle de *M. Taylor*, & dans quel sens on pourroit les admettre. J'ai vu aussi-tôt, qu'on ne pouvoit admettre cette multitude de courbes que dans un sens tout-à-fait impropre; je n'en estime pas moins les calculs de *Mrs. d'Alembert & Euler*, qui renferment certainement tout ce que l'Analyse peut avoir de plus profond & de plus sublime; mais qui montrent en même tems, qu'une analyse abstraite, qu'on écoute sans aucun examen synthétique de la question proposée, est sujette à nous surprendre plutôt qu'à nous éclairer. Il me semble à moi, qu'il n'y avoit qu'à faire attention à la nature des vibrations simples des cordes, pour prévoir sans aucun calcul tout ce que ces deux grands Géomètres ont trouvé par les calculs les plus épineux & les plus abstraits, dont l'esprit analytique se soit encore avisé.

II. Remarquons d'abord que, suivant la théorie de *M. Taylor*, une corde tendue peut former ses vibrations uniformes d'une infinité de manières, qui diffèrent entre elles pour le physique, mais qui reviennent au même pour le géométrique, parce que dans chacune de ces manières on ne fait que changer l'unité qui sert de mesure. Ces manières différentes consistent dans le nombre des ventres, que la corde peut former durant ses vibrations. Quand il n'y a qu'un seul ventre, comme dans la première Figure, les vibrations sont les plus tardives, elles forment le son fondamental; quand il y a deux ventres, & un noeud



noeud au milieu de l'axe, les vibrations se doublent, & elles forment l'octave du son fondamental ; lorsque la corde forme trois, quatre, ou cinq ventres, avec deux, trois, ou quatre noeuds, par des distances mutuelles égales, comme dans les figures 3. 4. & 5. les vibrations se triplent, quadruplent, ou quintuplent, & forment la douzième, la double octave, ou la tierce majeure de la double octave, relativement au son fondamental. Cette multiplicité va à l'infini. Dans chaque espèce de ces vibrations les excursions totales peuvent être grandes ou petites à discrétion, pourvu que les plus grandes puissent être censées extrêmement petites. La nature de ces vibrations est telle que, non seulement chaque point commence & finit chaque vibration simple au même instant, mais encore que tous les points se mettent après chaque demi-vibration simple dans la position de l'axe AB. Il faut considérer toutes ces conditions comme essentielles, & tout aussi-tôt il n'y a que les courbes données par M. *Taylor*, qui satisfassent au problème. Mais en séparant ces conditions on peut former une infinité de courbes, qui satisfassent à quelque condition séparément ; mais je ferai voir combien peu on seroit fondé en ces cas à appeller les vibrations isochrones pour chaque point. Il en est de ces vibrations, comme des mouvemens réciproques des corps, qui descendent & montent alternativement sur une courbe ; cette courbe ne peut être que la cycloïde, si l'on demande que toutes les descentes, grandes ou petites, soient isochrones entre elles de même que les montées ; mais si l'on veut simplement que les vibrations entières soient isochrones entre elles, on peut donner autant de courbes qu'on demande, qui satisfassent à ce problème ; puisque j'ai démontré dans les Mémoires de *Petersbourg*, que quelle courbe de descente on donne, on peut toujours déterminer la courbe de montée, telle que les deux tems employés à la descente & à la montée pris ensemble fassent une même somme, quel que inégalité qu'il y ait entre les amplitudes des excursions.

III. Si j'ai dit que les cordes peuvent faire leurs vibrations simples d'une infinité de manières, dont les cinq premières figures servent

T 3

d'exem-



d'exemples, ce n'est pas là une vérité abstraite seulement ; on peut la rendre réelle, comme l'exemple des trompettes marines le montre assez par les sons qu'on en tire : les Expériences qu'on fait en plaçant un chevalet dans quelqu'un des points *a*, & en pinçant le bout *Aa*, confirment la même chose ; puisqu'elles nous apprennent, qu'il se forme aux points *b*, *c*, *d*, &c. des noeuds à distances égales, qui demeurent comme en repos, pendant que tous les autres points sont agités. Cette multiplicité infinie de vibrations se manifeste dans tous les corps sonores, de quelque nature qu'ils puissent être ; c'est par là qu'on peut tirer des cors de chasse, des trompettes, &c. tous les sons qui vont en progression des nombres naturels ; c'est à dire dans la même progression que les sons, qu'on peut tirer d'une seule & même corde par ses différentes especes de vibrations. En fermant tous les trous d'une flûte traversière, on peut par la simple variation de l'embouchure obtenir d'abord le son le plus bas, ou fondamental, & puis successivement son octave, sa douzième, sa double octave, sa dix-septième majeure, qui sont pareillement comme 1, 2, 3, 4 & 5. mais il ne faut pas croire pour cela, que cette progression soit générale. Après m'être formé une bonne théorie sur les vibrations de l'air dans les instrumens à vent, j'en ai conclu, qu'on ne pourroit tirer des tuyaux bouchés que les sons, qui vont en progression des nombres impairs, savoir 1, 3, 5, 7, &c. & ma conclusion a été confirmée par l'Expérience : car ayant ôté la pièce d'en-haut d'une flûte traversière, & la bouchant avec la main, j'en ai tiré d'abord le son le plus bas, & puis renforçant le souffle sa douzième sans passer par l'octave, ensuite sa dix-septième majeure, & enfin un ton qui n'est pas reçu dans la Musique, & qui approchoit de la vingt-unième du son fondamental. Je ne sais si cette propriété a déjà été remarquée par d'autres ; mais elle me paroît d'autant plus remarquable, qu'elle est peut-être propre à expliquer en quoi consistent ces accès de facile réflexion & de facile transmission des rayons, observés avec tant de sagacité par le grand Newton. C'est sur quoi je compte de donner un Mémoire, quand j'aurai expliqué & réduit au calcul les vibra-



vibrations de l'air formées dans des tuyaux ouverts & bouchés, & démontré l'analogie entre ces vibrations de l'air & celles de l'éther, qui fait la lumière. Je n'ai fait ici cette remarque, que pour prouver, que les différens sons tirés du même corps sonore ne vont pas toujours dans la progression des nombres naturels. Mais je dis plus : ces sons peuvent avoir telle proportion, qu'il n'y a aucune formule en quantités finies qui puisse l'exprimer ; comme on peut voir par les sons, que j'ai calculés autrefois, qui sont ceux qu'on peut tirer d'une verge d'acier frappée par des petits coups. C'étoit un problème nouveau, & qui demandoit beaucoup de circonspection ; après l'avoir résolu, je l'ai proposé à M. *Euler*, qui en a donné une solution parfaitement conforme à la mienne, quoique incomplète d'abord en ce qu'il avoit omis la moitié des sons possibles ; je l'en ai averti, & il y a suppléé dans les Actes de Leipzig.

IV. Ma conclusion est, que tous les corps sonores renferment en puissance une infinité de sons, & une infinité de manières correspondantes de faire leurs vibrations régulières ; enfin, que dans chaque différente espèce de vibrations les inflexions des parties du corps sonore se font d'une manière différente. Mais ce n'est pas de cette multitude de vibrations appliquée aux cordes tendues, que M^{rs}. d'*Alembert* & *Euler* prétendent parler ; elle n'étoit pas inconnue à M. *Taylor* : ils multiplient à l'infini chaque espèce, en accordant à chaque intervalle entre deux noeuds voisins une infinité de courbures telles que chaque point commence & achève aux mêmes instans ses vibrations, pendant que, suivant la théorie de M. *Taylor*, chaque dit intervalle doit nécessairement prendre la seule courbure de la compagne de la cycloïde extrêmement allongée. Cette contradiction apparente entre d'aussi grands Géomètres me paroît demander quelque éclaircissement.

V. Remarquons donc, que la corde AB peut non seulement faire ses vibrations suivant la figure première, ou seconde, ou troisième, & ainsi à l'infini, mais qu'il peut se faire encore un mélange de toutes ces vibrations avec toutes les combinaisons possibles ; & cependant
toutes



toutes les nouvelles courbes & nouvelles especes de vibrations données par Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ne sont absolument qu'un mélange de plusieurs especes de vibrations Tayloriennes. Si cela est vrai, je ne saurois approuver l'aggrégation de toutes ces nouvelles courbes; puisque la corde en s'y conformant ne donne pas un seul & même ton, mais plusieurs tons à la fois. Pour sentir l'incongruité de cette nouvelle aggrégation, supposons, au lieu d'une seule corde, cinq cordes par exemple, entierement égales en tout sens; que la premiere fasse les vibrations suivant la loi de la premiere figure; la seconde corde suivant la loi de la seconde figure, & ainsi des autres. Supposons que toutes ces cordes commencent leurs vibrations dans un même instant; voudroit-on appeller ces cinq especes de vibrations isochrones entre elles, simplement parce qu'elles finissent une de leurs vibrations au même instant que la premiere corde finit chacune des siennes? Non sans doute, parce que la seconde corde fait deux vibrations, la troisième trois, & ainsi des autres, pendant que la premiere corde n'en fait qu'une; & que chaque corde donne un ton different à proportion. Cependant tout ce que je viens de dire par rapport à plusieurs cordes entierement égales, peut & doit être appliqué à une seule & même corde.

VI. Effectivement tous les Musiciens conviennent, qu'une longue corde pincée donne en même tems, outre son ton fondamental, d'autres tons beaucoup plus aigus; ils remarquent sur tout le mélange de la douzième & de la dix-septième majeure: s'ils ne remarquent pas aussi distinctement l'octave & la double octave, ce n'est qu'à cause de la trop grande ressemblance de ces deux tons avec le ton fondamental. Voilà une preuve évidente, qu'il peut se faire dans une seule & même corde un mélange de plusieurs sortes de vibrations Tayloriennes à la fois. On entend pareillement dans le son des grosses cloches un mélange de tons differens. Si l'on tient par le milieu une verge d'acier, & qu'on la frappe, on entend à la fois un mélange confus de plusieurs tons, lesquels étant appréciés par un habile Musicien se trouvent extrêmement



mement desharmonieux, de sorte qu'il se forme ici un concours de vibrations, qui ne commencent & ne finissent jamais dans un même instant, sinon par un grand hazard : d'où l'on voit que l'harmonie des sons, qu'on entend dans une même corps sonore à la fois, n'est pas essentielle à cette matiere, & ne doit pas servir de principe pour les systèmes de Musique. L'air n'est pas exempt de cette multiplicité de sons coëxistans : il arrive souvent qu'on tire deux sons differens à la fois d'un tuyau ; mais, ce qui prouve le mieux, combien peu les différentes ondulations de l'air s'entre-empêchent, est qu'on entend distinctement toutes les parties d'un concert, & que toutes les ondulations causées par ces différentes parties se forment dans la même masse d'air sans se troubler mutuellement, tout comme les rayons de la lumière, qui entrent dans une chambre obscure à travers une petite ouverture, ne se troublent point.

VII. Après ces remarques il sera facile de construire une infinité de courbes initiales à la corde AB avec cette condition, que chaque point de la corde arrive quelquefois en même tems à un point de repos instantané, & de donner la loi générale pour toutes ces courbes sans aucun calcul préalable. Commençons par la combinaison des deux premières figures. Supposons que la corde fasse ses vibrations pour former le son fondamental conformément à la première figure ; cette courbure étant censée infiniment petite, la corde pourra encore être considérée comme une ligne droite, & sa courbe pourra servir d'axe mobile à la courbe de la seconde figure, à deux branches ; & de là il résulte une nouvelle courbe, qui remplira la condition prescrite. Voici donc la construction de cette nouvelle courbe.

VIII. Soit (Fig. 6.) $AmanB$ la courbure de la première figure : qu'on considère cette courbe comme un axe droit, sur lequel on construise $ApaqB$, entièrement la même par rapport à son axe courbé que celle de la figure seconde, par rapport à l'axe parfaitement droit AB ; & cette courbe $ApaqB$ sera telle qu'on desiroit, & la plus simple des courbes données par M^{rs}. d'Alembert & Euler.

Comme la plus grande appliquée pm peut avoir un rapport quelconque à la plus grande appliquée ar , il est clair, que cette courbe $ApaqB$ contient déjà une infinité d'especes. Voici à présent les propriétés de cette courbe $ApaqB$.

(a) Je dis que la courbe idéale $AmanB$ fera ses vibrations par rapport à l'axe droit Arb , entierement suivant la loi des vibrations simples de la premiere figure.

(b) Ensuite, que chaque point de la courbe $ApaqB$ aura son mouvement relatif par rapport à chaque point correspondant de la courbe $AmanB$, le même que le mouvement absolu représenté par la seconde figure.

(c) Or chaque point de la seconde figure fait précisément deux vibrations, pendant que le même point en fait une dans les vibrations de la premiere figure. Il faut donc que tous les points de la courbe $ApaqB$ finissent leurs vibrations alternes au même instant, que ceux de la figure $AmanB$ finissent chacune des leurs.

(d) Lorsque, au commencement, un point de la courbe $ApaqB$ est en dehors de la courbe $AmanB$, ce même point au bout de ses deux vibrations sera en dedans de cette derniere courbe, qui n'aura fait qu'une seule vibration; & ainsi la courbe $AmanB$ ayant pris la situation $Am'a'n'B$, il arrivera que la courbe $ApaqB$ prenne la situation $Ap'a'q'B$, & que la courbe $Ap'a'q'B$ soit tout à fait la même qu'elle avoit été, en changeant simplement l'ordre des côtés, c'est à dire, la même que $BqapA$, ce qui fait un cas du beau theoreme de M. Euler.

IX. De la même façon que nous avons combiné les vibrations de la premiere, & de la seconde figure, on pourra combiner les vibrations de la premiere figure, avec celles de toute autre figure sans exception



exception à l'infini; toutes ces combinaisons peuvent même subsister à la fois; ainsi; par exemple, la courbe absoluë *ApqB* de la sixième figure, pourra encore être considérée comme une courbe translatrice, on pourra la partager en trois parties égales, & y appliquer la même courbe qui, dans la troisième figure, est appliquée à l'axe droit *AB*. Quelle que soit la courbe absoluë résultante de toutes ces combinaisons faites à discrétion, il arrivera toujours que tous les points de la courbe arrivent dans un même instant au point de repos instantané du côté opposé de l'axe, & la courbe dans cet état sera toujours la même, en situation renversée, qu'elle avoit été au commencement, comme le dit *M. Euler*.

X. Si l'on ne combine ensemble que les figures, qui ont un nombre de ventres impair, ces courbes auront encore cette propriété, que chaque point de la courbe absoluë résultante passe dans un même instant par l'axe droit *AB*, ce qui peut par conséquent se faire d'une infinité de façons; mais aussi-tôt qu'une seule courbe à ventres pairs s'y mêle, cela n'arrive plus. Voilà un exposé physique des nouvelles vibrations des cordes données par *Mrs. d'Alembert & Euler*; & si j'ai bien compris leurs énoncés, toutes les nouvelles courbes qu'ils donnent, sont comprises dans notre construction, & sont un simple mélange de plusieurs especes de vibrations, dont chacune à part se fait suivant les loix décrites par *M. Taylor*. Mais il me semble que ce n'est là qu'une especes de composition de mouvement, qui ne peut donner aucune amplification à la théorie de *M. Taylor*.

XI. Pour mieux sentir l'incongruité d'une telle amplification, nous combinerons la courbe fondamentale de *M. Taylor*, qui est représentée par la première figure, avec la figure anguiforme *Taylorienne* qui auroit 1001 ventres; il en résultera une courbe du nombre des nouvelles courbes, qui aura cette propriété, que tous les points commençans au même instant leur vibration, passeront tous dans un même instant par l'axe droit, & arriveront dans un même instant au



point de repos, de l'autre côté de l'axe, pour recommencer un nouveau mouvement pareil au précédent. Mais qu'arrive-t-il pendant ce mouvement? Je dis qu'il y aura dans la corde précisément 1000 points à de petites distances égales, dont chacun fait une vibration, absolument de la même manière que si les vibrations se faisoient simplement suivant la loi de la première figure, pendant que tous les autres points feront 1001 allées & venus, ou 1001 vibrations, & pourront même passer 1001 fois l'axe droit. Ces 1001 vibrations seront entières & parfaites; dans chacune de ces vibrations chaque élément aura un moment de repos absolu & parfait, & un moment auquel sa vitesse soit la plus grande. Si l'on vouloit confondre ces petites vibrations rapides avec la simple vibration fondamentale, uniquement parce que la mille & unième petite vibration finit au même instant dans chaque point, que la vibration fondamentale finit, ce seroit appeler synchrones deux pendules simples, dont l'un auroit 1 pied de longueur & l'autre 1002001 pieds, parce que ces deux pendules, commençans leurs vibrations au même instant, les finissent aussi dans un même tems; on pourroit même unir ces deux pendules en supposant un corps extrêmement pesant, suspendu par une très longue corde, & un petit corps attaché au grand par un petit fil, on pourra toujours obtenir que le petit pendule attaché au grand commence la première de ses vibrations, & finisse la dernière, aux mêmes instans que le grand pendule commence & finit une seule vibration; mais sera-t-on fondé pour cela d'appeler ces vibrations isochrones?

XII. Voyons encore si toutes les nouvelles courbes trouvées par M. *Euler*, sont comprises dans notre remarque. Pour cet effet il faudra donner une équation pour toutes les courbes Taylориennes, dont les cinq premières figures sont autant d'exemples. Je me servirai des dénominations de M. *Euler*. Soit donc la longueur de la corde $AB = a$; $\pi =$ à la demi-circonférence du cercle dont le rayon est exprimé par l'unité, la plus grande appliquée au milieu de chaque

ventre



ventre pour la première figure $= a$, pour la seconde $= b$, pour la troisième $= \gamma$, pour la quatrième $= \delta$; soit enfin x une abscisse quelconque, & y l'appliquée pour cette abscisse, on aura suivant *M. Taylor*,

$$\text{pour la 1. fig. } y = a \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$\text{pour la 2. fig. } y = b \sin \frac{2\pi x}{a}$$

$$\text{pour la 3. fig. } y = \gamma \sin \frac{3\pi x}{a}$$

$$\text{pour la 4. fig. } y = \delta \sin \frac{4\pi x}{a} \quad \&c.$$

En combinant donc toutes ces courbes à l'imitation de la figure fixée, pour laquelle nous n'avons combiné que les deux premières figures, nous aurons généralement pour la même abscisse x cette équation

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + b \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

dans laquelle les quantités a , b , γ , δ , &c. sont arbitraires affirmatives ou négatives.

XIII. Voilà donc cette infinité de courbes trouvées sans aucun calcul, & notre équation est la même que celle de *M. Euler*; voyez les Mémoires de l'Académie pour l'Année 1748. page 85. Il est vrai que *M. Euler*, ne traite pas cette multitude infiniment infinie de générale, & qu'il ne la donne au §. 30. que comme des cas particuliers; mais c'est sur quoi je ne suis pas encore assez éclairci: s'il y a encore d'autres courbes, je ne comprends pas dans quel sens on peut les admettre.

XIV. Si dans notre équation on suppose les coefficients des termes alternes, savoir b , δ , &c. $= 0$, il arrivera alors non seulement, que



toutes les especes de vibrations finissent au même instant que finit la vibration fondamentale, mais encore que tous les points de la corde se rangent au même instant dans la position de la ligne droite AB; cela n'est qu'un corollaire de notre §. 10. Dans cette supposition la courbe obtient un diametre qui passe par le milieu de la corde AB, & qui partage la courbe en deux branches parfaitement égales & semblables. Ce theoreme est donc encore le même que celui de M. *Euler* du §. 28.

XV. Si après toutes nos remarques on vouloit encore confondre les vibrations composées avec les vibrations simples exposées par M. *Taylor*, je ne m'y opposerai pas; mon intention n'a été principalement que d'exposer ce que les nouvelles vibrations de M^{rs}. d'*Alembert* & *Euler* ont de physique. Si au contraire on trouve que ces nouvelles vibrations ne sauroient être prises pour des vibrations simples, qui seules faisoient l'objet de M. *Taylor*, & qu'étant décomposées en vibrations simples & uniformes, chaque espece se fait simplement suivant la loi de *Taylor*, ces nouvelles courbes ne feront que confirmer la théorie de M. *Taylor*, quand il exclut toutes les autres courbes, & qu'il n'admet que sa trochoïde prolongée. Mais je n'en admirerai pas moins la profonde sagacité avec laquelle nos deux illustres Géometres ont su déterminer analytiquement ces nouvelles courbes. Au reste je crois que quelque courbure initiale qu'on donne à la corde, elle ne manquera pas de faire ses vibrations presque aussitôt suivant la simple uniformité des mouvemens isochrones, & conformément à la nature de la trochoïde prolongée exposée par M. *Taylor*, quoique Mr. *Euler* ne paroisse pas de ce sentiment au §. 27. Voici comment je conçois la chose. L'expérience & la raison nous apprennent, que de deux cordes également grosses & également tendues, la plus longue conserve plus longtems ses vibrations que la plus petite; dans les petites cordes pincées le son ne dure qu'un instant. Ainsi toutes les vibrations partielles, mêlées avec la vibration totale & fondamentale, finiront bien vite, pendant que la fondamentale dure encore très sensiblement; & alors la corde



corde ne formera plus que la trochoïde prolongée de *M. Taylor*. C'est aussi ce que nous voyons toujours arriver dans les cordes pincées d'un clavecin, dans lesquelles on reconnoit assez par les yeux ladite courbe uniforme, qui ne forme qu'un seul ventre.

XVI. On peut encore remarquer sur cette matiere, qu'il n'y a que les cordes uniformément épaisses, qui soient susceptibles des propriétés que nous venons d'exposer; la raison en est, que lorsque les cordes inégalement épaisses se replient suivant les figures 2. 3. 4. 5. &c. les vibrations n'en deviennent pas précisément 2. 3. 4. 5. &c. fois plus rapides qu'elles sont par rapport à la première figure, & qu'ainsi dans le mélange de ces vibrations elles ne finissent jamais dans un même instant, quoiqu'elles aient toutes commencé dans un même instant. Il n'y a donc à mon avis qu'une seule courbe pour les cordes inégalement épaisses, pour un nombre d'intersections donné, qui satisfasse à notre problème; & si cela est, pourquoi y en auroit-il une infinité pour les cordes uniformément épaisses? Enfin, qu'on choisisse le mélange le plus simple, en considérant l'équation $y = a \sin \frac{\pi x}{a} + b \sin$

$\frac{2\pi x}{a}$, dans laquelle les coefficients a & b peuvent être de petites lignes quelconques. Soit la longueur du pendule simple isochrone, avec les vibrations uniformes qui répondent à la simple première figure $= l$; la longueur d'un pareil pendule pour la seconde figure $= \frac{1}{4} l$; ou suivant *Mrs. d'Alembert* & *Euler*, le pendule isochrone pour la figure exprimée par l'équation $y = a \sin \frac{\pi x}{a} + b \sin \frac{2\pi x}{a}$ a toujours pour longueur la quantité l ; cependant cette même longueur est manifestement $= \frac{1}{4} l$ en faisant $a = 0$; il y auroit donc là dedans une contradiction, si ces Géomètres ne prenoient le mot d'isochronisme dans un autre sens, qu'on ne lui attache ordinairement.

XVII.



XVII. De notre solution synthétique du problème de *M^{rs}. d'Alembert & Euler*, on voit aussi sans calcul la manière de déterminer la courbe absolue de la corde à chaque instant, de même que la vitesse de chaque point : car, soit la courbe initiale exprimée par

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + \epsilon \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

& qu'il soit, par exemple, question de déterminer la courbe au moment que le milieu de la corde passe par l'axe droit AB : il est clair que la courbe sera exprimée dans cet instant par cette équation

$$y = -\epsilon \sin \frac{2\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} - \&c.$$

dans laquelle les signes sont alternativement négatifs & affirmatifs. Quant aux vitesses, il est de même facile à les déterminer par la simple composition du mouvement, puisqu'on détermine dans la Mécanique le rapport des vitesses de chaque point pour chaque figure à part.

XVIII. J'ai évité jusques ici les calculs, & j'ai fondé tout mon raisonnement sur le principe confirmé par l'expérience (§. 6.) qu'il peut se faire un mélange de vibrations dans un seul & même corps sonore, qui soient absolument indépendantes les unes des autres. A bien considérer ce principe, il n'est pas différent de celui de la composition du mouvement ; cependant, pour le mettre dans tout son jour, j'ai cru devoir ajouter ici les réflexions mécaniques, & les calculs que cette manière demande.

XIX. Soit un corps A (fig. 7.) tiré directement vers un point fixe B : si l'on demande que le corps arrive au point B dans un tems donné, quelle que soit la distance initiale AB, on fait que les gravitations du corps A vers le point fixe B, doivent être dans chaque point proportionnelles aux distances du corps depuis le point B. On fait même, qu'il n'y a que cette seule loi de gravitation qui satisfasse à la question ;



tion; alors les demi-excursions deviennent de part & d'autre parfaitement égales. Voilà le vrai isochronisme, & le seul qu'il faille considérer. Supposons après cela que, pendant que le corps A est poussé avec la dite loi vers le point B, les deux points A & B souffrent dans chaque instant une accélération égale vers le point C, de sorte que le système A B souffre une gravitation commune vers C, qui soit encore proportionnelle aux distances BC; par là on obtiendra un autre isochronisme dans les excursions du système A B. Après cela on pourra de nouveau imaginer que les trois points A, B, & C, souffrent dans chaque instant une accélération égale vers un quatrième point D, & que cette gravitation commune aux trois points A, B, & C, soit toujours proportionnelle aux distances du point C au point D. De cette façon on pourra multiplier à l'infini les gravitations du corps A vers différens points, & ce corps A souffrira par là un mélange de plusieurs espèces de vibrations, qu'il convient d'examiner.

XX. Quelle que soit la distance initiale, le corps A emploiera toujours le même tems pour parvenir au point B, & pour faire une demi-vibration; après quoi le corps A fera une autre demi-vibration, du côté opposé toujours dans le même tems; il reviendra encore au point B après un troisième tems, & ainsi de suite: en un mot ce mouvement relatif au point B sera le même, que si ce point demeurait entièrement en repos. J'appellerai ces mouvemens réciproques, des vibrations isochrones relatives; & cette distinction des vibrations est bien nécessaire, parce qu'en effet elles sont bien différentes des vibrations absolues du même corps A. Supposons que la pesanteur du corps A vers le point B soit égale à la pesanteur naturelle, en faisant sa distance au point B $= a$; dans cette supposition ces premières vibrations isochrones relatives seront isochrones avec les vibrations absolues d'un pendule simple de la longueur a .

Après avoir considéré ces premières vibrations relatives au point B, nous aurons les mêmes réflexions à faire sur les vibrations isochro-



nes du point B, relatives au point C; & ces vibrations existeront en même tems dans le corps A, sans troubler en aucune façon les premières vibrations de ce corps. Ces secondes vibrations seront isochrones avec celles d'un pendule simple de la longueur b , en supposant que la pesanteur du point B, ou du corps A, vers le point C, devient égale à la pesanteur naturelle, lors qu'on fait $BC = b$.

Si l'on veut ajouter à ces doubles vibrations du corps A une troisième espèce, il faudra supposer une troisième vibration commune au système précédent ABC vers un point D, qu'on fera sous de pareilles dénominations isochrones avec celles d'un pendule simple de la longueur c . De cette manière on pourra aller aussi loin qu'on voudra, & produire dans le corps A tant d'espèces de vibrations isochrones relatives qu'on se fera proposé. Mais n'allons pas plus loin, & supposons cette troisième vibration absolue, en considérant le point D comme fixe. De cette façon le seul & même corps A aura en même tems trois espèces de vibrations indépendantes les unes des autres, dont les centres de force sont les points B, C, & D, que nous allons considérer de plus près.

XXI. Les tems desdites vibrations partielles seront en raison sous-doublée des quantités arbitraires a , b , & c ; si ces quantités sont, par exemple, comme 4, 9, & 36, les tems des vibrations seront comme 2, 3, & 6; ainsi, pendant que le point C fait une vibration entière relativement au point fixe D, le point B en fera deux relativement au point C, & le point A en fera trois relativement au point B: d'où il est clair, que tout le système ne sera remis dans son premier état qu'au bout de six vibrations relatives au point B, ou de quatre vibrations relatives au point C, ou de deux vibrations relatives au point fixe D. Mais, suivant la manière dont M^{rs}. d'Alembert & Euler envisagent la chose, tout ce mélange de vibrations ne seroit jamais que deux vibrations simples. Dans cet exemple il n'arrivera point, que les trois points A, B, & C, se réunissent au point fixe D. Mais si l'on suppose les trois
quanti-



quantités arbitraires \sqrt{a} , \sqrt{b} , & \sqrt{c} , être en raison de 3, 5, & 15, les tems des vibrations seront en même raison, & les points A, B, & C se trouveront réunis au point D au bout de chaque demi-vibration du point C; de cette maniere les excursions seront parfaitement semblables & égales de chaque côté du point fixe D: mais à mon avis le point A n'en doit pas moins être censé faire cinq demi-vibrations avant que cela arrive, au lieu que dans l'autre sens il n'est censé de faire qu'une seule demi-vibration. Pour voir la nécessité d'envisager ces mouvemens réciproques conformément à notre théorie, il n'y a qu'à supposer les distances arbitraires initiales BC, & CD, extrêmement petites par rapport à AB; il n'y aura alors que les vibrations AB qui soient sensibles, & le corps A fera manifestement cinq demi-vibrations avant la réunion parfaite des points A, B, & C, au point D. Mais, si on considéroit les distances AB, & BC, comme extrêmement petites par rapport à CD, il n'y aura que les vibrations CD qui soient sensibles, & le corps A ne pourroit plus être censé que d'avoir fait une seule demi-vibration. Il faut donc éviter ici toute équivoque dans les mots de vibration & d'isochronisme. Si les quantités \sqrt{a} , \sqrt{b} , & \sqrt{c} , sont incommensurables, il ne pourra jamais arriver, que le système reprenne son état initial, ni que le corps A revienne au point dont il étoit parti, parce que les points A, B, & C, n'auront jamais leurs plus longues elongations relatives dans un même instant: cependant chaque espece de vibration relative à part se fera suivant la loi des pendules simples cycloïdiques. C'est la source de la raison, qui empêche d'entendre la nouvelle théorie de M^{rs}. d'Alembert & Euler à toutes sortes de cordes, quelque loi d'inégalité qu'il puisse y avoir dans leur épaisseur.

XXII. Dans l'application de ces réflexions aux cordes vibrantes, il faudra supposer $b = \frac{1}{4}c$, $a = \frac{1}{9}c$ &c. de sorte que les nombres des différentes especes de vibrations simples foyent en raison des nombres naturels 1, 2, 3, &c. en commençant par celle du point C relatif



ve au point fixe D, ensuite celle du point B relative à son centre de force mobile C, & puis celle du point A relative au centre de force mobile B.

XXIII. Supposons à présent la distance initiale $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, &c. & qu'au bout d'un tems donné t la distance AB soit devenuë $= x$, la distance $BC = y$, la distance $CD = z$ &c.; soit aussi la vitesse relative entre les points A & B $= u'$, celle d'entre les points B & C $= u''$, celle d'entre les points C & D $= u'''$ &c. on aura

$$d u' = \frac{x}{a} d t \quad \& \quad u' = \sqrt{\frac{a a - x x}{a}},$$

$$d u'' = \frac{y}{b} d t \quad \& \quad u'' = \sqrt{\frac{b b - y y}{b}},$$

$$d u''' = \frac{z}{c} d t \quad \& \quad u''' = \sqrt{\frac{c c - z z}{c}}, \quad \&c.$$

Outre ces équations la Géometrie nous enseigne encore des constructions & équations entre le tems t & les distances x , y , z , &c. Car, soit le sinus total exprimé par l'unité, & qu'on dénote par A. $\cos F$ un arc de cercle, dont le rayon est un, & dont le cosinus est une quantité quelconque F, on pourra exprimer le tems t par chacune des équations suivantes

$$t = \sqrt{a} \times A. \cos \frac{x}{a}$$

$$t = \sqrt{b} \times A. \cos \frac{y}{b}$$

$$t = \sqrt{c} \times A. \cos \frac{z}{c} \quad \&c.$$

Par le moyen de ces équations on pourra déterminer chacune des distances



tances x, y, z , &c. par le même tems t commun, en convertissant les signes; de cette façon on aura

$$x = a \cos A. \frac{t}{\sqrt{a}}$$

$$y = b \cos A. \frac{t}{\sqrt{b}}$$

$$z = c \cos A. \frac{t}{\sqrt{c}} \text{ \&c.}$$

Dans ces équations il faut entendre par $\cos A. \frac{t}{\sqrt{a}}$ le cosinus d'un arc

de cercle, qui est égal à $\frac{t}{\sqrt{a}}$ & dont le rayon est égal à l'unité, & ainsi

des autres. Outre cela les quantités $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$, &c. marquent les tems, qu'un corps animé par la pesanteur naturelle employe pour tomber librement des hauteurs $\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b, \frac{1}{2}c$, &c.

Nous avons donc déterminé chacune des quantités x, y, z , &c. par le même tems t , & par conséquent la distance absolue du corps au dernier point fixe, laquelle distance est $= x + y + z + \text{\&c.}$ Nous avons pareillement déterminé pour chaque instant les vitesses relatives $u', u'', u''', \text{\&c.}$ & la vitesse absolue du point A exprimée par $u' + u'' + u''' + \text{\&c.}$ de même que les élémens de toutes ces vitesses.

XXIV. On pourra, au lieu des tems exprimés par $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$, &c. considérer les tems qui répondent à une vibration simple relative du point A par rapport au point B, & puis du point B par rapport au point C, ensuite du point C par rapport au point D. Si nous désignons donc ces tems par $\theta, \theta'', \theta''' \text{\&c.}$ & que π soit la demi-circonférence d'un cercle qui a l'unité pour rayon, il faudra supposer dans



les équations du précédent article $Va = \frac{\theta'}{\pi}$, $Vb = \frac{\theta''}{\pi}$, $Vc = \frac{\theta'''}{\pi}$, après lesquelles substitutions toutes les quantités deviennent manifestement homogenes.

Soit, par exemple, $\theta' = 1''$, $\theta'' = 2''$, $\theta''' = 3''$, & qu'il soit question de déterminer toutes les circonstances du mouvement en faisant $t =$ un quart de seconde; je dis qu'on aura $x = a \cos A \frac{\pi t}{\theta'} = a \cos A \frac{1}{4} \pi = a V \frac{1}{2}$; $y = 6 \cos A \frac{\pi t}{\theta''} = 6 \cos A \frac{1}{2} \pi = 6 \cos 22^\circ 30'$, & $z = \gamma \cos A \frac{\pi t}{\theta'''} = \gamma \cos 15^\circ$; donc $x + y + z = 0,70710 a + 0,92387 6 + 0,96592 \gamma$, laquelle quantité marque la distance du corps A au point D après un quart de seconde de tems. On aura ensuite $u' = V \frac{aa - xx}{a} = \frac{a}{V a} \sin A \frac{1}{4} \pi$; $u'' = V \frac{66 - yy}{b} = \frac{6}{V b} \sin A \frac{1}{2} \pi = \frac{6}{2 V a} \sin A \frac{1}{2} \pi$, & $u''' = \frac{\gamma}{3 V a} \sin A \frac{1}{4} \pi$. De là il résulte pour notre exemple la vitesse absolue $u' + u'' + u''' =$

$$\frac{6 a \sin 45^\circ + 4 6 \sin 22^\circ 30' + 2 \gamma \sin 15^\circ}{6 \gamma a}$$

XXV. Mais, sans nous arrêter à cette sorte de déterminations, qui n'ont pas trop de rapport avec ce que je me suis proposé de principal, examinons plutôt sous quelles circonstances la vitesse absolue $u' + u'' + u'''$ peut devenir $= 0$, en nous bornant aux trois especes de vibrations simples mêlées ensemble. Il faudra pour cet effet, en vertu du §. 23. faire $V \frac{aa - xx}{a} + V \frac{66 - yy}{b} + V \frac{\gamma\gamma - zz}{c} = 0$

substi-



substituons pour $x, y,$ & z leur valeur en t , & nous aurons

$$\frac{a}{V_a} \sin A \frac{t}{V_a} + \frac{6}{V_b} \sin A \frac{t}{V_b} + \frac{\gamma}{V_c} \sin A \frac{t}{V_c} = 0. \quad \text{Je me}$$

propose de déterminer la valeur de t , qui satisfasse à cette équation dans quelque exemple particulier. Nous supposons donc θ''' ou $\pi V_c = 2 \theta''$ ou $2 \pi V_b = 3 \theta'$ ou $3 \pi V_a$, c'est à dire nous supposons, que, pendant que le point C fait une vibration pour le point fixe D, le point B en fasse deux pour le point C, & le point A en fasse trois pour le point B, laquelle supposition demande $V_c = 2 V_b = 3 V_a$. Là dessus notre équation donnera

$$3 a \sin A \frac{3t}{V_c} + 2 6 \sin A \frac{2t}{V_c} + \gamma \sin A \frac{t}{V_c} = 0.$$

Soit à présent $\sin A \frac{t}{V_c} = q$, & on aura $\sin A \frac{2t}{V_c}$, c'est à dire

le sinus de l'arc double $= 2 q \sqrt{1 - q^2}$ & $\sin A \frac{3t}{V_c} = 3q - 4q^3$,

& là dessus nous aurons

$$3 a (3q - 4q^3) + 2 6 \times 2q \sqrt{1 - q^2} + \gamma q = 0,$$

ou bien

$$9 a - 12 a q q + 4 6 \sqrt{1 - q^2} + \gamma = 0.$$

Par la premiere des ces équations on voit déjà, qu'on peut faire

$q = \sin A \frac{t}{V_c} = 0$, ce qui donne $z = \gamma \cos A \frac{t}{V_c} = \pm \gamma$;

$y = 6 \cos A \frac{2t}{V_b} = 6 \cos A \frac{2t}{V_c} = 6$, & $x = \pm a$, & par conséquent

$x + y + z = \pm a + 6 \pm \gamma$. C'est là le cas qui s'offre de foi-même; mais il y en a encore d'autres indiqués par la seconde équation, qui peuvent être très réels. Pour abréger le calcul, nous nous bornons

rons



rons aux cas qui font $9a + \gamma = 4\epsilon$; & dans ces cas on trouve le
fin $A \frac{t}{Vc}$ ou bien

$$q = \pm \frac{V(6a\epsilon - \epsilon\epsilon)}{3a};$$

& ensuite le cos $A \frac{t}{Vc}$ ou bien

$$V(1 - qq) = \pm \frac{V(9aa - 6a\epsilon + \epsilon\epsilon)}{3a} = \pm \left(1 - \frac{\epsilon}{3a}\right).$$

De là on obtient $z = \pm \gamma \left(1 - \frac{\epsilon}{3a}\right)$,

cette valeur de z marque déjà la position du point C; on trouvera ensuite la valeur de y , & enfin celle de x , & par là on aura déterminé les positions des trois points C, B, & A.

On voit donc que notre question est le plus souvent susceptible de plusieurs solutions très réelles, quoiqu'elles ne le foyent pas toujours: car dans le cas présent il faut que la quantité $\frac{\epsilon}{3a}$ soit toujours un nombre affirmatif, & que ϵ soit plus petit que $6a$.

Descendons ici à un exemple tout particulier: supposons $\epsilon = 4a$ & par conséquent $\gamma = 7a$. Dans ce cas il faut prendre $V(1 - qq)$ négativement, & faire $V(1 - qq) = -\frac{1}{2}$, ce qui donne l'arc $\frac{t}{Vc}$ de $109^\circ, 28'$, dont le cosinus est $= -\frac{1}{2}$; l'arc $\frac{2t}{Vc}$ de $218^\circ, 56'$, dont le cosinus est $= -0,77787$; & l'arc $\frac{3t}{Vc}$ de $328^\circ, 24'$, dont le cosinus est $= 0,83172$. Ces valeurs donnent $z = -\frac{1}{2}\gamma = -\frac{1}{2}a$;
 $y =$



vient à l'abscisse x . Donc si la courbe, qu'on aura donnée à la corde au commencement, n'a point ces propriétés, il est certain qu'elle n'est pas renfermée dans ladite équation. Or aucune courbe algébrique ne sauroit avoir ces propriétés, qu'il faut donc toutes exclure de cette équation; & il n'y a aucun doute, qu'il n'en faille aussi exclure une infinité de courbes transcendentes.

X. Mais, puisque la première courbe qu'on donne à la corde, est absolument arbitraire, il peut arriver, & il arrivera même le plus souvent, que cette première courbure n'est expressible par aucune équation, soit algébrique, soit transcendente, & qu'elle n'est renfermée dans aucune loi de continuité. Une telle courbe ne sera donc pas à plus forte raison comprise dans l'équation alléguée. Supposons donc que la corde ait eu au commencement une telle figure quelconque, supposition d'autant moins impossible, que c'est plutôt la seule, qui puisse avoir lieu dans la pratique; & je demande quel sera son mouvement, après qu'elle aura été relâchée? Il est bien certain que ce mouvement étant réel doit être déterminable, & il est aussi certain, qu'il ne sauroit être renfermé du moins pour les premiers instans, dans celui que M. Bernoulli a tiré des trochoïdes Tayloriennes: & partant cette solution, toute belle qu'elle est d'ailleurs, ne sauroit avoir lieu que dans les cas, où par quelque hazard la corde a reçu au commencement une des figures comprises dans l'équation mentionnée; tous les autres cas seront exclus de cette solution.

XI. Voilà donc l'étenduë, qu'il faut donner à mon avis au problème sur les mouvemens des cordes: *Ayant donné au commencement à la corde une figure quelconque, soit algébrique, soit transcendente, soit même mécanique, il s'agit de déterminer le mouvement, que la corde poursuivra après avoir été relâchée.* Sur ce pied il est bien clair, que la solution tirée de la combinaison des trochoïdes ne sauroit être regardée, que comme très particulière. Or, me demandera-t-on, une solution générale est-elle bien possible? Je crois que la solution, que j'en ai



donnée, n'est limitée à aucun égard, du moins je n'y puis decouvrir aucune faute, & personne n'en a encore montré l'insuffisance. Il est bien vrai que M. d'*Alembert*, quoiqu'il m'ait reproché que ma solution n'étoit pas différente de la sienne, a avancé, mais sans alléguer la moindre preuve, que ma solution ne s'étend pas à toutes les figures possibles, que la corde aura pu avoir au commencement; & il est dans le même sentiment, que M. *Bernoulli* semble soutenir, que le mouvement d'une corde ne sauroit être déterminé, à moins que sa figure initiale ne soit comprise dans l'équation, que j'ai déjà plusieurs fois rapportée.

XII. Je souhaiterois fort, que M. d'*Alembert* m'eût indiqué en quoi je me suis trompé, quand je donnai ma solution pour générale, & applicable à toutes les courbes initiales, qu'on puisse donner à la corde. Mais, quoiqu'il en soit, cela ne fait rien à la recherche présente, attendu qu'il est certain, qu'il y a une infinité de cas, où le mouvement d'une corde ne sauroit être déterminé par le mélange de plusieurs trochoïdes. Pour le reste je ne m'attends pas, que M. d'*Alembert* dise, que dans ces cas le mouvement de la corde ne suive aucune loi; il sera donc déterminable par sa nature, & si ma solution est fautive, personne ne sera plus capable de suppléer à ce défaut, que M. d'*Alembert* lui-même. Mais je doute fort, qu'il trouve jamais une solution différente de la mienne, du moins s'il veut s'arrêter aux mêmes hypothèses, qu'il a faites dans sa solution, & qui l'ont conduit à l'équation :

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + c \sin \frac{2 \pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3 \pi x}{a} + \&c..$$

XIII. Cependant, pour m'assurer mieux de ma solution, je m'en vais traiter de nouveau ce même problème par une méthode un peu différente, & examiner plus soigneusement tous les raisonnemens, qui m'ont conduit à la détermination générale du mouvement des cordes, quelle qu'ait été leur figure initiale. Or d'abord il faut remarquer qu'on fonde le calcul sur quelques hypothèses, qui sont fort souvent peu conformes à la vérité. On suppose premièrement la corde parfait-



parfaitement flexible, & destituée de toute roideur; on ne tient pas non plus compte du ressort de la corde, quoique ces circonstances puissent très considérablement altérer le mouvement; & partant on ne peut pas alléguer les effets qui en sont causés, contre la bonté de la solution. Ensuite on suppose les vibrations de la corde infiniment petites, de sorte que la corde ne change pas de longueur pendant son mouvement, & que chaque point de la corde demeure toujours dans la même ligne droite perpendiculaire à l'axe: or il est évident que la petite augmentation de la longueur de la corde dans ses excursions, peut aussi contribuer quelque chose à l'altération du mouvement.

XIV. Il s'agit donc seulement d'une solution, qui soit conforme à ces hypothèses, & point du tout d'une telle, qui satisfasse parfaitement aux phénomènes, que l'expérience nous offre. *Mrs. Bernoulli* & d'*Alembert* ont fait ces mêmes hypothèses; & ils n'attendent donc rien de la mienne, qui approche davantage de la vérité. On n'a fait ces hypothèses que pour la facilité du calcul; car on pourroit bien tenir compte dans la solution, tant de la roideur de la corde, que de son allongement dans ses excursions, & donner aux vibrations une grandeur finie; mais on parviendrait à des formules si compliquées, qu'on n'en sauroit déduire aucune conclusion satisfaisante. Ce ne sont pas les principes mécaniques, qui nous abandonnent dans ces recherches; c'est plutôt l'analyse, qui n'est pas encore portée à ce degré de perfection; qu'il faudroit pour ces sortes de questions. Les bornes de l'analyse nous obligent à de telles hypothèses, pour faciliter en sorte la solution, qu'elle ne s'écarte pas trop sensiblement de la vérité.

XV. Considérons donc une corde fixée par ses deux bouts aux points A & B, & posons la distance, ou la longueur de la corde $AB = a$; soit l'épaisseur de la corde partout la même, & la masse ou le poids de toute la corde $= M$: soit de plus la tension de la corde, ou la force dont elle est tendue $= F$, exprimée par un poids: donc si nous prenons

C c 2

une

Fig. I.



une partie quelconque $AP = x$, sa masse sera $= \frac{Mx}{a}$, & la masse de l'élément $Pp = \frac{Mdx}{a}$. Supposons maintenant, que la corde ait

été détournée au commencement à une figure quelconque, & qu'après un tems écoulé $= t$, elle soit parvenue à la figure AMB . Posant donc pour cette figure l'abscisse $AP = x$, & l'appliquée $PM = y$, celle-cy sera exprimée par une certaine fonction de l'abscisse x , & du tems t , que nous indiquerons par $y = \Phi: (x, t)$. Cette équation doit être telle, que si l'on pose $t = 0$, elle exprime la courbe qu'on avoit donnée à la corde au commencement; ensuite si l'on donne à t une valeur déterminée, qui convient au tems écoulé, cette même équation exprimera la nature de la courbe, que la corde aura à cet instant.

XVI. Tout revient donc à trouver de quelle nature doit être la fonction de x & t , qui exprime la valeur de l'appliquée y . Pour cet effet il faut recourir aux principes mécaniques, par lesquels le mouvement de la corde est déterminé: mais, avant que de procéder à cette recherche, l'état de la corde nous découvre quelques propriétés, qui doivent nécessairement convenir à notre fonction $y = \Phi: (x, t)$. Car, puisque la corde est fixée au point A , il est évident que posant $x = 0$, cette fonction doit évanouir, quelque valeur qu'on donne au tems t . Ensuite, puisque la corde est aussi fixée en B , si l'on pose $x = a$, la fonction doit aussi se réduire à zéro, quelque valeur que puisse avoir le tems t . Nous connoissons donc déjà, indépendamment des principes mécaniques, trois propriétés de notre fonction $y = \Phi: (x, t)$, dont la première est que posant $t = 0$, elle exprime la courbe initiale de la corde, & les deux autres, que quelque valeur que le tems t puisse avoir, l'appliquée y évanouisse toujours, tant pour $x = 0$, que pour $x = a$.

XVII. Puisque la corde, après le tems t , est réduite à la figure AMB , voyons par quelle force chacun de ses élémens est sollicité; & il

il est clair que dans cette recherche le tems t doit être regardé comme invariable. Or, en vertu de l'hypothèse que les excursions de la corde sont infiniment petites, la tension de la corde dans l'état AMB , fera la même dans tous les points de la corde, & partant $= F$. Donc, par la tension de l'élément précédent $M\mu$, le point M sera sollicité vers la direction MP par la force $F \left(\frac{dy}{dx} \right)$, où $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ marque la valeur de la fraction $\frac{dy}{dx}$ en posant le tems t constant. Or par la tension de l'élément suivant Mm , prenant $Pp = Mm = dx$, le point M sera sollicité en sens contraire par la force $F \left(\left(\frac{dy}{dx} \right) + d \left(\frac{dy}{dx} \right) \right)$: & partant combinant ces deux forces ensemble, le point M sera sollicité selon la direction MP par la force $- F d \left(\frac{dy}{dx} \right)$. Puisque dans ce différentiel le tems t est encore pris pour constant, cette force sera $= - F dx \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)$, où la formule $\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)$ exprime la valeur de $\frac{d^2y}{dx^2}$ en supposant le tems t constant.

XVIII. Concevons que toute la masse de l'élément Mm , qui est $= \frac{Mdx}{a}$ soit réunie au point M , & elle sera sollicitée dans la direction MP par la force $= - F dx \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)$; c'est donc de cette force que le mouvement de l'élément Mm sera altéré, & puisque ce mouvement se fait suivant la même direction MP , si nous voulons déterminer ce mouvement, nous devons regarder l'abscisse $AP = x$ comme constante, & nous tenir uniquement à la variabilité du tems t . Or les principes mécaniques nous donnent l'accélération de ce mou-

vement selon la direction $MP = -2 \left(\frac{ddy}{dt^2} \right)$, laquelle doit être égale à la force accélératrice, ou à la force motrice $-F dx \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$ divisée par la masse $\frac{M dx}{a}$, d'où nous tirons cette équation :

$$-2 \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = -\frac{Fa}{M} \left(\frac{ddy}{dx^2} \right) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$$

Pour l'intelligence de cette équation il suffit de remarquer, que dans la formule $\left(\frac{ddy}{dt^2} \right)$ le seul tems t est regardé comme variable, & dans la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$ la seule abscisse x .

XIX. A cette occasion il fera à propos d'expliquer davantage cette maniere d'indiquer les différentiels des fonctions de plusieurs variables, en n'en faisant varier qu'une seulement; puisque cette considération est d'une très grande utilité dans quantité de problèmes mécaniques & hydrodynamiques. Soit donc y une fonction quelconque des variables x, t, u , &c. & en les faisant varier toutes, le différentiel de y aura une telle forme $dy = P dx + Q dt + R du$, où le membre $P dx$ marque le différentiel de y , en faisant varier la seule quantité x , & regardant les autres t , & u comme constantes. De même le membre $Q dt$ marque le différentiel de y en faisant varier la seule quantité t , & le membre $R du$ celui en faisant varier la seule quantité u . Cette considération nous donne donc à connoître les quantités finies P, Q , & R : or, pour ne pas avoir besoin de tant de lettres, je les indique de la maniere suivante :

$$P = \left(\frac{dy}{dx} \right); \quad Q = \left(\frac{dy}{dt} \right); \quad R = \left(\frac{dy}{du} \right).$$



XX. Connoissant donc la signification de ces expressions & d'autres semblables, on les peut étendre à des différentiels de plus hauts degrés. Ainsi, puisque $P = \left(\frac{dy}{dx}\right)$, & que P est encore une fonction finie des quantités x, t, u , on aura une idée juste de l'expression $\left(\frac{dP}{dx}\right)$, au lieu de laquelle je mets $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, de sorte que posant $\left(\frac{dy}{dx}\right) = P$, cette expression $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ renferme la valeur de $\left(\frac{dP}{dx}\right)$. De même ayant $\left(\frac{dy}{dt}\right) = Q$, l'expression $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ fera la valeur de $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$; & pareillement $\left(\frac{ddy}{du^2}\right) = \left(\frac{dR}{du}\right)$. On peut aussi changer dans les différentiations successives les variables, & ainsi la valeur de $\left(\frac{dP}{dt}\right)$ sera exprimée par $\left(\frac{ddxy}{dx dt}\right)$, & celle de $\left(\frac{dQ}{dx}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right)$. En conséquence de cela il y aura aussi :

$$\left(\frac{ddy}{dx du}\right) = \left(\frac{dP}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{du dx}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{ddy}{dt du}\right) = \left(\frac{dQ}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{du dt}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right).$$

XXI. Or on fait que dans un tel différentiel complet $dy = Pdx + Qdt + Rdu$, les quantités finies P, Q, R, sont dans une telle relation entr'elles, que selon la même manière d'exprimer il y a :

$$\left(\frac{dP}{dt}\right) = \left(\frac{dQ}{dx}\right); \quad \left(\frac{dP}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right); \quad \left(\frac{dQ}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right)$$

De



De là nous aurons :

$$\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = \left(\frac{d}{dt} \frac{dy}{dx}\right); \left(\frac{ddx}{dxdu}\right) = \left(\frac{d}{du} \frac{dx}{dx}\right); \left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{d}{du} \frac{dy}{dt}\right)$$

où il est fort remarquable, que si le dénominateur contient deux différens différentiels, il est indifférent en quel ordre ils soient écrits. De là on comprendra aisément la signification de semblables formules, lorsqu'elles renferment des différentiels plus hauts : ainsi pour connoître la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, qu'on pose $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$, & on aura

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = \left(\frac{dV}{dx}\right). \text{ Pareillement ayant } \left(\frac{d^3y}{dx^2 dt}\right), \text{ si l'on met}$$

$$\text{ou } \left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V \text{ ou } \left(\frac{ddy}{dx dt}\right) = U, \text{ la valeur de } \left(\frac{d^3y}{dx^2 dt}\right) \text{ fe-}$$

$$\text{ra ou } = \left(\frac{dV}{dt}\right) \text{ ou } = \left(\frac{dU}{dx}\right), \text{ \& cela nous éclaircit suffisam-}$$

ment sur la signification de semblables formules, qui renferment encore de plus hauts différentiels.

XXII. Voilà donc à quoi le problème sur le mouvement de la corde est réduit : il s'agit de trouver pour y une telle fonction des deux variables x & t , qui satisfasse à cette équation :

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{ddy}{dx^2}\right), \text{ outre qu'elle renferme les propriétés}$$

marquées cy-dessus. Mais, avant que de faire attention à ces propriétés, cherchons en général toutes les fonctions possibles de x & t , qui

$$\text{étant mises pour } y, \text{ rendent } \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{ddy}{dx^2}\right). \text{ C'est le}$$

problème, dont M. d'Alembert a donné le premier une solution générale ; & il seroit à souhaiter qu'on découvrit une méthode propre à résoudre



réfoudre d'autres formules semblables. Une telle méthode serviroit à réfoudre quantité de problèmes, qu'on a été obligé d'abandonner jusqu'ici.

XXIII. Avant que d'entreprendre la résolution de cette équation $\left(\frac{dd y}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{dd y}{dx^2}\right)$, je remarque qu'elle a une étendue infinie. Car si P , Q , R , sont de telles fonctions de x & t , qui satisfont à cette équation, étant posées pour y , de sorte qu'il y ait tant $y = P$, que $y = Q$, & $y = R$, il est clair que cette valeur

$$y = \alpha P + \epsilon Q + \gamma R,$$

satisfera également à ladite équation. La raison en est, puisque y n'a qu'une seule dimension dans notre équation. Cette remarque nous conduit d'abord à la solution de *M. Bernoulli*, prise dans un sens plus général; car si les équations $y = P$, $y = Q$, & $y = R$, renferment chacune une espece particuliere de vibration de la corde, la même corde sera aussi susceptible d'un mouvement représenté par cette équation $y = \alpha P + \epsilon Q + \gamma R$; & cette même composition a aussi lieu dans tous les autres genres de vibrations, pourvu qu'elles soient infiniment petites, puisque l'équation, qui exprime le mouvement, ne contient dans tous les termes qu'une seule dimension de l'appliquée y . C'est donc ici, qu'il faut chercher le vrai fondement de la solution de *M. Bernoulli*.

XXIV. Pour la mesure du tems, que j'ai marqué ici par t , je ne m'arrête pas directement à déterminer la longueur du pendule isochrone. Mon but principal est d'assigner pour chaque moment la figure & l'état, où la corde se trouve alors: c'est de là qu'on connoitra le vrai mouvement de chaque point de la corde, & il sera ensuite aisé de le comparer avec le mouvement d'un pendule. Il est aussi nécessaire de traiter sur ce pied-là le mouvement des cordes, puisqu'on n'est pas assuré, si tous les élémens de la corde achevent leurs vibrations en même tems. Mais, pour avoir une mesure absolue du tems, on n'a



qu'à introduire la hauteur g par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, & à écrire $2 t \sqrt{g}$ au lieu de t , & alors la quantité t nous donnera le tems exprimé en minutes secondes. Posons donc $2 t \sqrt{g}$ pour t , & partant $4g dt^2$ pour dt^2 , & notre équation, qui renferme le mouvement de la corde sera $\frac{1}{4g} \left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$

ou bien : $\left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = \frac{2Fag}{M} \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$. Ainsi ce n'est pas sur le pendule isochrone, que je fonde la connoissance du mouvement des cordes comme M. *Bernoulli* me le reproche tant de fois.

XXV. Ayant réduit la considération du tems à une notion précise, posons pour abrégé $\frac{2Fag}{M} = cc$, & il s'agit de résoudre l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = cc \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$, ou de chercher pour y toutes les fonctions de t & x , qui satisfassent à cette équation. Puisque le rapport des différentio-différentiels de y est donné par cette équation; je commencerai par chercher celui des premiers différentiels, ou plutôt des quantités $\left(\frac{dy}{dt} \right)$ & $\left(\frac{dy}{dx} \right)$. Or comme celui-là est constant, il est aisé de voir que celui-cy le sera aussi. Supposons donc $\left(\frac{dy}{dt} \right) = k \left(\frac{dy}{dx} \right)$; & prenant de part & d'autre les différentiels en supposant la seule x variable, nous aurons $\left(\frac{d}{dt} \frac{dy}{dx} \right) = k \left(\frac{d}{dx} \frac{dy}{dx} \right)$. Ensuite prenons aussi les différentiels en supposant la seule t variable, & nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = k \left(\frac{ddy}{dx dt} \right)$. Donc, puisque $\left(\frac{d}{dx} \frac{dy}{dt} \right) = \left(\frac{d}{dt} \frac{dy}{dx} \right) = k \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$, nous en tirerons $\left(\frac{ddy}{dt^2} \right) = kk \left(\frac{ddy}{dx^2} \right)$,

&c



& cette équation devant être la même avec la proposée, nous donne $kk = cc$, & partant où $k = c$ ou $k = -c$.

XXVI. Donc toutes les fonctions de x & t , qui étant mises pour y satisfont à l'une ou à l'autre de ces deux équations,

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = +c \left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \& \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = -c \left(\frac{dy}{dx}\right)$$

rempliront aussi en général les conditions renfermées dans notre équation, qui détermine le mouvement de la corde :

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

ou bien cette équation différentio-différentielle renferme les deux équations différentielles précédentes à la fois. Et partant nous sommes

parvenus à résoudre cette égalité $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k \left(\frac{dy}{dx}\right)$, ce qui se fera le plus promptement par la considération, qu'il est

$$dy = dt \left(\frac{dy}{dt}\right) + dx \left(\frac{dy}{dx}\right)$$

d'où nous tirons à cause de $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k \left(\frac{dy}{dx}\right)$

$$dy = k dt \left(\frac{dy}{dx}\right) + dx \left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \text{ou} \quad dy = (dx + k dt) \left(\frac{dy}{dx}\right)$$

Il faut donc que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ soit une fonction de la quantité $x + kt$, pour que la formule trouvée soit possible, & par conséquent l'intégration donnera pour y une fonction de $x + kt$.



XXVII. De là nous concluons réciproquement, que toute fonction de $x + kt$, étant mise pour y , satisfait à la condition exprimée par la formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k \left(\frac{dy}{dx}\right)$. Cela est aussi clair de soi-même; car mar-

quant par $\Phi(x + kt)$ une fonction quelconque de la quantité $x + kt$, & son différentiel complet par $(dx + k dt) \Phi'(x + kt)$, où $\Phi'(x + kt)$ marquera une autre fonction finie de $x + kt$, qui dépend de la nature de la fonction $\Phi(x + kt)$; si nous posons $y = \Phi(x + kt)$, nous aurons $dy = (dx + k dt) \Phi'(x + kt)$ & partant suivant notre manière d'exprimer

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = k \Phi'(x + kt) \text{ \& } \left(\frac{dy}{dx}\right) = \Phi'(x + kt)$$

d'où il est évident qu'il est $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k \left(\frac{dy}{dx}\right)$. Nous voilà donc

arrivés à une construction générale de cette formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{dy}{dx}\right)$

qui nous donne en quantités finies pour y une fonction quelconque de la quantité $x + kt$.

XXVIII. Or puisque k est, ou $= +c$, ou $= -c$, à notre équation différentio-différentielle $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ posant

$cc = \frac{2Fag}{M}$, satisfera également & toute fonction de la quantité $x + ct$, & toute fonction de la quantité $x - ct$. Prenant donc Φ & Ψ pour des marques des fonctions quelconques, & l'une & l'autre de ces deux valeurs :

$$y = \Phi(x + ct) \text{ \& } y = \Psi(x - ct)$$

satisfera également à l'équation, qui contient le mouvement de la corde:



corde: $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M} \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, posant $c = \sqrt{\frac{2Fag}{M}}$.

Donc à la même équation satisfera aussi en général cette valeur composée :

$$y = \Phi(x + ct) + \Psi(x - ct).$$

XXIX. Pour éclaircir cela mieux, il faut remarquer que toute fonction, de quelque nature qu'elle soit, peut toujours être représentée par une ligne courbe, dont l'appliquée exprime une certaine fonction de l'abscisse. Ayant donc construit pour la fonction marquée par Φ une ligne courbe ES, & pour la fonction marquée par Ψ une autre ligne courbe FT, si nous prenons dans celle-là l'abscisse EQ = $x + ct$, & dans celle-cy l'abscisse FR = $x - ct$, les appliquées seront :

Fig. 1

$$QS = \Phi(x + ct) \quad \& \quad RT = \Psi(x - ct)$$

& la somme de ces deux appliquées, ou de leur multiple quelconque, nous fournira toujours une valeur convenable pour y , qui satis-

fera à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & qui par conséquent sera

propre à nous représenter le mouvement véritable d'une corde, pourvu qu'elle soit conforme aux autres propriétés mentionnées au commencement.

XXX. Or, sans faire encore attention à ces propriétés, & m'ar-

rétant uniquement à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il est impor-

tant de remarquer, que les deux courbes ES & FT sont absolument arbitraires, & qu'on les peut prendre à volonté; car, quelles que soient ces deux courbes, si nous y prenons les abscisses EQ = $x + ct$ & FR = $x - ct$, & que nous posions $y = QS + RT$, ou bien $y = n(QS + RT)$, il est certain que cette valeur satisfait à notre

D d 3

équation



équation; & qu'il seroit aussi aisé de prouver indépendamment de l'analyse, que je viens de développer. Or, ce qui est le principal, ces deux courbes appliquées de la manière enseignée, satisfont également, soit qu'elles soient exprimibles par quelque équation, ou qu'elles soient tracées d'une manière quelconque, de sorte qu'elles ne puissent être assujetties à aucune équation. Le Lecteur est prié de réfléchir bien sur cette circonstance, qui contient le fondement de l'universalité de ma solution, contestée par M. d'Alembert.

XXXI. Mais voyons maintenant, de quelle condition doivent être ces deux courbes, ou la nature des deux fonctions Φ & Ψ , afin que les premières propriétés de la corde soient maintenues. Or d'abord il faut, que posant $x = 0$, l'appliquée y évanouisse toujours, de quelque durée que soit le tems t : soit donc $x = 0$, & il faut qu'il soit :

$$\Phi(ct) + \Psi(-ct) = 0 \quad \text{ou} \quad \Psi(-ct) = -\Phi(ct)$$

d'où l'on voit que la fonction exprimée par Ψ est égale à celle qui est exprimée par Φ , & que prenant les abscisses négatives, les appliquées deviennent aussi négatives en conservant les mêmes valeurs. Les deux courbes ES & FT se réduisent donc à une seule courbe, qui doit être telle, qu'aux abscisses négatives réponde une branche semblable à celle qui répond aux abscisses positives; mais qu'elle tombe de l'autre côté de l'axe. Si donc Φ marque une telle fonction, que j'ai nommée autrefois impaire, puisqu'elle ne contient que des puissances impaires de la quantité, dont elle est fonction, notre équation sera : $y = \Phi(x + ct) + \Phi(x - ct)$.

XXXII. L'autre condition exige, que posant $x = a$, la valeur de y évanouisse également, quelque quantité que puisse avoir le tems t : il faut donc qu'il soit : $\Phi(a + ct) + \Phi(a - ct) = 0$.

La courbe doit donc être telle, que si l'on prend l'abscisse $= a$, & qu'on y ajoute, ou en retranche la même quantité quelconque, les appliquées, qui répondent à deux telles abscisses soient égales, mais affectées de signes opposés.



affectées de divers signes. Cette courbe aura donc non seulement autour du point, où est pris le commencement des abscisses, des branches alternativement semblables, mais aussi autour du point, où se termine l'abscisse $= a$. De là il s'enfuit, comme j'ai fait voir, qu'elle doit avoir une infinité de tels points éloignés entr'eux du même intervalle $= a$, auprès desquels les branches de la courbe soient de part & d'autre alternativement semblables.

XXXIII. Si l'on examine plus exactement les raisons, sur lesquelles je viens de fonder l'identité des fonctions Φ & Ψ , & qu'on fasse surtout attention, que les deux courbes ne sont assujetties à aucune loi, on s'apercevra aisément, que l'égalité $\Psi(-ct) = -\Phi(ct)$ pourroit aussi avoir lieu, sans que les deux fonctions fussent égales. Mais il faut encore avoir égard à une autre circonstance renfermée dans la proposition du problème, qui exige absolument cette égalité des deux fonctions. On suppose que la courbe commence son mouvement du repos; donc il faut que, posant le tems $t = 0$, la vitesse

de chaque point de la corde, qui est exprimée par $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ evanouisse:

Or ayant trouvé $y = \Phi(x+ct) + \Psi(x-ct)$, la différenciation

fournit $\left(\frac{dy}{dt}\right) = c\Phi'(x+ct) - c\Psi'(x-ct)$.

Posons donc $t = 0$, & il faut qu'il soit $\Phi'(x) = \Psi'(x)$, d'où l'identité des fonctions Φ' & Ψ' & partant aussi des fonctions Φ & Ψ s'enfuit ouvertement. Nous n'avons donc qu'une seule courbe, qui nous servira de règle pour déterminer le mouvement de la corde.

XXXIV. Cette courbe doit donc être telle, comme elle est présentée dans la troisième figure: si AB représente la longueur de la corde $= a$, la courbe ADB s'étendra de l'un & l'autre côté à l'infini, en sorte que la portion A D'B' soit égale & semblable à la courbe ADB, & de l'autre côté de même la branche B'D'A soit égale & sem-

Fig. 3.



semblable à la branche BDA. Or la courbe ADB est absolument arbitraire, comme j'ai déjà fait voir; & il n'importe si elle est régulière, ou comprise dans quelque équation, ou si elle est irrégulière, ou tracée d'une manière quelconque. Ayant donc décrit une telle courbe ADB quelconque, qui passe par les points A & B, on n'a qu'à réitérer la description de la même courbe à l'infini, tant vers la droite que vers la gauche, en la posant alternativement au dessus & au dessous de l'axe, de sorte que partout les bouts semblables soient joints ensemble; ainsi en A on joigne la même courbe ADB par le bout A, & en B par le bout B, tout comme j'en ai enseigné la construction dans mon Mémoire sur cette matière.

XXXV. Ayant donc décrit une telle courbe quelconque, elle nous découvrira toujours un mouvement, dont la corde est susceptible. Car posant $t = 0$, nous en connoîtrons d'abord la figure, que la corde doit avoir au commencement, pour que ce mouvement s'ensuive. Puisque nous avons pour un tems quelconque t ,

$$y = n \Phi(x + ct) + n \Phi(x - ct)$$

prenant pour n une fraction assez petite, afin que les appliquées dans la figure de la corde demeurent toujours quasi infiniment petites, nous en tirerons pour la figure initiale de la corde cette équation :

$$y = n \Phi(x) + n \Phi(x) = 2n \Phi(x)$$

c'est à dire, prenant sur notre courbe l'abscisse $AP = x$, l'appliquée PM prise $2n$ fois nous donnera l'appliquée pour la figure initiale de la corde, qui convient à l'abscisse x . Donc, si les appliquées de la courbe AMB sont assez petites, on pourra prendre $n = \frac{1}{2}$, & la figure arbitraire ADB elle-même représentera la figure initiale de la corde.

XXXVI. Réciproquement donc, dès qu'on connoit la figure initiale, qu'on aura donnée à la corde avant que de la relâcher, rien ne sera plus aisé que de décrire notre courbe infinie $B'D'ADB'D$ &c. qui
nous



nous fera connoître le mouvement , que la corde poursuivra. On tracera la courbe AMDB, égale & semblable à la figure initiale de la corde, & on en réitérera la construction, tant vers la gauche au delà du point A, que vers la droite au delà du point B, alternativement au dessus & au dessous de l'axe, en sorte que partout les bouts qu'on a joints ensemble soient les mêmes. Cette construction a toujours lieu, de quelque nature que soit la figure initiale proposée de la courbe, & il ne s'agit ici que de la portion ADB; laquelle quand elle-même auroit d'autres continuations de part & d'autre en vertu de sa nature, elles n'entrent en aucune considération. Ainsi, si la figure ADB étoit un arc de cercle, sans se soucier de la continuation naturelle du cercle, on répétera la description de ce même arc de cercle ADB à l'infini alternativement au dessus & au dessous de l'axe; & la même règle a toujours lieu, de quelque nature que puisse être la figure initiale de la corde.

XXXVII. Les différentes parties semblables de cette courbe ne sont donc liées entr'elles par aucune loi de continuité, & ce n'est que par la description, qu'elles sont jointes ensemble. Par cette raison il est impossible, que toute cette courbe soit comprise dans quelque équation, à moins qu' par hasard la figure ADB ne soit telle, que sa continuation naturelle entraîne toutes les autres parties réitérées; & c'est le cas, où la figure ADB est la trochoïde Taylorienne, ou selon M. Bernoulli un mélange de plusieurs telles trochoïdes. C'est aussi selon toute apparence la raison, pourquoi Mrs. Bernoulli & d'Alembert ont cru, que le problème n'étoit résolvable que dans ces cas. Mais, de la manière que je viens de conduire la solution, il n'est pas nécessaire, que la courbe directrice soit exprimée par quelque équation, & la seule considération du trait de la courbe suffit à nous faire connoître le mouvement de la corde, sans l'assujettir au calcul. Je ferai aussi voir, que ce mouvement n'est pas moins régulier, que si la figure initiale étoit une trochoïde, & par conséquent la régularité du



mouvement ne peut être alléguée en faveur des trochoïdes à l'exclusion de toutes les autres courbes, comme M. *Bernoulli* semble le soutenir.

Fig. 4. XXXVIII. Or, pour déterminer par cette méthode le véritable mouvement de la corde, supposez que la figure initiale ait été la courbe AMB (Fig. 4.), & il s'agit de déterminer la figure que la corde aura à chaque tems proposé de t secondes, depuis le commencement du mouvement. Pour cet effet qu'on décrive par la description répétée de cette même courbe AMB, la courbe directrice AMDB, (Fig. 3.) continuée de part & d'autre à l'infini, comme j'ai enseigné cy-dessus; & pour connoître le mouvement du point M, qui se fait par hypothèse dans la droite MP, qu'on prenne dans la directrice (Fig. 3.) de part & d'autre du point P les intervalles $PQ = PR = ct$, & ayant tiré les appliquées QS & RT, qu'on prenne Pm (Fig. 4.) égale à la semi-somme de ces appliquées, ou $Pm = \frac{1}{2}(QS + RT)$; & le point m fera le lieu, où le point de la corde M se trouvera après le tems t . De là il sera aisé de juger de la vitesse du point m , en comparant son lieu avec celui, où il se trouvera à l'instant suivant.

XXXIX. Si l'on prend le tems t de tant de secondes, qu'il devienne $ct = a$, alors il faut prendre de part & d'autre du point P les intervalles $PQ' = PR' = a = AB$; & il est évident qu'il y aura $BQ' = B'R' = AP$, & partant les appliquées $Q'S'$ & $R'T'$ égales entr'elles. Donc, après ce tems $t = \frac{a}{c}$ le point de la corde M se trouvera de l'autre côté de l'axe AB en N, de sorte que $PN = Q'S'$: d'où il est évident qu'après ce tems toute la corde aura la figure ANB égale à la figure $B'T'DA$, & partant aussi égale à la figure initiale AMB, mais dans une situation renversée, de sorte que la figure ANB soit semblable à la figure BMA. Puisque les tangentes en S' & T' sont également inclinées à l'axe, en reculant les points Q' & R' infiniment peu également, la somme
des



des appliquées demeurera la même, & partant après le tems $\frac{a}{c} + dt$ le point M de la corde sera encore en N: donc, lorsque la corde sera parvenue dans la situation ANB, elle n'aura plus de mouvement.

XL. Une vibration ayant donc commencé par l'état initial AMB, elle finira par l'état ANB, & partant le tems de cette vibration sera $= \frac{a}{c}$ secondes, & il est évident que toutes les autres vi-

brations suivantes seront de la même durée. Pour mieux connoître ce tems, on n'a qu'à se rappeler, que nous avons mis c pour la quan-

tité $\sqrt{\frac{2Fag}{M}}$; donc le tems d'une vibration de la corde sera $= \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$

secondes; & cette expression paroît plus propre à nous faire connoître ce tems, que la longueur d'un pendule simple isochrone. Il faut remarquer ici, que M marquant le poids de la corde, & F la force tendante aussi expressible par un poids, ces deux quantités M & F sont homogenes entr'elles, de même que les deux quantités a & g , dont celle-là marque la longueur de la corde, & celle-cy la hauteur, par laquelle un corps pesant tombe dans une seconde, qui est de $15\frac{1}{8}$ pieds de Rhin. De là on connoitra promptement le nombre de vibrations, que la corde rend dans une minute seconde, car ce nombre

sera $= \sqrt{\frac{2Fg}{Ma}}$.

XLI. Il est certain qu'après le tems $t = \frac{a}{c}$ la corde parvienne dans la situation ANB; mais il pourroit bien arriver, qu'elle s'y fût trouvée déjà pendant ce tems une ou plusieurs fois, & dans ces cas le tems d'une vibration se réduiroit à la moitié, ou au tiers, ou à quelque autre partie aliquote. Cela dépend de la figure initiale qu'on aura donnée à la corde, laquelle, lorsqu'elle n'a qu'un ventre, comme dans la quatrième figure, le tems d'une vibration sera sans aucun doute

E c 2

==



Fig. 5. $= \frac{a}{c} = \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$ secondes. Mais, si la figure initiale de la corde avoit deux ventres égaux AEC, CFB, comme dans la cinquième figure, & que la partie AEB fut égale & semblable à la figure BFC, on voit par notre construction, que le point C demeureroit toujours en repos, & que le mouvement de la corde seroit le même que celui d'une corde de la moitié de longueur, & d'une tension égale. Or il faut pour produire ces vibrations deux fois plus rapides, que le nœud de la figure initiale C se trouve précisément au milieu de la longueur, & que les deux ventres AEC, BFC, soyent égaux & semblables entr'eux : car sans cette condition le point C ne resteroit point immobile.

XLII. Ce que M. *Bernoulli* a remarqué sur le mélange de deux ou plusieurs trochoïdes, est également applicable à toutes les autres courbes imaginables. Car, quelle que soit la figure initiale de la corde AMB fig. 4. elle peut servir d'axe à une autre figure semblable à la fig. 5 : & celle-cy pourroit encore servir d'axe à d'autres figures semblables à plusieurs ventres. Dans ces cas le son total de la corde sera un mélange de plusieurs sons, dont l'un seroit l'octave, les autres la douzième, la quinzième, la dix-septième, & ainsi de suite. Ce mélange de sons rendus par une corde à la fois, que M. *Bernoulli* a le premier si heureusement expliqué, n'est donc pas un effet si essentiel de la combinaison des trochoïdes Tayloriennes, qu'il ne puisse également être produit par une semblable combinaison d'autres courbes quelconques. Et quand on fait réflexion à la manière, dont on est accoutumé de frapper les cordes, il est très probable, qu'elles ne prennent jamais la figure des trochoïdes, ni qu'elles y approchent de plus en plus : puisque tous les phénomènes, que M. *Bernoulli* allègue, peuvent être également l'effet de toute autre figure quelconque.

XLIII. Il me semble que ces réflexions sont suffisantes à mettre ma solution à l'abri de toutes les objections, qui peuvent l'avoir renduë suspecte à M. *Bernoulli*, & surtout à M. d'*Alembert*. Celui-cy n'ayant allé-



allégué aucune raison, s'est contenté d'avertir les Lecteurs de mon Mémoire, qu'ils ne s'imaginassent pas, que ma solution étoit si générale que je l'avois donnée, & qu'elle ne s'étendoit pas à des figures quelconques, qu'on auroit données à la corde au commencement. Mais M. *Bernoulli* semble soutenir, que pour la production des vibrations isochrones il faille absolument que la force accélératrice soit toujours proportionnelle à l'espace parcouru, jusqu'au lieu naturel. Selon ce sentiment, ayant trouvé

en général la force accélératrice $= -\frac{Fa}{M} \cdot \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il faudroit la poser proportionnelle à la distance y , pour avoir une telle équation

$-\frac{Fa}{M} \left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = \frac{y}{c}$, dont l'intégrale, puisque la considération du tems

n'y entre plus, feroit $y = n \sin x \sqrt{\frac{M}{Fac}}$, & pour que l'appliquée éva-

nouisse aussi en posant $x = a$, il faudroit qu'il fut $\sqrt{\frac{M}{Fac}} = \frac{\lambda\pi}{a}$, mar-

quant par λ un nombre entier quelconque. On auroit donc $c = \frac{Ma}{\lambda\lambda\pi\pi F}$,

d'où résultent en effet toutes les trochoïdes Tayloriennes.

XLIV. Mais, outre que cette supposition feroit aussi contraire à la combinaison de deux ou plusieurs trochoïdes, que M. *Bernoulli* reconnoit pourtant dans le mouvement d'une corde, je remarque que cette hypothese est absolument arbitraire, & qu'une infinité d'autres forces sont aussi propres à produire l'isochronisme dans le mouvement des cordes. Si la force accélératrice devoit uniquement dépendre de l'appliquée y , de sorte qu'elle fut toujours la même à la même distance y , quelque grande qu'ait été l'excursion de la corde, je conviens qu'il n'y en auroit pas d'autres propres à procurer l'isochronisme, que celle qui feroit proportionnelle à la distance y . Mais, dès qu'on accorde, que cette force pourroit aussi dépendre du plus grand éloignement, on ne sauroit



plus disconvenir, qu'une infinité d'autres forces ne fut aussi propre à ce dessein. Or M. *Bernoulli* a fait voir lui-même, qu'il peut y avoir de l'isochronisme en des mouvemens, où la force sollicitante du corps, n'est pas simplement proportionnelle à la distance; & les manieres qu'il rapporte, ne sont qu'un cas particulier de la méthode générale, dont j'envisage ici le mouvement des cordes.

XLV. Tout ce que je viens de dire, ne regarde que les cordes, qui sont de la même épaisseur par toute leur étendue; & je conviens aisément, que si l'épaisseur de la corde étoit variable, il seroit impossible d'en déterminer le mouvement aussi généralement, que j'ai fait ici pour les cordes également épaisses. Mais ce n'est pas l'incommensurabilité des tems de diverses vibrations, dont la même corde est susceptible, qui arrête la solution, comme M. *Bernoulli* semble l'insinuer. C'est plutôt par une imperfection de l'analyse même; qu'il n'est pas possible de construire l'équation différentio-différentielle, qui renferme alors le mouvement. Car, comme pour les cordes d'une épaisseur uniforme j'ai trouvé cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M} \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, qui a admis une construction générale; ainsi les cordes d'une épaisseur variable conduisent à une telle équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = X \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où X est une certaine fonction de x , qui dépend de l'épaisseur. Or, puisqu'il ne paroît pas, de quelle nature doit être la fonction y , pour qu'elle satisfasse à cette équation en général, c'est la cause véritable que la détermination du mouvement de ces cordes semble surpasser nos forces: cependant il n'est pas difficile de donner des solutions particulières pour plusieurs cas, semblables à celles qui sont tirées des trochoïdes pour les cordes uniformément épaisses.



. PRIN-



PRINCIPES
DE LA TRIGONOMETRIE SPHERIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS
ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

Puisqu'on fait que les arcs de grands cercles, tirés sur la surface d'une sphère, représentent le plus court chemin d'un point à l'autre, un triangle sphérique pourra être défini en sorte, que trois points étant donnés sur une surface sphérique, si l'on y trace d'un point à l'autre le plus court chemin, l'espace renfermé entre ces trois points soit un triangle sphérique. Donc, parce que les côtés d'un triangle sphérique sont les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre, la méthode des plus grands & plus petits pourra être employée à déterminer les côtés d'un triangle sphérique ; & de là on pourra ensuite trouver le rapport, qui subsiste entre les angles & les côtés ; & c'est en quoi consiste la Trigonométrie sphérique. Car les trois points, où se trouvent les angles, détermineront par là, tant les trois côtés que les trois angles : & ces six choses auront toujours un tel rapport entr'elles, que trois quelconques étant connues, on en puisse déterminer les trois autres.

C'est donc une propriété, que les triangles sphériques ont commun avec les triangles plans, qui sont l'objet de la Trigonométrie élémentaire. Car, comme un triangle plan est l'espace renfermé entre trois points marqués sur un plan, lorsqu'on tire de l'un à l'autre la ligne la plus courte, qui est sur le plan une ligne droite ; de même un triangle



angle sphérique est l'espace renfermé entre trois points marqués sur une surface sphérique, lorsqu'on joint ces trois points par les lignes les plus courtes, qu'on sauroit tirer de l'un à l'autre sur la même surface. Or il est clair qu'un triangle sphérique se change dans un triangle plan, lorsque le rayon de la sphère devient infiniment grand; attendu qu'une surface plane peut être regardée comme la surface d'une sphère infiniment grande.

On m'objectera sans doute, que c'est aller contre les règles de la méthode, que de vouloir employer le calcul des plus grands & plus petits pour établir les fondemens de la Trigonométrie sphérique; outre qu'il paroît inutile de les tirer encore d'autres principes, puisque ceux dont on s'est servi jusqu'ici, sont fondés sur la Géométrie élémentaire, dont la rigueur sert de règle à toutes les autres parties des Mathématiques. Mais d'abord je remarque, que la méthode des plus grands & plus petits en acquiert quasi un nouveau lustre, quand je ferai voir, qu'elle seule nous peut conduire à la résolution des triangles sphériques; & ensuite il est toujours utile de parvenir par des routes différentes aux mêmes vérités, puisque notre esprit ne manque pas d'en tirer de nouveaux éclaircissmens.

Mais je puis outre cela avancer, que la méthode des plus grands & plus petits est beaucoup plus générale que la méthode ordinaire. Car celle-cy se borne aux triangles formés sur des surfaces, ou planes, ou sphériques, au lieu que l'autre s'étend également à des surfaces quelconques. Ainsi, si l'on demandoit la nature des triangles formés sur des surfaces sphéroïdiques, ou conoïdiques, dont les côtés seroient les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre; la méthode ordinaire ne seroit pas propre pour cette recherche: mais il faudroit absolument recourir à la méthode des plus grands & plus petits, sans laquelle on ne seroit pas même en état de connoître les lignes les plus courtes, qui formeroient les côtés de ces triangles.

On comprend de là, que cette recherche pourroit bien devenir d'une grande importance; car la surface de la Terre n'étant point sphérique,

rique,



rique, mais sphéroïdique, un triangle formé sur la surface de la Terre appartiendra à l'espèce, dont je viens de parler. Pour voir cela, on n'a qu'à s'imaginer trois points sur la surface de la Terre, qui soient joints par le plus court chemin, qu'il y a de l'un à l'autre ; ou qui seroit formé par une corde tendue de l'un à l'autre : car c'est ainsi qu'on doit se représenter les triangles, qu'on forme par les opérations faites pour la mesure de la Terre.* Il est bien vrai qu'on regarde ordinairement ces triangles comme plans & rectilignes, & c'est déjà bien de l'exactitude, quand on les calcule sur le pied des triangles sphériques. Mais si l'on parvenoit à faire ces triangles beaucoup plus grands, & qu'on en voulut faire le calcul avec toute la précision possible, on seroit sans doute réduit à rechercher la véritable nature de ces triangles, dont on ne sauroit venir à bout sans recourir à la méthode des plus grands & des plus petits.

Ayant donc fait voir l'importance de cette méthode dans le sujet dont il s'agit, il ne fera pas mal à propos d'appliquer cette méthode à la résolution des triangles sphériques ; puisque d'un côté cette recherche servira de base & de modèle pour la résolution des triangles formés sur une surface sphéroïdique quelconque : & d'un autre côté elle nous fournira des éclaircissements considérables, tant sur la Trigonometrie sphérique même que sur la méthode des plus grands & plus petits, dont on connoitra de plus en plus mieux l'étendue & le grand usage. Car, depuis qu'on a montré que la plupart des problèmes mécaniques & physiques se résolvent fort promptement par le moyen de cette méthode, il ne sauroit être que très agréable de voir, que la même méthode apporte un si grand secours pour la résolution des problèmes de la pure Géométrie.

Pour commencer cette recherche d'une manière, qu'elle s'étende également à la sphère & à un sphéroïde quelconque, je regarde d'abord deux points opposés de la sphère comme ses poles, & le grand cercle, qui en est également éloigné, représentera l'équateur, & les lignes



les plus courtes tirées d'un pôle à chaque point de l'équateur représenteront des méridiens, qui sont perpendiculaires à l'équateur. Or quand il s'agit de la sphère, on pourra regarder chaque côté d'un triangle sphérique comme faisant partie de l'équateur, & quand le triangle est rectangle, on pourra toujours envisager l'un des côtés, qui forment l'angle droit, comme une portion de l'équateur, & l'autre côté comme une portion d'un méridien, puisqu'on peut prendre les deux pôles à volonté ; mais il n'en sera pas de même, dès que la surface n'est plus sphérique, mais sphéroïdique. Cependant je ne parlerai ici que des surfaces sphériques, me réservant les sphéroïdiques pour un autre Mémoire.

PROBLEME I.

Fig. 1. 1. *Etant donnés sur l'équateur AB l'arc AP, & sur un méridien CP l'arc PM, trouver sur la surface sphérique la plus courte ligne AM, qu'on puisse tirer du point A au point M.*

SOLUTION.

Posant le demi-diamètre de la sphère $= 1$, soit l'arc de l'équateur $AP = x$, & l'arc du méridien $PM = y$. Soit de plus l'arc cherché $AM = s$, qu'on prolonge infiniment peu en m , de sorte que $Mm = ds$, & qu'on tire par m le méridien Omp , & l'élément Mn , qui y soit perpendiculaire. Cela posé, on aura $Pp = dx$, & $mn = dy$; & puisque Pp est à Mn , comme le sinus total 1 au sinus de l'arc OM , ou au cosinus de $PM = y$, on aura $Mn = dx \cos y$: & le triangle Mnm à n rectangle fournira

$$Mm = ds = \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos^2 y)}, \quad \& \text{ partant} \\ AM = s = \int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos^2 y)}.$$

Il s'agit donc de trouver un tel rapport entre x & y , que si on leur donne des valeurs déterminées comme AP & PM , la valeur de l'intégrale $\int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos^2 y)}$ devienne la plus petite, qu'il



qu'il soit possible. Pour cet effet posons $dy = p dx$, pour réduire cette intégrale à cette forme $\int dx V(pp + \cos y^2)$; & puis-que j'ai démontré que lorsque la formule intégrale $\int Z dx$, où Z est telle fonction de x , y , & p , que $dZ = M dx + N dy + P dp$, doit devenir un plus grand ou plus petit, cela arrive par cette équation $N dx - dP = 0$. Donc, faisant l'application à notre cas, nous aurons

$$Z = V(pp + \cos y^2), \text{ donc } dZ = -\frac{p dy \sin y \cos y}{V(pp + \cos y^2)} + \frac{p dp}{V(pp + \cos y^2)},$$

$$\text{\& partant } M = 0, N = -\frac{\sin y \cos y}{V(pp + \cos y^2)}, \text{ \& } P = \frac{p}{V(pp + \cos y^2)}.$$

Or puisque $M = 0$, & partant $dZ = N dy + P dp$, multiplions l'équation $N dx - dP = 0$ par p , qui à cause de $dy = p dx$ deviendra $N dy - p dP = 0$, ou $N dy = p dP$, & cette valeur étant substituée pour $N dy$ donnera $dZ = p dP + P dp$, dont l'intégrale est $Z = Pp + C$, ou bien $V(pp + \cos y^2) = \frac{pp}{V(pp + \cos y^2)} + C$:

$$\text{qui se réduit à } \cos y^2 = C V(pp + \cos y^2); \text{ d'où l'on tire}$$

$$CCpp = \cos y^2 (\cos y^2 - CC), \text{ ou } p = \frac{dy}{dx} = \frac{\cos y V(\cos y^2 - CC)}{C}.$$

Ainsi le rapport entre x & y est renfermé dans cette équation différentielle séparée :

$$dx = \frac{C dy}{\cos y V(\cos y^2 - CC)}, \quad \text{\& de là on obtiendra :}$$

$$ds = dx V(pp + \cos y^2) = \frac{dx \cos y^2}{C}, \quad \text{donc}$$

$$ds = \frac{dy \cos y}{V(\cos y^2 - CC)}, \quad \text{\& l'arc même } s = \int \frac{dy \cos y}{V(\cos y^2 - CC)}.$$



COROLL. I.

2. Donc l'équation $dx = \frac{C dy}{\cos y \sqrt{(\cos^2 y - CC)}}$, exprime

la nature de la ligne AM, qui a cette propriété, qu'en prenant une partie quelconque, elle soit la ligne la plus courte qu'on puisse tirer entre ses termes sur une surface sphérique. Or, que cette ligne soit en même tems un grand cercle de la sphère, je l'ai démontré ailleurs; & ici il n'importe pas à notre dessein, quel rapport cette ligne à la sphère, pourvu que nous sachions qu'elle est la plus courte entre ses termes.

COROLL. 2.

3. Ayant trouvé $dx = \frac{C dy}{\cos y \sqrt{(\cos^2 y - CC)}}$, nous aurons

$Mn = dx \cos y = \frac{C dy}{\sqrt{(\cos^2 y - CC)}}$. Or $\frac{Mn}{mn}$ exprime la tangente de l'angle AMP, & partant nous aurons: $\tan \text{AMP} = \frac{C}{\sqrt{(\cos^2 y - CC)}}$.

De plus ayant $Mm = ds = \frac{dy \cos y}{\sqrt{(\cos^2 y - CC)}}$, la fraction $\frac{Mn}{Mm}$ exprime le sinus de l'angle AMP, de sorte que $\sin \text{AMP} = \frac{C}{\cos y}$, & $\cos \text{AMP} = \frac{\sqrt{(\cos^2 y - CC)}}{\cos y}$.

COROLL. 3.

4. De plus posant $y = 0$, le point M parviendra en A, & alors la fraction $\frac{dy}{dx}$ exprimera la tangente de l'angle PAM, & $\frac{dy}{ds}$ son sinus, & $\frac{dx}{ds}$ son cosinus. Or ayant alors $\cos y = 1$, il sera $dx = \frac{C dy}{\sqrt{(1 - CC)}}$ &



$$\& ds = \frac{dy}{V(1-CC)} : \text{d'où nous tirons } \text{tang PAM} = \frac{V(1-CC)}{C} ;$$

$$\sin \text{PAM} = V(1-CC) \& \cos \text{PAM} = C.$$

COROLL. 4.

5. Donc, si nous introduisons cet angle PAM au lieu de la constante C, & que nous posions $\text{PAM} = \zeta$, à cause de $C = \cos \zeta$, nous aurons, les deux équations suivantes :

$$dx = \frac{dy \cos \zeta}{\cos y V(\cos y^2 - \cos^2 \zeta)} \quad \& \quad ds = \frac{dy \cos y}{V(\cos y^2 - \cos^2 \zeta)}.$$

Et de plus si nous nommons l'angle AMP $= \theta$, nous aurons :

$$\text{tang} \theta = \frac{\cos \zeta}{V(\cos y^2 - \cos^2 \zeta)} ; \sin \theta = \frac{\cos \zeta}{\cos y} \quad \& \quad \cos \theta = \frac{V(\cos y^2 - \cos^2 \zeta)}{\cos y}.$$

COROLL. 5.

6. Il reste encore à intégrer nos deux équations différentielles, qui expriment les valeurs de dx & de ds . Or on trouvera par l'intégration :

$$x = A \sin : \frac{C \sin y}{\cos y V(1-CC)}, \text{ ou bien } \sin x = \frac{C \sin y}{\cos y V(1-CC)} = \frac{\cos^2 \zeta \sin y}{\sin \zeta \cos y},$$

$$\& s = A \cos : \frac{V(\cos y^2 - CC)}{V(1-CC)}, \text{ ou bien } \cos s = \frac{V(\cos y^2 - CC)}{V(1-CC)} = \frac{V(\cos y^2 - \cos^2 \zeta)}{\sin \zeta}.$$

COROLL. 6.

7. Voilà donc des quantités ζ & y les autres quantités x , s & θ déterminées en sorte :

F f 3

fin



$$\begin{aligned}\sin x &= \frac{\cos \zeta \sin y}{\sin \zeta \cos y}; \cos x = \frac{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}{\sin \zeta \cos y}, \& \tan x = \frac{\cos \zeta \sin y}{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)} \\ \sin s &= \frac{\sin y}{\sin \zeta}; \cos s = \frac{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}{\sin \zeta}, \& \tan s = \frac{\sin y}{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)} \\ \sin \theta &= \frac{\cos \zeta}{\cos y}; \cos \theta = \frac{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}{\cos y}, \& \tan \theta = \frac{\cos \zeta}{V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}\end{aligned}$$

COROLL. 7.

8. Puisqu'il n'y a que cette seule formule irrationnelle $V(\cos y^2 - \cos \zeta^2)$, qui entre dans nos équations trouvées, en l'éliminant, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned}\frac{\cos s}{\cos x} &= \cos y; \quad \frac{\cos \theta}{\cos x} = \sin \zeta; \quad \frac{\cos \theta}{\cos s} = \frac{\sin \zeta}{\cos y}; \\ \frac{\tan x}{\tan s} &= \cos \zeta; \quad \frac{\tan x}{\tan \theta} = \sin y; \quad \frac{\tan s}{\tan \theta} = \frac{\sin y}{\cos \zeta}; \\ \sin x &= \frac{\cos \zeta \sin y}{\sin \zeta \cos y}; \cos x \tan s = \frac{\sin y}{\sin \zeta \cos y}; \cos x \tan \theta = \frac{\cos \zeta}{\sin \zeta \cos y}; \\ \cos s \tan x &= \frac{\cos \zeta \sin y}{\sin \zeta}; \sin s = \frac{\sin y}{\sin \zeta}; \cos s \tan \theta = \frac{\cos \zeta}{\sin \zeta}; \\ \cos \theta \tan x &= \frac{\cos \zeta \sin y}{\cos y}; \cos \theta \tan s = \frac{\sin y}{\cos y}; \sin \theta = \frac{\cos \zeta}{\cos y}.\end{aligned}$$

COROLL. 8.

9. Ayant ici cinq quantités x, y, s, ζ & θ , qui appartiennent au triangle sphérique rectangle APM, prenons des égalités trouvées celles, qui n'en renferment que trois, qui seront étant réduites à la plus simple forme :

I. \cos



- I. $\cos s = \cos x \cos y$; II. $\cos \theta = \sin \zeta \cos x$; III. $\operatorname{tg} x = \cos \zeta \operatorname{tg} s$;
 IV. $\operatorname{tg} x = \sin y \operatorname{tg} \theta$; V. $\operatorname{tg} y = \sin x \operatorname{tg} \zeta$; VI. $\sin y = \sin \zeta \sin s$;
 VII. $\cos s \operatorname{tg} \zeta \operatorname{tg} \theta = 1$; VIII. $\operatorname{tg} y = \cos \theta \operatorname{tg} s$; IX. $\cos \zeta = \sin \theta \cos y$.

d'où, étant donnés deux quelconques, on en pourra trouver les trois autres, sans qu'on ait besoin d'extraction de racines, pourvu qu'on y ajoute cette dixième : X. $\sin x = \sin \theta \sin s$, qui suit d'abord des trois premières formules à la gauche du §. 6.

PROBLEME II.

10. *Exposer les règles, pour la résolution de tous les cas des triangles rectangles sphériques.*

SOLUTION.

Soient les angles marqués par A, B, C, dont celui-cy C soit le droit, & les côtés par les petites lettres a, b, c, qui répondent aux angles opposés, de sorte que c soit l'hypoténuse, & a, & b les cathètes. Comparant donc ce triangle avec la figure précédente, nous aurons :

Fig. 1.

$$s = c ; x = b ; y = a ; \zeta = A \text{ \& } \theta = B.$$

Maintenant tout revient à ce que deux de ces cinq quantités étant données, on en détermine les trois autres : or les formules rapportées fourniront les résolutions suivantes pour tous les cas possibles.

Les 2. quanti-
tés données.

Détermination des trois autres.

I. a, b	$\text{cof } c = \text{cof } a \cdot \text{cof } b$; $\text{tg } A = \frac{\text{tang } a}{\sin b}$; $\text{tg } B = \frac{\text{tang } b}{\sin a}$
II. a, c	$\text{cof } b = \frac{\text{cof } c}{\text{cof } a}$; $\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}$; $\text{cf } B = \frac{\text{tang } a}{\text{tang } c}$
III. b, c	$\text{cof } a = \frac{\text{cof } c}{\text{cof } b}$; $\text{cf } A = \frac{\text{tang } b}{\text{tang } c}$; $\sin B = \frac{\sin b}{\sin c}$
IV. a, A	$\sin b = \frac{\text{tang } a}{\text{tang } A}$; $\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$; $\sin B = \frac{\text{cof } A}{\text{cof } a}$
V. a, B	$\text{tag } b = \sin a \text{ tg } B$; $\text{tg } c = \frac{\text{tang } a}{\text{cof } B}$; $\text{cf } A = \text{cf } a \cdot \sin B$
VI. b, A	$\text{tag } a = \sin b \text{ tg } A$; $\text{tg } c = \frac{\text{tang } b}{\text{cof } A}$; $\text{cf } B = \text{cf } b \cdot \sin A$
VII. b, B	$\sin a = \frac{\text{tang } b}{\text{tang } B}$; $\sin c = \frac{\sin b}{\sin B}$; $\sin A = \frac{\text{cof } B}{\text{cof } b}$
VIII. c, A	$\sin a = \sin c \cdot \sin A$; $\text{tg } b = \text{tg } c \cdot \text{cof } A$; $\text{tg } B = \frac{1}{\text{cf } c \cdot \text{tg } A}$
IX. c, B	$\sin b = \sin c \cdot \sin B$; $\text{tg } a = \text{tg } c \cdot \text{cof } B$; $\text{tg } A = \frac{1}{\text{cf } c \cdot \text{tg } B}$
X. A, B	$\text{cof } a = \frac{\text{cof } A}{\sin B}$; $\text{cf } b = \frac{\text{cof } B}{\sin A}$; $\text{cof } c = \frac{1}{\text{tg } A \cdot \text{tg } B}$

COROLL. I.

II. De là il est évident que le côté a avec son angle opposé A entre également dans ces formules, que l'autre côté b avec son angle opposé B .



son angle opposé B, de sorte qu'il est indifférent, lequel des deux côtés a & b on veuille prendre pour base, tout comme la nature du sujet l'exige.

COROLL. 2.

12. Le grand nombre des formules, qui expriment le rapport entre les diverses parties du triangle rectangle, se réduit aux formules suivantes, dont le nombre est plus petit, & qu'il suffit de savoir par cœur.

$$\text{I. } \sin c = \frac{\sin a}{\sin A} \quad \text{ou} \quad \sin c = \frac{\sin b}{\sin B}.$$

$$\text{II. } \cos c = \cos a \cdot \cos b$$

$$\text{III. } \cos c = \cot A \cdot \cot B$$

$$\text{IV. } \cos A = \frac{\tan b}{\tan c} \quad \text{ou} \quad \cos B = \frac{\tan a}{\tan c}$$

$$\text{V. } \sin A = \frac{\cos B}{\cos b} \quad \text{ou} \quad \sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$$

$$\text{VI. } \sin a = \frac{\tan b}{\tan B} \quad \text{ou} \quad \sin b = \frac{\tan a}{\tan A}.$$

COROLL. 3.

13. On n'a donc qu'à remarquer ces six formules, qui contiennent autant de propriétés des triangles sphériques rectangles; & on sera en état de résoudre tous les cas de ces triangles, qu'on puisse imaginer.

PROBLEME III.

14. Trouver l'aire d'un triangle sphérique rectangle.

SOLUTION.

Soit dans le triangle rectangle APM la base $AP = x$ & le côté $PM = y$, & ayant tiré le méridien infiniment proche Omp ,
Mém. de l'Acad. Tom. IX. Fig. 1.
G g on



on aura $Pp = dx$ & $mn = dy$. De plus ayant $Mn = dx \cos y$, l'élément de l'aire $PMmp$ fera $= dx dy \cos y$, en prenant dx pour constant. Donc l'aire même $PMmp$ fera $= dx \sin y$, laquelle étant le différentiel de l'aire du triangle APM , celle-cy fera $= \int dx \sin y$.

Or nous avons trouvé $dx = \frac{dy \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$, où ζ marque l'angle PAM , & partant l'aire du triangle fera $= \int \frac{dy \sin y \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$. Au lieu de y introduisons l'angle $AMP = \theta$; & à cause de $\sin \theta = \frac{\cos \zeta}{\cos y}$ & $\cos \theta = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}{\cos y}$, nous aurons $d\theta \cos \theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y^2}$; donc $d\theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$; de sorte que l'aire du triangle cherchée devienne $= \int d\theta = \theta + \text{Const}$. Pour assigner à cette constante sa juste valeur, il faut considérer, que l'aire doit évanouir, lorsque le point M tombe en A , auquel cas l'angle θ devient $= 90^\circ - \zeta$; donc il faut qu'il soit $90^\circ - \zeta + \text{Const} = 0$, & partant $\text{Const} = \zeta - 90^\circ$. Par conséquent l'aire cherchée du triangle APM fera $= \zeta - \theta - 90^\circ$; ou bien l'excès de la somme des deux angles PAM & AMP sur un angle droit exprimera l'aire du triangle APM .

COROLL. 1.

15. Donc la somme des deux angles PAM & AMP est toujours plus grande qu'un angle droit, & l'excès est d'autant plus grand, plus l'aire du triangle sera grande. Et un arc de grand cercle, mesure de cet excès, étant multiplié par le rayon de la sphère donnera l'aire du triangle sphérique.

COROLL. 2.

16. De là on déduira aisément l'aire d'un triangle sphérique quelconque : car, parce qu'un tel triangle se peut résoudre en deux tri-

an-



angles rectangles, on trouvera son aire, lorsqu'on multiplie l'excès de la somme de ses trois angles sur 180° par le rayon de la sphère.

PROBLEME IV.

17. Sur la surface d'une sphère étant donnés deux points quelconques E & M, trouver la ligne la plus courte EM entre ces deux points. Fig. 3.

SOLUTION.

Qu'on tire d'un des poles O à ces deux points les méridiens OE & OM, dont celui-cy soit regardé comme variable. Nommons le méridien $OE = a$; $OM = x$; & l'angle $EOM = y$. De plus soit pour les quantités cherchées l'arc $EM = s$, l'angle $OEM = \alpha$, & l'angle $OME = \phi$; qui fera variable avec les quantités x , y & s , tandis que a & α demeurent invariables. Qu'on tire le méridien infiniment proche Om , auquel on tire de M la perpendiculaire Mn , & on aura $mn = dx$; l'angle $MOm = dy$, & $Mn = dy \sin x$, prenant l'unité pour marquer le rayon de la sphère.

De là nous aurons $\operatorname{tg} \phi = \frac{Mn}{mn} = \frac{dy \sin x}{dx}$, ou bien $\sin \phi = \frac{dy \sin x}{ds}$,

& $\cos \phi = \frac{dx}{ds}$. Or ayant $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 \sin x^2}$, il faut que

cette formule $\int \sqrt{dx^2 + dy^2 \sin x^2}$ soit un *minimum*. Pour cet effet posons $dy = p dx$, pour avoir cette formule $\int dx \sqrt{1 + pp \sin x^2} = \int Z dx$ à rendre la plus petite : de sorte que $Z = \sqrt{1 + pp \sin x^2}$. Or en général, si l'on a $dZ = M dx + N dy + P dp$, l'équation pour le *minimum* est $N dx - dP = 0$: donc faisant l'application à notre cas, nous avons

$N = 0$; & $P = \frac{p \sin x^2}{\sqrt{1 + pp \sin x^2}}$. Mais à cause de $N = 0$,

notre équation sera $dP = 0$, & tantant $P = \text{Const.}$ Par conséquent



nous aurons $\frac{r \sin x^2}{V(1+pp \sin x^2)} = C$, ou $\frac{dy \sin x^2}{V(dx^2+dy^2 \sin x^2)} = C$,
c'est à dire $\frac{dy \sin x^2}{ds} = \sin x \sin \phi = C$. Pour déterminer cette

constante il faut considérer, que faisant évanouir l'angle $EOM = y$,
il devient $x = a$, & $\phi = 180^\circ - a$, ou $\sin \phi = \sin a$; donc
dans ce cas nous avons $\sin a \sin a = C$. Par conséquent la nature

du *minimum* fournit l'équation : $\frac{dy \sin x^2}{V(dx^2+dy^2 \sin x^2)} = \sin a \sin a$,

Mais, il faut encore intégrer l'équation différentielle ; qui se change en
celle-cy $dy = \frac{C dx}{\sin x V(\sin x^2 - CC)}$ remettant C pour $\sin a \sin a$:

& de là à cause de $ds = \frac{dy \sin x^2}{C}$ on aura encore $ds = \frac{dx \sin x}{V(\sin x^2 - CC)}$.

Or on trouvera par les règles de l'intégration :

$$\begin{aligned} y &= -A \sin \frac{C \cos x}{\sin x V(1-CC)} + A \sin \frac{C \cos a}{\sin a V(1-CC)} = \\ &= -A \cos \frac{V(\sin x^2 - CC)}{\sin x V(1-CC)} + A \cos \frac{V(\sin a^2 - CC)}{\sin a V(1-CC)} \\ s &= -A \cos \frac{V(\sin x^2 - CC)}{V(1-CC)} + A \cos \frac{V(\sin a^2 - CC)}{V(1-CC)} = \\ &= -A \sin \frac{\cos x}{V(1-CC)} + A \sin \frac{\cos a}{V(1-CC)}, \end{aligned}$$

Où les constantes ajoutées sont telles, que faisant $y = 0$ & $s = 0$, il devienne $x = a$. Mais les deux arcs de cercles étant réduits en un don-

neront $y = A \sin \frac{C \cos a V(\sin x^2 - CC) - C \cos x V(\sin a^2 - CC)}{(1-CC) \sin a \sin x}$,

$$s = A \sin \frac{\cos a V(\sin x^2 - CC) - \cos x V(\sin a^2 - CC)}{1-CC}, \quad \text{d'où}$$



d'où nous tirons ces deux équations :

$$(1-CC) \sin a \sin x \sin y = C \cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - C \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}$$

$$(1-CC) \sin s = \cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}.$$

Mais, en prenant les cosinus des angles y & s , nous aurons :

$$(1-CC) \sin a \sin x \cos y = \sqrt{(\sin a^2 - CC)} (\sin x^2 - CC) + CC \cos a \cos x$$

$$(1-CC) \cos s = \sqrt{(\sin a^2 - CC)} (\sin x^2 - CC) + \cos a \cos x.$$

Et remettant pour C la valeur $\sin a \sin \alpha$, puisque

$$\sqrt{(\sin a^2 - CC)} = -\sin a \cos \alpha$$

car nous regardons ici l'angle α comme obtus, afin que l'angle Φ soit depuis le point E aigu ; parce que posant $y = 0$, l'angle Φ devient $180^\circ - \alpha$, dont le cosinus est $-\cos \alpha$; nous aurons :

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2) \sin x \sin y = \sin \alpha \cos a \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} \\ + \sin \alpha \cos \alpha \sin a \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2) \sin x \cos y = -\cos \alpha \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} \\ + \sin a \cos a \sin \alpha^2 \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2) \sin s = \cos a \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} \\ + \sin a \cos \alpha \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2) \cos s = -\sin a \cos \alpha \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} \\ + \cos a \cos x$$

auxquelles il faut ajouter $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$.

COROLL. I.

18. Puisque $\sin a \sin \alpha = \sin x \sin \Phi$, on aura :

$$\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} = + \sin x \cos \Phi.$$

Donc nos quatre formules seront :

I. $(1-CC) \sin y = \sin \alpha \cos a \cos \Phi + \cos \alpha \cos x \sin \Phi$

II. $(1-CC) \cos y = -\cos \alpha \cos \Phi + \sin \alpha \cos a \cos x \sin \Phi$

G g 3

III.



$$\text{III. } (1 - \text{CC}) \sin s = \cos a \sin x \cos \phi + \sin a \cos a \cos x$$

$$\text{IV. } (1 - \text{CC}) \cos s = -\sin a \cos a \sin x \cos \phi + \cos a \cos x,$$

posant pour abrégér CC, au lieu de $\sin a^2 \sin a^2$, ou de $\sin x^2 \sin \phi^2$.

COROLL. 2.

19. Ces quatre formules peuvent être combinées en plusieurs manières différentes, d'où l'on pourra déduire des formules plus simples. D'abord prenons I. $\cos a + \text{II. } \sin a \cos a$, & nous aurons :

$$(1 - \text{CC})(\cos a \sin y + \sin a \cos a \cos y) = (\cos a^2 + \sin a^2 \cos a^2) \cos x \sin \phi,$$

ou $\cos a^2 + \sin a^2 \cos a^2 = 1 - \sin a^2 \sin a^2 = 1 - \text{CC}$, d'où nous tirons :

$$\cos a \sin y + \sin a \cos a \cos y = \cos x \sin \phi = \frac{\sin a \sin a}{\tan x},$$

$$\text{ou } \tan x \sin y + \tan a \tan x \cos a \cos y = \tan a \sin a.$$

COROLL. 3.

20. Faisons cette combinaison I. $\sin a \cos a - \text{II. } \cos a$, pour avoir

$$(1 - \text{CC})(\sin a \cos a \sin y - \cos a \cos y) = (\sin a^2 \cos a^2 - \cos a^2) \cos \phi$$

$$= (1 - \text{CC}) \cos \phi,$$

d'où nous tirons en divisant par $1 - \text{CC}$

$$\sin a \cos a \sin y - \cos a \cos y = \cos \phi.$$

COROLL. 4.

21. La combinaison I. $\sin x - \text{III. } \sin a$ donne

$$(1 - \text{CC})(\sin x \sin y - \sin a \sin s) = 0, \text{ ou bien}$$

$$\sin x \sin y = \sin a \sin s, \text{ d'où à cause de } \sin x \sin \phi = \sin a \sin a,$$

$$\text{on tire } \sin a \sin y = \sin \phi \sin s, \text{ ou bien cette proportion :}$$

$$\sin a : \sin \phi = \sin x : \sin a = \sin s : \sin y.$$



COROLL. 5.

22. Cette combinaison I. $\sin a \cos \alpha \sin x + \text{IV.} \sin x \cos a$ donne
 $(1 - \text{CC}) (\sin a \cos \alpha \sin x \sin y + \sin \alpha \cos a \cos s) = \cos x (\sin a \cos \alpha^2 \sin x \sin \phi + \sin \alpha \cos a^2)$
 Or à cause de $\sin x \sin \phi = \sin a \sin \alpha$, la valeur de cette formule sera
 $\sin \alpha \cos x (\sin a^2 \cos \alpha^2 + \cos a^2) = (1 - \sin a^2 \sin \alpha^2) \sin \alpha \cos x$
 $= (1 - \text{CC}) \sin \alpha \cos x,$

d'où en divisant par $1 - \text{CC}$ on obtiendra

$$\sin a \cos \alpha \sin x \sin y + \sin \alpha \cos a \cos s = \sin \alpha \cos x,$$

laquelle à cause de $\sin y = \frac{\sin \alpha \sin s}{\sin x}$, se change en :

$$\sin a \cos \alpha \sin s + \cos a \cos s = \cos x.$$

COROLL. 6.

23. Or cette combinaison I. $\cos a - \text{IV.} \cos \alpha \sin \phi$, donne
 $(1 - \text{CC}) (\cos a \sin y - \cos \alpha \sin \phi \cos s) = \cos \phi (\sin a \cos a^2 + \sin \alpha \cos \alpha^2 \sin x \sin \phi),$
 dont la valeur à cause de $\sin x \sin \phi = \sin a \sin \alpha$, sera :

$$\sin \alpha \cos \phi (\cos a^2 + \sin a^2 \cos \alpha^2) = (1 - \text{CC}) \sin \alpha \cos \phi.$$

Donc divisant par $1 - \text{CC}$, on aura

$$\cos a \sin y - \cos \alpha \sin \phi \cos s = \sin \alpha \cos \phi,$$

qui à cause de $\sin y = \frac{\sin \phi \sin s}{\sin a}$, se change en celle-cy :

$$\cos a \sin \phi \sin s - \sin a \cos \alpha \sin \phi \cos s = \sin a \sin \alpha \cos \phi,$$

ou bien $\text{tang } \phi \sin s - \cos \alpha \text{ tang } a \text{ tang } \phi \cos s = \sin \alpha \text{ tang } a.$

COROLL. 7.

24. Considérons cette combinaison II. $\cos a \sin x + \text{III.} \cos \alpha$,
 qui donne

$$(1 -$$



$$(1-CC)(\cos a \sin x \cos y + \cos a \sin s) = \cos x (\sin a \cos a^2 \sin x \sin \Phi + \sin a \cos a^2),$$

dont la valeur, à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, sera

$$\sin a \cos x (\sin a^2 \cos a^2 + \cos a^2) = (1-CC) \sin a \cos x.$$

Donc divisant par $1-CC$, on aura

$$\cos a \sin x \cos y + \cos a \sin s = \sin a \cos x,$$

& à cause de $\sin s = \frac{\sin x \sin y}{\sin \alpha}$, on obtiendra

$$\sin a \cos a \sin x \cos y + \cos a \sin x \sin y = \sin a \sin a \cos x,$$

ou $\tan g a \cos a \tan g x \cos y + \tan g x \sin y = \tan g a \sin a$, tout comme §. 19.

COROLL. 8.

25. Cette combinaison - II. $\sin a \cos \alpha +$ III. $\cos a \sin \alpha \sin \Phi$ donne

$$(1-CC)(\cos a \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y) = \cos \Phi (\sin a \cos a^2 + \cos a^2 \sin a \sin x \sin \Phi),$$

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$$\sin a \cos \Phi (\cos a^2 + \cos a^2 \sin a^2) = (1-CC) \sin a \cos \Phi.$$

Donc divisant par $1-CC$, on aura :

$$\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y = \sin a \cos \Phi.$$

Or ayant $\sin s = \frac{\sin a \sin y}{\sin \Phi}$, on obtiendra

$$\cos a \sin \alpha \sin y - \cos a \cos y = \cos \Phi, \text{ tout comme §. 20.}$$

COROLL. 9.

26. Or cette combinaison II. $\sin a \sin x -$ IV. 1 donne

$$(1-CC)(\sin a \sin x \cos y - \cos s) = \cos a \cos x (\sin a \sin \alpha \sin x \sin \Phi - 1),$$

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$$\cos a \cos x (\sin a^2 \sin a^2 - 1) = - (1-CC) \cos a \cos x.$$

Donc



Donc, divisant par $— (1 — CC)$, on aura
 $\cos s — \sin a \sin x \cos y = \cos a \cos x$.

COROLL. 10.

27. Cette combinaison II. 1 — IV. $\sin a \sin \Phi$ donne
 $(1-CC)(\cos y - \sin a \sin \Phi \cos s) = \cos a \cos \Phi (\sin a \sin a \sin x \sin \Phi - 1)$,
 donc : $\sin a \sin \Phi \cos s — \cos y = \cos a \cos \Phi$.

COROLL. 11.

28. Cette combinaison III. $\sin a \cos a +$ IV. $\cos a$ donne
 $(1-CC)(\sin a \cos a \sin s + \cos a \cos s) = \cos x (\sin a^2 \cos a^2 + \cos a^2)$
 donc : $\sin a \cos a \sin s + \cos a \cos s = \cos x$, tout comme §. 22.

COROLL. 12.

29. Enfin cette combinaison III. $\cos a -$ IV. $\sin a \cos a$ donne
 $(1-CC)(\cos a \sin s - \sin a \cos a \cos s) = \sin x \cos \Phi (\cos a^2 + \sin a^2 \cos a^2)$,
 donc : $\cos a \sin s - \sin a \cos a \cos s = \sin x \cos \Phi = \frac{\sin a \sin a \cos \Phi}{\sin \Phi}$,
 ou $\text{tang } \Phi \sin s - \text{tang } a \text{ tang } \Phi \cos a \cos s = \text{tang } a \sin a$, tout
 comme §. 23.

PROBLEME V.

30. *Trouver les propriétés entre les côtés & les angles d'un triangle sphérique quelconque.*

Fig. 4.

SOLUTION.

Quel que soit le triangle sphérique proposé ABC, on peut regarder un de ses angles A comme le pôle de la sphère ; & alors les côtés AB & AC seront deux méridiens, & le troisième côté BC la ligne la plus courte, qui puisse être tirée sur la surface de la sphère

Mém. de l'Acad. Tom. IX.

H h

du



du point B au point C ; de sorte que ce triangle ABC puisse être comparé avec la figure ECM, que nous venons de considérer dans le problème précédent. Donc, si nous employons les lettres A, B, C, pour marquer les angles du même nom, & que nous posions les côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$, les dénominations précédentes se réduiront aux présentes de cette manière :

Dénominations précédentes : a ; x ; s ; y ; a ; φ

Dénominations présentes : c ; b ; a ; A ; B ; C

Maintenant les formules trouvées dans les corollaires du problème précédent nous fourniront pour le triangle sphérique ABC les propriétés suivantes :

- | | | |
|------|--|--------------|
| I. | $\sin a : \sin A = \sin b : \sin B = \sin c : \sin C$ | par (21) |
| II. | $\cos C = \cos c. \sin A. \sin B - \cos A. \cos B$ | par §. 20. |
| | $\cos B = \cos b. \sin A. \sin C - \cos A. \cos C$ | par analogie |
| | $\cos A = \cos a. \sin B. \sin C - \cos B. \cos C$ | par §. 27. |
| III. | $\cos c = \cos C. \sin a. \sin b + \cos a. \cos b$ | par analogie |
| | $\cos b = \cos B. \sin a. \sin c + \cos a. \cos c$ | par §. 22. |
| | $\cos a = \cos A. \sin b. \sin c + \cos b. \cos c$ | par §. 26. |
| IV. | $\sin a. \tan C - \sin B. \tan c = \cos a. \cos B. \tan C. \tan c$ | par §. 23. |
| | $\sin b. \tan A - \sin C. \tan a = \cos b. \cos C. \tan A. \tan a$ | par analogie |
| | $\sin c. \tan B - \sin A. \tan b = \cos c. \cos A. \tan B. \tan b$ | par §. 19. |

Et c'est à ces quatre propriétés, que se réduisent toutes les formules, que nous avons trouvées dans le problème précédent.

COROLL. I.

31. La première propriété renferme la qualité très connue de tous les triangles sphériques, par laquelle nous savons, que les sinus des côtés ont entr'eux le même rapport, que les sinus des angles, qui leur sont opposés.



COROLL. 2.

32. Donc, si nous connoissons dans un triangle sphérique un côté avec son angle opposé, & outre cela un autre angle, ou côté, nous trouverons d'abord le côté, ou l'angle qui lui est opposé.

COROLL. 3.

33. Chacune des formules, que nous venons de trouver, ne renferme que quatre quantités, qui appartiennent au triangle, & partant si l'on en connoit trois, on en pourra déterminer la quatrième.

COROLL. 4.

34. C'est donc de là qu'on pourra tirer les règles pour la résolution de tous les triangles sphériques. Ou comme il y a six choses en chaque triangle, savoir les trois côtés & les trois angles, si l'on en connoit trois, on en pourra trouver les trois autres : comme nous allons voir dans les problèmes suivans.

PROBLEME VI.

35. Dans un triangle sphérique étant donnés les trois côtés, Fig. 4. trouver les angles.

SOLUTION.

Soient donnés dans le triangle sphérique ABC les trois côtés $AB=c$; $AC=b$ & $BC=a$; & qu'il faille chercher les trois angles A, B & C; cela se fera par le moyen de la troisième propriété, qui nous fournit :

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cdot \cos c}{\sin a \cdot \sin c}$$

$$\cos C = \frac{\cos c - \cos a \cdot \cos b}{\sin a \cdot \sin b}$$



COROLL. 1.

36. Nous aurons donc :

$$1 - \cos A = \frac{\sin b \cdot \sin c + \cos b \cdot \cos c - \cos a}{\sin b \cdot \sin c},$$

ou bien $1 - \cos A = \frac{\cos(b-c) - \cos a}{\sin b \cdot \sin c},$

à cause de $\cos(b-c) = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c.$

COROLL. 2.

37. Or, puisqu'il est en général

$$\cos p - \cos q = 2 \cdot \sin \frac{1}{2}(q-p) \cdot \sin \frac{1}{2}(p+q)$$

notre formule se changera en celle-ci :

$$1 - \cos A = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(a-b+c) \sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin b \sin c}.$$

Donc, puisque $1 - \cos A = 2 (\sin \frac{1}{2} A)^2$, nous aurons :

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(a-b+c) \cdot \sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin b \cdot \sin c}}, \text{ \& de même}$$

$$\sin \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(b-a+c) \cdot \sin \frac{1}{2}(b+a-c)}{\sin a \sin c}}$$

$$\sin \frac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(c-a+b) \cdot \sin \frac{1}{2}(c+a-b)}{\sin a \cdot \sin b}}.$$

COROLL. 3.

38. En ajoutant l'unité aux cosinus trouvés on aura

$$1 + \cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c + \sin b \sin c}{\sin b \cdot \sin c} = \frac{\cos a - \cos(b+c)}{\sin b \cdot \sin c}.$$

Donc, puisque $1 + \cos A = 2 (\cos \frac{1}{2} A)^2$, la même conversion
donnera

cos



$$\cos \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (b + c - a) \cdot \sin \frac{1}{2} (b + c + a)}{\sin b \cdot \sin c}}$$

$$\cos \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (a + c - b) \cdot \sin \frac{1}{2} (a + c + b)}{\sin a \cdot \sin b}}$$

$$\cos \frac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (a + b - c) \cdot \sin \frac{1}{2} (a + b + c)}{\sin a \cdot \sin b}}$$

COROLL. 4.

39. De là on tirera les tangentes des demi-angles A, B, C :

$$\tan \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (a - b + c) \sin \frac{1}{2} (a + b - c)}{\sin \frac{1}{2} (b + c - a) \sin \frac{1}{2} (b + c + a)}}$$

$$\tan \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (b - a + c) \sin \frac{1}{2} (b + a - c)}{\sin \frac{1}{2} (a + c - b) \sin \frac{1}{2} (a + c + b)}}$$

$$\tan \frac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (c - a + b) \sin \frac{1}{2} (c + a - b)}{\sin \frac{1}{2} (a + b - c) \sin \frac{1}{2} (a + b + c)}}$$

COROLL. 5.

40. Ces formules sont fort commodes pour faire le calcul par le moyen des logarithmes. Or ayant trouvé un des angles comme A, on trouvera les deux autres plus facilement; par la première propriété

on aura : $\sin B = \frac{\sin b \sin A}{\sin a}$ & $\sin C = \frac{\sin c \sin A}{\sin a}$, pourvu

qu'on sache si ces angles sont plus grands ou plus petits qu'un angle droit : mais en se servant des formules trouvées cette ambiguïté évanouît, puisqu'on trouve les moitiés des angles, qui sont toujours plus petites qu'un angle droit.

COROLL. 6.

41. Les tangentes des demi-angles fournissent encore des formules remarquables, car multipliant deux ensemble on aura :

H h 3

tang



$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} A \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{\sin \frac{1}{2} (a+b-c)}{\sin \frac{1}{2} (a+b+c)},$$

& puisque $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{1}{2} (p+q) \cos \frac{1}{2} (p-q)$
 & $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{1}{2} (p-q) \cos \frac{1}{2} (p+q)$

on obtiendra : $x + \operatorname{tang} \frac{1}{2} A \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{2 \sin \frac{1}{2} (a+b) \cos \frac{1}{2} c}{\sin \frac{1}{2} (a+b+c)}$
 & $x - \operatorname{tang} \frac{1}{2} A \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{2 \sin \frac{1}{2} c \cos \frac{1}{2} (a+b)}{\sin \frac{1}{2} (a+b+c)}.$

COROLL. 7.

42. De même en ajoutant ou soustrayant deux de ces tangentes, on aura :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} A \pm \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{(\sin \frac{1}{2} (a+c-b) \pm \sin \frac{1}{2} (b+c-a)) \sqrt{\sin \frac{1}{2} (a+b-c)}}{\sqrt{\sin \frac{1}{2} (b+c-a)} \sin \frac{1}{2} (a+c-b) \sin \frac{1}{2} (a+b+c)}$$

ou $\operatorname{tang} \frac{1}{2} A \pm \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{\sin \frac{1}{2} (a+c-b) \pm \sin \frac{1}{2} (b+c-a)}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} C \sin \frac{1}{2} (a+b+c)},$

si l'on introduit la valeur de la tangente de $\frac{1}{2} C$. Donc, en employant la réduction enseignée auparavant, nous aurons ces deux équations :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} A + \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{2 \sin \frac{1}{2} c \cos \frac{1}{2} (a-b)}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} C \sin \frac{1}{2} (a+b+c)}$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} A - \operatorname{tang} \frac{1}{2} B = \frac{2 \sin \frac{1}{2} (a-b) \cos \frac{1}{2} c}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} C \sin \frac{1}{2} (a+b+c)},$$

COROLL. 8.

43. Or, puisque $\operatorname{tang} \frac{1}{2} (A+B) = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} A + \operatorname{tang} \frac{1}{2} B}{1 - \operatorname{tang} \frac{1}{2} A \operatorname{tang} \frac{1}{2} B};$
 nous trouverons par les formules des deux corollaires précédens :

tang



$$\text{tang } \frac{1}{2} (A+B) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2} (a-b)}{\text{tang } \frac{1}{2} C. \text{cof } \frac{1}{2} (a+b)} \quad \& \text{ de même}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (A+C) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2} (a-c)}{\text{tang } \frac{1}{2} B. \text{cof } \frac{1}{2} (a+c)}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (B+C) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2} (b-c)}{\text{tang } \frac{1}{2} A. \text{cof } \frac{1}{2} (b+c)}$$

COROLL. 9.

44. De même, puisque $\text{tang } \frac{1}{2} (A-B) = \frac{\text{tang } \frac{1}{2} A - \text{tang } \frac{1}{2} B}{1 + \text{tang } \frac{1}{2} A. \text{tang } \frac{1}{2} B}$;

Nous aurons :

$$\text{tang } \frac{1}{2} (A-B) = \frac{\sin \frac{1}{2} (a-b)}{\text{tang } \frac{1}{2} C. \sin \frac{1}{2} (a+b)} \quad \& \text{ de même}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (A-C) = \frac{\sin \frac{1}{2} (a-c)}{\text{tang } \frac{1}{2} B. \sin \frac{1}{2} (a+c)}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (B-C) = \frac{\sin \frac{1}{2} (b-c)}{\text{tang } \frac{1}{2} A. \sin \frac{1}{2} (b+c)}$$

PROBLEME VII.

45. Dans un triangle sphérique étant donnés les trois angles, Fig. 4.
trouver les trois côtés.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle sphérique, duquel soient donnés les trois angles A, B, C ; & qu'il faille chercher les trois côtés

$$AB = c ; AC = b \quad \& \quad BC = a.$$

Or la propriété II. du §. 30. nous fournira les cosinus de ces côtés exprimés de la manière suivante :

cof



$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B \cdot \cos C}{\sin B \cdot \sin C}$$

$$\cos b = \frac{\cos B + \cos A \cdot \cos C}{\sin A \cdot \sin C}$$

$$\cos c = \frac{\cos C + \cos A \cdot \cos B}{\sin A \cdot \sin B}.$$

COROLL. 1.

46. De là nous tirerons d'abord les formules suivantes :

$$1 - \cos a = - \frac{\cos A - \cos(B+C)}{\sin B \cdot \sin C}$$

$$1 - \cos a = \frac{\cos A + \cos(B-C)}{\sin B \cdot \sin C}$$

Or, puisqu'il est en général $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q)$ nous aurons :

$$1 - \cos a = - \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B \cdot \sin C}$$

$$1 + \cos a = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A-B+C)}{\sin B \cdot \sin C}.$$

COROLL. 2.

47. Donc, puisque $1 - \cos a = 2 (\sin \frac{1}{2}a)^2$ & $1 + \cos a = 2 (\cos \frac{1}{2}a)^2$, nous obtiendrons les formules suivantes :

$$\sin \frac{1}{2}a = \sqrt{- \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B \cdot \sin C}}$$

$$\sin \frac{1}{2}b = \sqrt{- \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+C-B)}{\sin A \cdot \sin C}}$$

$$\sin \frac{1}{2}c = \sqrt{- \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+B-C)}{\sin A \cdot \sin B}}$$

où



où il faut remarquer, puisque la somme des angles $A+B+C$ est toujours plus grande que deux droits, la demi-somme est plus grande qu'un angle droit, & partant son cosinus négatif.

COROLL. 3.

48. Pour les cosinus des demi-côtés on aura :

$$\cos \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (A+B-C) \cos \frac{1}{2} (A-B+C)}{\sin B. \sin C}}$$

$$\cos \frac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (B+A-C) \cos \frac{1}{2} (B-A+C)}{\sin A. \sin C}}$$

$$\cos \frac{1}{2} c = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (C+A-B) \cos \frac{1}{2} (C-A+B)}{\sin A. \sin B}}$$

& ces formules facilitent l'usage des logarithmes.

COROLL. 4.

49. Des sinus & cosinus des demi-côtés on tirera aisément leurs tangentes ; qui seront :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (A+B+C) \cos \frac{1}{2} (B+C-A)}{\cos \frac{1}{2} (A+B-C) \cos \frac{1}{2} (A-B+C)}}$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (A+B+C) \cos \frac{1}{2} (A+C-B)}{\cos \frac{1}{2} (B+A-C) \cos \frac{1}{2} (B-A+C)}}$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2} (A+B+C) \cos \frac{1}{2} (A+B-C)}{\cos \frac{1}{2} (C+A-B) \cos \frac{1}{2} (C-A+B)}}$$

où l'on pourra aussi aisément se servir du calcul des logarithmes.

COROLL. 5.

50. En multipliant deux de ces tangentes ensemble, on en tirera

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a. \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{\cos \frac{1}{2} (A+B+C)}{\cos \frac{1}{2} (A+B-C)}$$



Or de là on dérivera les deux formules suivantes :

$$1 - \operatorname{tang} \frac{1}{2} a \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{2 \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B) \operatorname{cof} \frac{1}{2} C}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}$$

$$1 + \operatorname{tang} \frac{1}{2} a \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{2 \sin \frac{1}{2} C \sin \frac{1}{2} (A+B)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}.$$

COROLL. 6.

51. Et si nous ajoutons, ou soustrayons, deux des formules ensemble, nous obtiendrons :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a \pm \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{(\operatorname{cof} \frac{1}{2} (B+C-A) \pm \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+C-B)) \sqrt{-\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B+C)}}{\sqrt{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)} \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+C-B) \operatorname{cof} \frac{1}{2} (B+C-A)}$$

Or ayant $\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \sqrt{-\frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B+C) \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (C+A-B) \operatorname{cof} \frac{1}{2} (C-A+B)}}$, on aura

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a \pm \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{(\operatorname{cof} \frac{1}{2} (B+C-A) \pm \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+C-B)) \operatorname{tang} \frac{1}{2} c}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}.$$

COROLL. 7.

52. De là on trouvera par les réductions enseignées :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a + \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{2 \operatorname{cof} \frac{1}{2} C \operatorname{cof} \frac{1}{2} (A-B) \operatorname{tang} \frac{1}{2} c}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}, \quad \&$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} a - \operatorname{tang} \frac{1}{2} b = \frac{2 \sin \frac{1}{2} (A-B) \sin \frac{1}{2} C \operatorname{tang} \frac{1}{2} c}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B-C)}.$$

COROLL. 8.

53. Nous trouverons donc comme cy-dessus :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (a+b) = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A-B)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B)} \operatorname{tang} \frac{1}{2} c$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (a+c) = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A-C)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+C)} \operatorname{tang} \frac{1}{2} b$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (b+c) = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (B-C)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (B+C)} \operatorname{tang} \frac{1}{2} a.$$

co



COROLL. 9.

54. De même les tangentes des demi différences des côtés seront :

$$\text{tang } \frac{1}{2} (a - b) = \frac{\sin \frac{1}{2} (A - B)}{\sin \frac{1}{2} (A + B)} \text{ tang } \frac{1}{2} c$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (a - c) = \frac{\sin \frac{1}{2} (A - C)}{\sin \frac{1}{2} (A + C)} \text{ tang } \frac{1}{2} b$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} (b - c) = \frac{\sin \frac{1}{2} (B - C)}{\sin \frac{1}{2} (B + C)} \text{ tang } \frac{1}{2} a.$$

L'usage de ces formules fera d'une grande importance dans les problèmes suivans.

PROBLEME VIII.

55. Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec l'angle compris entr'eux, trouver le troisième côté & les deux autres angles. Fig. 4

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, auquel soient donnés les deux côtés $AB = c$ $AC = b$ avec l'angle A compris entr'eux : & qu'il faille chercher le côté $BC = a$, & les angles B & C.

La troisième formule de la troisième propriété donne d'abord

$$\cos a = \cos A \sin b \cdot \sin c + \cos b \cdot \cos c,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété fournit l'angle B,

$$\text{tang } B = \frac{\sin A \text{ tang } b}{\sin c - \text{tang } b \cdot \cos c \cdot \cos A}$$

d'où l'on tire par analogie :

$$\text{tang } C = \frac{\sin A \text{ tang } c}{\sin b - \text{tang } c \cdot \cos b \cdot \cos A}.$$

Or les expressions pour les cotangentes seront plus commodes, de sorte qu'on aura pour la solution les formules suivantes :

II 2

cos



$$\cos a = \cos A \sin b \cdot \sin c + \cos b \cdot \cos c$$

$$\cot B = \frac{\sin c \cot b - \cos c \cos A}{\sin A}$$

$$\cot C = \frac{\sin b \cot c - \cos b \cdot \cos A}{\sin A}.$$

COROLL. 1.

56. Puisque $\cos b \cdot \cos c = \frac{1}{2} \cos(b-c) + \frac{1}{2} \cos(b+c)$ & $\sin b \sin c = \frac{1}{2} \cos(b-c) - \frac{1}{2} \cos(b+c)$, le cosinus du côté a pourra être exprimé par l'addition & subtraction des simples cosinus de cette maniere :

$$\cos a = \frac{1}{4} \cos(A-b+c) + \frac{1}{4} \cos(A+b-c) - \frac{1}{4} \cos(A-b-c) - \frac{1}{4} \cos(A+b+c) + \frac{1}{2} \cos(b-c) + \frac{1}{2} \cos(b+c).$$

COROLL. 2.

57. Mais si l'on veut se servir des logarithmes, cette formule est moins commode. Cependant on y pourra appliquer les logarithmes en y introduisant un nouveau angle u , posant

$$\tan u = \frac{\cos A \sin b}{\cos b}, \quad \text{ou bien soit} \quad \tan u = \cos A \tan b;$$

& ayant trouvé cet angle u on aura :

$$\cos a = \tan u \cos b \sin c + \cos b \cos c = \frac{\cos b \cos(c-u)}{\cos u},$$

d'où l'on trouvera aisément le côté a par le moyen des logarithmes.

COROLL. 3.

58. La même introduction de l'angle u , de sorte que $\tan u = \cos A \tan b$, rend aussi les autres formules propres à y appliquer les logarithmes ; car on aura :

$$\tan B = \frac{\sin A \tan b}{\sin c - \tan u \cos c} = \frac{\sin A \tan b \cos u}{\sin(c-u)} = \frac{\tan A \sin u}{\sin(c-u)}.$$

Pour l'autre angle C on le trouvera par la règle $\sin C = \frac{\sin A \cdot \sin c}{\sin a}.$

COROLL. 4.

59. Mais la plus commode recherche des angles B & C se tirera des formules données dans les §§. 43. & 44. d'où l'on aura :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (B + C) = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (b - c)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (b + c)} \cot \frac{1}{2} A$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (B - C) = \frac{\sin \frac{1}{2} (b - c)}{\sin \frac{1}{2} (b + c)} \cot \frac{1}{2} A.$$

Car ayant la moitié de leur somme avec la moitié de leur différence, on aura chacun à part, & de là on pourra ensuite conclure le côté a ,

par la règle $\sin a = \frac{\sin b}{\sin B} \sin A = \frac{\sin c}{\sin C} \sin A.$

PROBLEME IX.

60. Dans un triangle sphérique étant donnés deux angles avec le côté Fig. 4. compris entr'eux, trouver le troisième angle avec les deux côtés.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, dans lequel soient donnés les deux angles A & B avec le côté AB = c compris entr'eux, & qu'il faille chercher le troisième angle C avec les deux autres côtés AC = b & BC = a .

Or la première formule de la seconde propriété (30) donne d'abord

$$\operatorname{cof} C = \operatorname{cof} c \sin A. \sin B - \operatorname{cof} A. \operatorname{cof} B,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété donne :

$$\operatorname{tang} b = \frac{\sin c \operatorname{tang} B}{\sin A + \operatorname{cof} c. \operatorname{cof} A. \operatorname{tang} B}, \quad \& \text{ par analogie}$$

$$\operatorname{tang} a = \frac{\sin c \operatorname{tang} A}{\sin B + \operatorname{cof} c. \operatorname{cof} B. \operatorname{tang} A}.$$

D'où prenant les cotangentes on aura la solution suivante,

$$\operatorname{cof} C = \operatorname{cof} c. \sin A. \sin B - \operatorname{cof} A. \operatorname{cof} B$$

$$\cot a = \frac{\cot A. \sin B + \operatorname{cof} c. \operatorname{cof} B}{\sin c}$$

$$\cot a = \frac{\cot B. \sin A + \operatorname{cof} c. \operatorname{cof} A}{\sin c}.$$

co.



COROLL. I.

61. Les deux côtés se trouveront plus aisément des formules des §§. 52. & 53. d'où l'on tire :

$$\text{rang } \frac{1}{2} (a+b) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2} (A-B)}{\text{cof } \frac{1}{2} (A+B)} \text{rang } \frac{1}{2} c$$

$$\text{rang } \frac{1}{2} (a-b) = \frac{\text{fin } \frac{1}{2} (A-B)}{\text{fin } \frac{1}{2} (A+B)} \text{rang } \frac{1}{2} c.$$

où il est facile de se servir des logarithmes.

COROLL. 2.

62. Après avoir trouvé les côtés a & b , on trouvera aisément l'angle C , puisqu'il est $\sin C = \frac{\sin A}{\sin a} \sin c = \frac{\sin B}{\sin b} \sin c$, où bien on pourra aussi, si l'on veut exprimer le $\text{cof } C$ par des simples cosinus en cette façon :

$$\begin{aligned} \text{cof } C &= \frac{1}{4} \text{cf}(c+A-B) + \frac{1}{4} \text{cf}(c-A+B) - \frac{1}{4} \text{cf}(c-A-B) - \frac{1}{4} \text{cf}(c+A+B) \\ &= \frac{1}{2} \text{cof}(A-B) - \frac{1}{2} \text{cof}(A+B). \end{aligned}$$

PROBLEME X.

Fig. 4. 63. Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec un angle non compris entr'eux, ou ce qui revient au même, étant donnés deux angles avec un côté non compris entr'eux, trouver les autres quantités appartenantes au triangle.

SOLUTION.

Soit ABC , le triangle dans lequel soient donnés pour le premier cas les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$ avec l'angle A , & on connoître d'abord l'angle B à cause de $\sin B = \frac{\sin A}{\sin a} \sin b$.

Pour



Pour l'autre cas soient A & B les deux angles donnés, avec le côté $BC = a$, & on aura d'abord le côté b à cause de $\sin b = \frac{\sin a}{\sin A} \sin B$.
 Et partant, dans l'un & l'autre cas on pourra regarder comme donnés tant les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$, que les deux angles A & B , qui leur sont opposés. Il s'agit donc d'en trouver le côté $AB = c$, & l'angle C .

Or la première formule de la quatrième propriété fournit :

$$\sin a \operatorname{tang} C - \sin B \operatorname{tang} c = \operatorname{cof} a \operatorname{cof} B \operatorname{tang} C \operatorname{tang} c,$$

d'où en transposant les côtés a & b avec les angles A & B , nous aurons

$$\sin b \operatorname{tang} C - \sin A \operatorname{tang} c = \operatorname{cof} b \operatorname{cof} A \operatorname{tang} C \operatorname{tang} c.$$

De ces deux équations, en éliminant tantôt $\operatorname{tang} C$ tantôt $\operatorname{tang} c$, nous

$$\text{trouverons : } \operatorname{tang} c = \frac{\sin A \sin a - \sin B \sin b}{\sin A \operatorname{cof} B \operatorname{cof} a - \operatorname{cof} A \sin B \operatorname{cof} b}$$

$$\operatorname{tang} C = \frac{\sin A \sin a - \sin B \sin b}{\operatorname{cof} B \operatorname{cof} a \sin b - \operatorname{cof} A \sin a \operatorname{cof} b},$$

auxquelles il faut ajouter cette équation $\sin A \sin b = \sin B \sin a$.

COROLL. 1.

64. Puisqu'il y a : $\sin A : \sin B = \sin a : \sin b$, nous aurons

$$\text{aussi : } \operatorname{tang} c = \frac{\sin a^2 - \sin b^2}{\operatorname{cof} B \sin a \operatorname{cof} a - \operatorname{cof} A \sin b \operatorname{cof} b}$$

$$\& \operatorname{tang} C = \frac{\sin A^2 - \sin B^2}{\sin B \operatorname{cof} B \operatorname{cof} a - \sin A \operatorname{cof} A \operatorname{cof} b}.$$

COROLL. 2.

65. Mais les §§. 43. 44. 53. & 54. nous fournissent encore des solutions plus commodes, que voilà :

tang



$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} c = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A+B)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (A-B)} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (a+b) = \frac{\sin \frac{1}{2} (A+B)}{\sin \frac{1}{2} (A-B)} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (a+b)$$

&c

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} C = \frac{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (a-b)}{\operatorname{cof} \frac{1}{2} (a+b)} \cot \frac{1}{2} (A+B) = \frac{\sin \frac{1}{2} (a-b)}{\sin \frac{1}{2} (a+b)} \cot \frac{1}{2} (A+B)$$

auxquelles on peut aisément appliquer l'usage des logarithmes.

PROBLEME IX.

Fig. 3. 66. *Trouver l'aire d'un triangle sphérique quelconque.*

SOLUTION.

Soit EOM le triangle sphérique proposé, & qu'on nomme comme cy-dessus §. 17. le côté OE = a ; l'angle OEM = α ; l'angle EOM = y ; le côté OM = x ; & l'angle OME = ϕ . Cela posé, la figure trilineaire MOM représervera le différentiel de l'aire que nous cherchons; & puisque $mn = dx$ & $Mn = dy \sin x$

le produit $dy dx \sin x$ exprime le différentiel de MOM, d'où $MOM = dy dx \sin x = dy (1 - \operatorname{cof} x)$ & partant l'aire:
EOM = $y - \int dy \operatorname{cof} x$.

Or nous avons trouvé $dy = \frac{C dx}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$, de sorte que

$$\text{l'aire EOM} = y - \int \frac{C dx \operatorname{cof} x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}.$$

Ensuite ayant trouvé $\sin \phi = \frac{C}{\sin x}$, à cause de $C = \sin a \sin \alpha$;

& puisque $\operatorname{cof} \phi = \frac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sin x}$, nous aurons

$$d\phi \operatorname{cof} \phi = -dx \frac{\operatorname{cof} x}{\sin x^2}, \text{ donc } d\phi = -\frac{C dx \operatorname{cof} x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$$

$$\& -\int \frac{C dx \operatorname{cof} x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}} = \phi + \text{Const.}$$

Par



Par conséquent l'aire du triangle

$$\text{EOM fera} = y + \phi + \text{Const.} = a + y + \phi - \text{Const.}$$

Pour connoître cette constante, supposons $y = 0$, & puisqu'il devient alors $\phi = 180^\circ - a$, l'aire de ce triangle évanouissant sera $= 180^\circ - \text{Const.}$ & partant $\text{Const.} = 180^\circ$. Ainsi nous aurons l'aire du triangle $\text{EOM} = a + y + \phi - 180^\circ$.

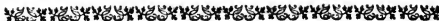
COROLL. 1.

67. Donc, pour trouver l'aire d'un triangle sphérique quelconque, on n'a qu'à prendre l'excès de la somme de ses trois angles sur deux droits, lorsque le rayon de la sphère est exprimé par 1. Or dans une sphère quelconque on prendra un arc d'un grand cercle qui soit la mesure dudit excès; & le produit de cet arc par le rayon de la sphère donnera l'aire du triangle sphérique cherché.

COROLL. 2.

68. Plus donc un triangle sphérique sera grand, plus aussi surpassera la somme de ses angles deux droits; & lorsque l'aire du triangle occupe la huitième partie de la surface de la sphère, cet excès vaudra un angle droit. Car un arc de grand cercle de 90° multiplié par le rayon donne la moitié de l'aire du grand cercle, & partant la huitième partie de la surface de la sphère. De là on tirera cette règle pour trouver l'aire de tout triangle sphérique. On dira, comme 8 angles droits ou 720° à l'excès de la somme des trois angles sur deux droits: ainsi la surface entière de la sphère à l'aire du triangle proposé.





É L É M E N S
DE LA TRIGONOMETRIE SPHEROÏDIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS
ET PLUS PETITS.
PAR M. EULER.

I.

Ayant établi les Elémens de la Trigonométrie Sphérique sur le principe des plus grands & plus petits, mon but principal étoit de fixer un tel principe général, duquel on pût tirer la résolution des triangles formés non seulement sur une surface sphérique, mais en général sur une surface quelconque. Puisque les côtés d'un triangle sphérique sont des arcs de grands cercles, qui étant les lignes les plus courtes, qu'on puisse tirer sur la surface d'une sphère d'un point à un autre; c'est sur le même pied que j'envisage les côtés d'un triangle décrit sur une surface quelconque, de sorte qu'ils soient les chemins les plus courts, qui conduisent d'un angle à un autre sur cette surface. Ainsi concevant trois points sur une surface quelconque, qu'on tire de chacun aux autres les lignes les plus courtes, & le triangle sera formé, dont il s'agit d'enseigner la résolution.

2. Or je me borne ici aux surfaces sphéroïdiques, qui sont formées par la révolution d'une ellipse autour d'un de ses axes, & je considérerai en particulier les triangles formés sur la surface de la terre par des côtés, qui sont les plus courts entre leurs termes. Car, soit qu'on forme les côtés par des cordes tendues d'un point à l'autre, ou qu'on les tire en suivant la direction des rayons de lumière, en sorte que le plan



plan qui contient deux élémens contigus quelconques, soit partout perpendiculaire à la surface de la Terre, ils représenteront le chemin le plus court d'un bout à l'autre. C'est aussi en effet la méthode qu'on suivroit dans la pratique, s'il falloit tirer la ligne la plus courte d'un point à un autre sur la surface de la terre ; & quand on parle dans la Géographie de la distance entre deux lieux, on entend toujours le plus court chemin qui conduit, de l'un à l'autre. Il faut donc bien distinguer ce plus petit chemin, de la loxodromie qu'on suit dans la navigation, & qui demande des recherches particulières.

3. Soit donc AEB la demi-ellipse, par la révolution de laquelle autour de l'axe ACB résulte le sphéroïde de la Terre ; & posons le demi-axe $CA = CB = a$; & le demi-diamètre de l'équateur $CE = e$. Or la demi-ellipse AEB représentera un méridien quelconque, & quelque point qu'on puisse concevoir sur la surface de la terre, pour en connoître la situation, il faut considérer le méridien qui passe par ce point, qui soit M : & alors on aura trois choses à déterminer. 1°. La distance de ce point M à l'axe, ou la perpendiculaire MQ. 2°. Sa distance au plan de l'équateur mesurée par la perpendiculaire MP égale à CQ : & 3°. La latitude ou l'élévation du pôle observée dans cet endroit. On voit bien que connoissant une de ces trois choses, il est aisé de déterminer les deux autres par les propriétés de l'ellipse. Ensuite il conviendra encore de chercher le rayon osculateur du méridien au point M, avec la quantité de l'arc du méridien MA, dont ce point est éloigné du pôle A.

Fig. 1.

4. Soit $CP = MQ = x$, $PM = CQ = y$, & on aura :

$$y = \frac{a}{e} V(ee - xx) \text{ donc } dy = -\frac{ax dx}{eV(ee - xx)}.$$

Qu'on tire maintenant la droite MN perpendiculaire au méridien, laquelle marquant la direction de la gravité, l'angle ENM mesurera la latitude, ou l'élévation du pôle à l'endroit M. Posons donc cet



angle $ENM = \phi$, qui est ordinairement le premier élément qu'on connoisse : & ayant la sous - normale $PN = -\frac{ydy}{dx} = \frac{aa}{ee} x$,

nous en tirons : $\text{tang } \phi = \frac{PM}{PN} = \frac{eV(ee - xx)}{ax}$, & partant :

$$CP = x = \frac{ee \cos \phi}{V(aa \sin^2 \phi + ee \cos^2 \phi)}, \text{ \& } PM = y = \frac{aa \sin \phi}{V(aa \sin^2 \phi + ee \cos^2 \phi)}.$$

D'où connoissant la latitude d'un endroit M, on en déterminera aisément sa distance tant de l'axe de la Terre, que du plan de l'équateur. De là on pourra aussi assigner la distance de ce point M au centre de

la Terre C, ou la droite $CM = V \frac{a^4 \sin^2 \phi + e^4 \cos^2 \phi}{aa \sin^2 \phi + ee \cos^2 \phi}$, & l'angle CMN, que cette droite fait avec la direction de la gravité MN,

car on trouve :

$$\text{tg CMN} = \frac{(ee - aa) \sin \phi \cos \phi}{aa \sin^2 \phi + ee \cos^2 \phi}, \text{ \& } \sin \text{CMN} = \frac{(ee - aa) \sin \phi \cos \phi}{V(a^4 \sin^2 \phi + e^4 \cos^2 \phi)}.$$

5. Cherchons aussi le rayon osculateur MO, dont l'expres-

sion posant $\frac{dy}{dx} = p$, est $MO = -\frac{dx(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}$. Or ayant

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{aax}{eey}, \text{ on aura } p = -\frac{\cos \phi}{\sin \phi}, \text{ \& } dp = \frac{d\phi}{\sin^2 \phi},$$

$$\text{\& de plus } V(1 + pp) = \frac{1}{\sin \phi}, \text{ donc } (1 + pp)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sin^3 \phi},$$

$$\text{\& partant } \frac{(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{dp} = \frac{1}{d\phi \sin \phi}.$$

Mais



Mais à cause de $x = \frac{ee \cos \Phi}{\sqrt{(aa \sin^2 \Phi + ee \cos^2 \Phi)}}$, nous aurons :

$$dx = - \frac{aaee d\Phi \sin \Phi}{(aa \sin^2 \Phi + ee \cos^2 \Phi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par conséquent le rayon osculateur sera

$$MO = \frac{aaee}{(aa \sin^2 \Phi + ee \cos^2 \Phi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Donc, si nous prenons sur le même méridien un point infiniment proche m , dont la latitude soit $= \Phi + d\Phi$, l'élément Mm sera un arc de cercle décrit du rayon MO , dont la longueur est

$$Mm = \frac{aaee d\Phi}{(aa \sin^2 \Phi + ee \cos^2 \Phi)^{\frac{3}{2}}}.$$

6. L'intégrale de cette formule donnera la longueur de l'arc elliptique EM , & pour en trouver la valeur approchée on n'a qu'à mettre $\sin^2 \Phi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\Phi$ & $\cos^2 \Phi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\Phi$, pour

avoir
$$Mm = \frac{aaee d\Phi}{[\frac{1}{2}(aa+ee) + \frac{1}{2}(ee-aa)\cos 2\Phi]^{\frac{3}{2}}}.$$

Car, puisque $ee-aa$ est extrêmement petit par rapport à $aa+ee$

en posant $\frac{ee-aa}{ee+aa} = \delta$, notre formule se change en

$$Mm = \frac{2aaee d\Phi \sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} (1 + \delta \cos 2\Phi)^{-\frac{3}{2}},$$

dont l'intégrale à cause de

$$(1 + \delta \cos 2\Phi)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\delta\delta - \frac{1}{2}\delta\cos 2\Phi + \frac{1}{8}\delta\delta\cos 4\Phi, \text{ fera}$$

K k 3

EM



$$EM = \frac{2aaeeV2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \left[\left(1 + \frac{1}{2}\delta\delta\right)\Phi - \frac{1}{2}\delta\sin 2\Phi + \frac{1}{8}\delta\delta\sin 4\Phi \right]$$

expression qui satisfait très à peu près, & on pourroit même encore rejeter les termes affectés par le quarré de δ .

7. On peut aussi se servir de la formule différentielle pour déterminer la grandeur de chaque degré du méridien: on n'aura qu'à donner à $d\Phi$ la valeur d'un degré, ou la 180^{me} partie de 3,14159265, qui est la longueur de l'arc de 180° le rayon étant posé = 1. On mettra donc $d\Phi = 0,017453292$, & Φ marquera la latitude au milieu de ce degré. Alors la grandeur de ce degré

$$\text{fera} = \frac{2aaeed\Phi V2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \left(1 - \frac{1}{2}\delta\cos 2\Phi\right)$$

en négligeant les quarrés de δ , & cette formule suffit pour déterminer à chaque élévation du pôle la grandeur d'un degré du Méridien. De là on pourra donc aussi réciproquement déterminer la grandeur des deux demi-diamètres de la Terre par la mesure actuelle de quelques degrés, en supposant que la figure de la Terre soit un sphéroïde elliptique. Deux degrés mesurés seroient suffisans pour cet effet, si la mesure étoit exacte au dernier point: mais, puisqu'une erreur d'une seconde en produit une de 16 toises environ dans la grandeur du degré; il sera bon d'y employer plusieurs degrés mesurés en ayant à chacun une petite erreur de 32 toises au moins, pour mettre en suite d'accord les conclusions.

8. Posons pour abrégé $\frac{2aaeed\Phi V2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = A$, puisque cette

quantité est la même pour tous les degrés; & les mesures d'un degré faites au Perou, au Cap, en France & en Laponie nous fourniront les quatre équations suivantes.

A (1



$$A(1 - \frac{1}{2} \delta \cos 1^\circ) = 56753 + p \text{ Toises}$$

$$A(1 - \frac{1}{2} \delta \cos 66^\circ, 36') = 57037 + q \text{ Toises}$$

$$A(1 - \frac{1}{2} \delta \cos 98^\circ, 46') = 57074 + r \text{ Toises}$$

$$A(1 - \frac{1}{2} \delta \cos 132^\circ, 40') = 57438 + s \text{ Toises.}$$

en marquant par p, q, r, s les erreurs, qui peuvent s'être glissées dans ces mesures; lesquelles peuvent être ou positives ou négatives; & on les supposera aussi petites qu'il est possible, puisqu'on y a apporté tant de soins, que les erreurs ne sauroient surpasser quelques secondes, à l'exception de la troisième, dont l'erreur r pourroit bien être plus grande que 32 toises.

9. Si nous substituons les valeurs de ces cosinus, nous aurons les quatre équations suivantes :

$$\text{I. } A(1 - 1,4997715 \delta) = 56753 + p$$

$$\text{II. } A(1 - 0,5957219 \delta) = 57037 + q$$

$$\text{III. } A(1 + 0,2286163 \delta) = 57074 + r$$

$$\text{IV. } A(1 + 1,0165980 \delta) = 57438 + s.$$

Otons la première de chacune des autres pour avoir ces trois équations :

$$0,9040496 \delta A = 284 + q - p$$

$$1,7283878 \delta A = 321 + r - p$$

$$2,5163696 \delta A = 685 + s - p$$

& divisant par la première les deux autres on aura

$$\frac{321 + r - p}{284 + q - p} = \frac{65}{34} \quad \& \quad \frac{685 + s - p}{284 + q - p} = \frac{437}{157}$$

d'où il s'enfuit :

$$31p - 65q + 34r = 7546 \quad \& \quad 280p - 437q + 157s = 16563.$$

10. Si



10. Si nous éliminons p de ces deux équations il en résultera

$$-150q + 307r - 157s = 51594$$

d'où nous voyons que les erreurs de la mesure au Cap & en Laponie doivent être supposées négatives, tandis que celle de France est positive. Si l'on vouloit supposer ces trois erreurs égales, chacune deviendrait de 84 toises, qui seroit trop exorbitante, pour qu'on la pût concilier avec l'extrême exactitude, dont la seconde & quatrième de ces opérations ont été faites. Mais on ne sauroit plus douter, qu'il ne se soit glissé une erreur assez considérable dans la détermination du degré en France, & qui pourroit bien monter à 100 toises & au delà ; & si nous voulions supposer entièrement justes les mesures du Cap & de de Laponie, ou $q = 0$ & $s = 0$, nous trouverions l'erreur du degré en France $r = 168$ toises ; ou on se seroit trompé de 10'' dans les Observations celestes. Or, si nous supposions $r = 100$ toises & $s = q$, on trouveroit $q = s = -68$ toises ; or on ne sauroit admettre une erreur si grande. Posons donc $r = 120$, & on aura $q = s = -48$ toises ; qu'on sauroit à peine admettre : mais posant $r = 125$ on obtiendra $q = s = -43$ toises.

11. Puisqu'il faut donc absolument reconnoître des erreurs dans ces mesures de degrés ; & la plus grande dans celle du degré de France, qu'on ne sauroit supposer audessous de 125 Toises, posons $r = 125$, & nous aurons :

$$-150q - 157s = 13219, \text{ donc à peu près } q + s = -86 \text{ Toises.}$$

Avant que de décider séparément sur l'une & l'autre des erreurs q & s , considérons, quelle en résulte pour p , de cette égalité :

$$31p - 65q = 3296, \text{ ou } p = 106 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{5} q.$$

Si l'on suppose que $p = 0$, on trouve $q = -51$ & partant $s = -35$, mais si l'on suppose $p = 15$, on trouve $q = -43 \frac{1}{2}$ & partant $s = -42 \frac{1}{2}$: d'où l'on voit que si nous voulions supposer l'erreur du degré du Pérou plus grande, nous serions obligés d'attribuer à celui de Laponie une

une

une plus grande. Donc, à moins que la figure de la Terre ne diffère considérablement d'un sphéroïde elliptique, il semble qu'on doive admettre les erreurs suivantes :

$$p = 15 \text{ toises}; q = -43 \text{ toises}; r = +125 \text{ toises} \text{ \& } s = -43 \text{ toises.}$$

12. Cela posé, les véritables grandeurs de nos quatre degrés seront :

		Latitude du milieu
Celui du Pérou	$= 56768 \text{ Toises}$	$\phi = 0^\circ, 30'$
Celui du Cap	$= 56994 \text{ Toises}$	$\phi = 33^\circ, 18'$
Celui de la France	$= 57199 \text{ Toises}$	$\phi = 49^\circ, 23'$
Celui de la Laponie	$= 57395 \text{ Toises}$	$\phi = 66^\circ, 20'$

& ayant fait ces corrections, la figure de la Terre deviendra réductible à une sphéroïde elliptique, qu'on pourra déterminer par deux quelconques de ces quatre degrés mesurés. Choisissons donc le premier & le dernier, qui donnent :

$$A(1 - 1,4997715\delta) = 56768 \text{ Toises}$$

$$A(1 + 1,0165890\delta) = 57395 \text{ Toises,}$$

$$\text{d'où l'on tire : } \frac{1 + 1,0165890\delta}{1 - 1,4997715\delta} = \frac{57395}{56768} \text{ \& partant}$$

$$143789\delta = 627 \text{ donc } \delta = 0,00436055 = \frac{ee - aa}{ee + aa}.$$

Ensuite

$$\frac{ee}{aa} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta} = 1 + 2\delta + 2\delta\delta = 1,0087593 \text{ \& } \frac{e}{a} = 1,00437.$$

Donc le diamètre de l'équateur fera à l'axe de la Terre comme 230 à 229, ce qui est précisément le rapport que *Newton* a établi; d'où l'on peut conclure que les hypothèses, que ce grand Géomètre a faites sur la structure & l'attraction de la Terre, sont d'accord avec la vérité.



13. Ayant trouvé la valeur de δ , nous en tirerons d'abord

$$A = 57142 = \frac{2aee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,01745329$$

$$\text{donc } \frac{aee}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = 1157526 \text{ Toises.}$$

Or posons $\frac{e}{a} = \tan \omega$, de sorte que $\omega = 45^{\circ}, 7', 30''$ &

nous aurons : $a \sin \omega^2 \cos \omega = 1157526$, d'où nous tirons :

le demi-axe de la Terre $a = 3266892$ Toises

le demi-diametre de l'équateur $e = 3281168$ Toises.

Or *Newton*, quoiqu'il ait établi le même rapport entre l'axe & le diamètre de l'équateur, donne au demi-axe 3262166 toises, & au demi-diametre de l'équateur 3276433 toises. La raison de cette difference est, que j'ai supposé ici le degré mesuré en France plus grand que *Newton*. Maintenant ayant découvert la véritable grandeur de l'axe & du diamètre de la terre, on pourra à chaque élévation du pôle déterminer la grandeur du degré du méridien. Car, posant ϕ pour la latitude au milieu du degré, la grandeur de ce degré sera

$$= 57142 (1 - 0,00654082 \cos 2\phi)$$

14. Je remarque ici encore, que si l'on omettoit entièrement le degré de France, les trois autres seroient admirablement bien d'accord entr'eux : on n'auroit qu'à supposer à chacun une erreur de 19 toises, dont les degrés du Pérou & de Laponie devroient être augmentés, ou celui du Cap diminué. De là résulteroit une plus grande difference entre l'axe & le diamètre de l'Equateur, tout comme on a déjà remarqué avant que les mesures au Cap aient été connues. Mais alors, supposant $p = 19$, $q = -19$ & $s = 19$ on trouveroit $r = 169$ toises, dont le degré de France devoit être augmenté; dans ce cas la

cor-



correction à faire sur le degré de Laponie devoit être positive, au lieu que je l'ai supposée négative cy-devant; ce qui est une marque bien feure de la justesse de cette mesure. Or, soit qu'on rejette la mesure du degré de France ou non, il faut toujours supposer γ négatif, d'où l'on doit conclure, que le degré mesuré au Cap est marqué trop grand. On voit aussi que la mesure faite à Quito est très juste, & qu'on ne lui sauroit supposer une erreur plus grande que de 20 toises, de quelque maniere qu'on se prenne pour mettre d'accord ces quatre mesures. Pour le degré mesuré en Laponie, il faut aussi remarquer qu'on y a negligé la réfraction des étoiles près du zenith, dont on a tenu compte dans les autres mesures. Or, si l'on y apporte cette petite correction, on trouve que le degré de Laponie se réduit de 57438 à 57422 toises; ce qui s'approche d'avantage de la correction précédente, où j'ai supposé ce degré de 57395 toises; & l'erreur ne seroit que de 27 toises, au lieu de 43.

15. Cependant je ne détermine rien de précis sur la figure de la terre, puisqu'on a encore lieu de douter, si on la peut regarder comme un sphéroïde elliptique parfait, dont les deux moitiés de part & d'autre de l'équateur soient égales & semblables: quoique, quelque autre hypothèse qu'on fasse, on soit obligé de reconnoître quelques petites erreurs dans les Observations, & surtout dans celle de France. Mes recherches rouleront sur la surface d'un sphéroïde elliptique parfait en général, dont le demi-axe soit $= a$, & le demi-diametre de l'équateur $= c$, entre lesquels je supposerai la difference fort petite. Or, pour abrégér les formules trouvées cy-dessus, je poserai:

$$\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta \quad \& \quad \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa + ee)^{\frac{3}{2}}} = c$$

où il suffit de remarquer, que si l'on en veut faire l'application à la Terre, les valeurs de ces deux lettres seront assez exactement.

$$\delta = 0,00436055 \quad \& \quad c = 3273980 \text{ toises.}$$

Ll 2

Alors



Alors ce que j'ai trouvé se réduit à

$$Mm = \frac{c \delta \Phi}{(1 + \delta \cos 2\Phi)^{\frac{1}{2}}} \text{ \& en intégrant par approximation.}$$

$$EM = c \left(\left(1 + \frac{15}{16} \delta \delta\right) \Phi - \frac{3}{4} \delta \sin 2\Phi + \frac{15}{64} \delta \delta \sin 4\Phi \right).$$

XVI. Je regarde ici comme connue la latitude du point M, ou l'angle ENM, que je nomme Φ : & de là on trouve le plus aisément la longueur de l'arc EM : d'où l'on voit que posant $\Phi = 90^\circ$, ou $\Phi = \frac{1}{2} \pi$, posant π pour le nombre 3,14159265 &c. le quart de l'ellipse fera $EMA = \frac{1}{2} \pi \left(1 + \frac{1}{8} \delta \delta\right) c$. Ensuite en employant ces abbréviations on aura le rayon osculateur du Méridien au point M

$$\text{ou } MO = \frac{c}{(1 + \delta \cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}}. \text{ Par la même latitude du point M}$$

Φ , on connoitra aussi d'abord la distance $MQ = CP$ à l'axe, ayant

$$\frac{CP^3}{MO} = \frac{e^4}{aa} \cos \Phi^3, \text{ \& partant } CP = \frac{\cos \Phi}{V(1 + \delta \cos 2\Phi)} \sqrt[3]{\frac{ce^4}{aa}} =$$

$$\frac{eeV2}{V(aa + ee)} \cdot \frac{\cos \Phi}{V(1 + \delta \cos 2\Phi)}, \text{ \& de même } PM = CQ =$$

$$\frac{aaV2}{V(aa + ee)} \cdot \frac{\sin \Phi}{V(1 + \delta \cos 2\Phi)}. \text{ Or pour la Terre nous venons}$$

$$\text{de trouver } \frac{e}{a} = \frac{230}{229}; \text{ \& } a = 3266892 \text{ toises \& } e = 3281168$$

$$\text{toises. Ou, en employant les seules lettres } \delta \text{ \& } c, \text{ on a } a = \frac{c}{(1 + \delta)V(1 - \delta)};$$

$$e = \frac{c}{(1 - \delta)V(1 + \delta)}, \text{ donc } CP = MQ = \frac{c}{1 - \delta} \cdot \frac{\cos \Phi}{V(1 + \delta \cos 2\Phi)}$$

$$\text{\& } PM = CQ = \frac{c}{1 + \delta} \cdot \frac{\sin \Phi}{V(1 + \delta \cos 2\Phi)}. \quad \text{PRO.}$$



PROBLEME I.

17. *Ayant observé l'élevation du pôle en deux lieux M & M' situés sous le même méridien, déterminer la grandeur de l'arc du méridien MM' compris entre ces deux lieux.*

SOLUTION.

Soit Φ l'élevation du pôle en M, & ψ en M': & puisque des deux lieux sont situés sous le même méridien, il est évident que l'arc du méridien MM' compris entr'eux est le chemin le plus court, qui mène d'un lieu à l'autre. Donc, introduisant les lettres c & δ , qui déterminent l'espece & la grandeur du Sphéroïde elliptique, la grandeur de l'arc MM' sera exprimée en sorte

$$MM' = c \left(\left(1 + \frac{1}{2} \delta \delta \right) (\psi - \Phi) - \frac{3}{2} \delta (\sin 2\psi - \sin 2\Phi) + \frac{1}{8} \delta \delta (\sin 4\psi - \sin 4\Phi) \right)$$

en négligeant les termes affectés par le cube & les plus hautes puissances de δ . Mais en tout cas il seroit aisé de pousser l'approximation plus loin, & même à l'infini. On pourra aussi assigner la situation de chaque endroit par rapport à l'axe & à l'équateur, & cela exactement sans approximation; car on aura

$$CQ = \frac{c \sin \Phi}{(1+\delta) \sqrt{(1+\delta \cos 2\Phi)}}; \quad QM = \frac{c \cos \Phi}{(1-\delta) \sqrt{(1+\delta \cos 2\Phi)}}$$

$$CQ' = \frac{c \sin \psi}{(1+\delta) \sqrt{(1+\delta \cos 2\psi)}}; \quad Q'M' = \frac{c \cos \psi}{(1-\delta) \sqrt{(1+\delta \cos 2\psi)}}$$

& outre cela les rayons osculateurs seront

$$\text{en M} = \frac{c}{(1+\delta \cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}} \quad \& \quad \text{en M'} = \frac{c}{(1+\delta \cos 2\psi)^{\frac{3}{2}}}$$

& ces déterminations renferment tout ce qu'on peut demander par rapport à ces deux lieux.



S C H O L I E.

18. Je me propose de considérer deux points quelconques sur la surface de la Terre, en cherchant tant leur distance entr'eux, que leur situation par rapport au Méridien. Or le cas le plus simple est, lorsque ces deux points sont situés sous le même Méridien, par lequel j'ai commencé mes recherches, puisqu'il est évident que l'arc du Méridien compris entre ces deux points est en même tems le chemin le plus court, qui conduit de l'un à l'autre. Mais, lorsque les deux points ne sont pas au même Méridien, il faut employer la méthode des plus grands & plus petits pour déterminer le chemin le plus court entr'eux : & j'entreprendrai cette recherche dans le problème suivant.

P R O B L E M E II.

Fig. 2.

19. *Connoissant la Latitude de deux lieux L & M avec leur différence en Longitude; trouver le chemin le plus court sur la surface de la Terre LM, qui mène de l'un à l'autre.*

S O L U T I O N.

Qu'on mène par l'un & l'autre de ces points L & M les Méridiens ALE & AMR, & l'angle que ces deux Méridiens forment au pôle A mesurera la différence en longitude, laquelle étant donnée posons

la différence en Longitude ou l'angle LAM = ω

la Latitude du Lieu L = λ

& la Latitude du Lieu M = ϕ

ce qui sont les trois quantités données outre la grandeur & la figure de la Terre. Soit maintenant la ligne LM le chemin le plus court entre les points L & M, & qu'on la prolonge infiniment peu en m suivant sa direction en m ; qu'on mène par ce point m le Méridien infiniment proche Amr , sur lequel on prenne $A\mu = AM$, de sorte que la Latitude



rude en μ soit la même qu'en M, savoir $= \phi$, & la Latitude en m sera $= \phi + d\phi$, donc l'élément du Méridien entre m & μ sera

$$m\mu = \frac{c d\phi}{(1 + \delta \cos 2\phi)^{\frac{3}{2}}}. \text{ De plus on aura l'angle élémentaire}$$

MA $\mu = d\omega$, qui est égal à l'angle, que les lignes perpendiculaires tirées des points M & μ à l'axe de la Terre comprendront entr'elles. Or ces lignes perpendiculaires représentées dans la première figure par

$$MQ \text{ sont } = \frac{c \cos \phi}{(1 - \delta) \sqrt{(1 + \delta \cos 2\phi)}}; \text{ d'où l'on tire l'élément}$$

$$M\mu = \frac{c d\omega \cos \phi}{(1 - \delta) \sqrt{(1 + \delta \cos 2\phi)}}; \text{ \& partant l'élément}$$

du chemin LM sera

$$Mm = c \sqrt{\left(\frac{d\phi^2}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} + \frac{d\omega^2 \cos^2 \phi}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)} \right)}$$

dont l'intégrale doit être un plus petit. Posons $d\phi = p d\omega$ pour rendre un *minimum* cette formule intégrale

$$\int d\omega \sqrt{\left(\frac{pp}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} + \frac{\cos^2 \phi}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)} \right)}$$

$$\text{Posons } \sqrt{\left(\frac{pp}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} + \frac{\cos^2 \phi}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)} \right)} = V,$$

& j'ai démontré que si le différentiel de V est exprimé en sorte $dV = M d\omega + N d\phi + P dp$, l'équation qui renferme le *minimum* est

$$\text{exprimée en sorte } 0 = N - \frac{dP}{d\omega}, \text{ ou puisque dans ce cas } M = 0,$$

cette équation se réduit à cette forme : $V - Pp = \text{Const.}$

Or



Or la différentiation de V nous donne

$$P = \frac{P}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} V \quad \text{d'où nous tirons}$$

$$V V = \frac{P P}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} = \frac{\cos \phi^2}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)} = \frac{V}{a}$$

& partant prenant les quarrés, notre équation deviendra

$$\frac{a a \cos \phi^4}{(1 - \delta)^4 (1 + \delta \cos 2\phi)^2} = \frac{P P}{(1 + \delta \cos 2\phi)^3} + \frac{\cos \phi^2}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)}$$

$$\text{donc l'élément du chemin le plus court } Mm = \frac{a c d\omega \cos \phi^2}{(1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi)}$$

Or mettant pour p la valeur $\frac{d\phi}{d\omega}$ nous aurons

$$\frac{d\omega^2 \cos \phi^2 (a a \cos \phi^2 - (1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi))}{(1 - \delta)^4 (1 + \delta \cos 2\phi)^2} = \frac{d\phi^2}{(1 + \delta \cos 2\phi)^2}$$

d'où nous tirons:

$$d\omega = \frac{(1 - \delta)^2 d\phi}{(1 + \delta \cos 2\phi)^{\frac{3}{2}} \cos \phi V(a a \cos \phi^2 - (1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi))}$$

$$\& Mm = \frac{a c d\phi \cos \phi}{(1 + \delta \cos 2\phi)^{\frac{3}{2}} V(a a \cos \phi^2 - (1 - \delta)^2 (1 + \delta \cos 2\phi))}$$

Mais, avant que d'intégrer ces formules, on en peut déjà déterminer l'angle A M m, que fait l'arc LM avec le Méridien AM, car on aura

$$\sin AMm = \frac{M\mu}{Mm} = \frac{(1 - \delta) V(1 + \delta \cos 2\phi)}{a \cos \phi}$$

D'où posant $\phi = \lambda$ on aura l'angle ALM, de sorte que

$$\sin ALM = \frac{(1 - \delta) V(1 + \delta \cos 2\lambda)}{a \cos \lambda}$$

Pofons



Posons cet angle $ALM = \zeta$, pour l'introduire dans le calcul au lieu de la constante α , & nous aurons

$$\alpha = \frac{(1-\delta) V(1+\delta \cos 2\lambda)}{\sin \zeta \cos \lambda}$$

Cette valeur étant substituée donne

$$\sin AMm = \frac{\sin \zeta \cos \lambda V(1+\delta \cos 2\phi)}{\cos \phi V(1+\delta \cos 2\lambda)} \quad \&$$

$$d\omega = \frac{(1-\delta) d\phi \sin \zeta \cos \lambda}{(1+\delta \cos 2\phi)^{\frac{1}{2}} \cos \phi V(\cos^2 \phi (1+\delta \cos 2\lambda) - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda (1+\delta \cos 2\phi))}$$

$$Mm = \frac{c d\phi \cos \phi V(1+\delta \cos 2\lambda)}{(1+\delta \cos 2\phi)^{\frac{1}{2}} V(\cos^2 \phi (1+\delta \cos 2\lambda) - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda (1+\delta \cos 2\phi))}$$

Pour intégrer ces formules, il en faut séparer les particules, qui dépendent de la petite fraction δ , & quand on néglige les termes, qui renfermeroient le quarré, ou plus hautes puissances de δ , on aura

$$d\omega =$$

$$\frac{d\phi \sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi V(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)} - \frac{\delta d\phi \sin \zeta \cos \lambda \cos \phi}{V(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)} - \frac{\delta d\phi \sin \zeta \cos^2 \zeta \cos^3 \lambda \cos \phi}{(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)^{\frac{3}{2}}}$$

dont l'intégrale se trouve comme il suit :

$$\omega = A \sin. \frac{\sin \zeta \cos \lambda \sin \phi}{\cos \phi V(1 - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)} - \delta \sin \zeta \cos \lambda A \sin. \frac{\sin \phi}{V(1 - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)} \\ - \frac{\delta \sin \zeta \cos^2 \zeta \cos^3 \lambda \sin \phi}{(1 - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda) V(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda)} + \text{Const.}$$

Où la constante se doit déterminer en sorte, que posant $\phi = \lambda$ l'angle ω , ou la différence en longitude évanouisse.



Par conséquent on aura :

$$\begin{aligned} \omega &= A \sin \frac{\sin \zeta \cos \lambda \sin \phi}{\cos \phi \sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} - A \sin \frac{\sin \zeta \sin \lambda}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \\ &\quad - \delta \sin \zeta \cos \lambda A \sin \frac{\sin \phi}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} + \delta \sin \zeta \cos \lambda A \sin \frac{\sin \lambda}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \\ &\quad - \frac{\delta \sin \zeta \cos \zeta^2 \cos \lambda^3 \sin \phi}{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2) \sqrt{(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} + \frac{\delta \sin \zeta \cos \zeta^2 \sin \lambda \cos \lambda^2}{1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2}. \end{aligned}$$

Opérons de la même manière pour trouver la longueur du chemin LM, & puisque nous aurons

M m

$$\frac{c d \phi \sin \phi}{\sqrt{(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \left(1 + \frac{3}{2} \delta + \delta \sin \zeta^2 \cos \lambda^2 - 3 \delta \cos \phi^2 - \frac{\delta \sin \zeta^2 \cos \zeta^2 \cos \lambda^4}{\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2} \right)$$

l'intégrale avec la juste constante se trouvera :

L M

$$\begin{aligned} &c(1 - \frac{1}{2} \delta \sin^2 \zeta \cos \lambda^2) A \sin \frac{\sin \phi}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} - c(1 - \frac{1}{2} \delta \sin^2 \zeta \cos \lambda^2) A \sin \frac{\sin \lambda}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \\ &\quad - \frac{1}{2} \delta c \sin \phi \sqrt{(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)} + \frac{1}{2} \delta c \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda \\ &\quad - \frac{\delta c \sin \zeta^2 \cos \zeta^2 \cos \lambda^4 \sin \phi}{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2) \sqrt{(\cos^2 \phi - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} + \frac{\delta c \sin \zeta^2 \cos \zeta^2 \sin \lambda \cos \lambda^3}{1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2} \end{aligned}$$

Ainsi connoissant les deux élévations de pôle λ & ϕ en L & M, avec l'angle $ALM = \zeta$, que fait la route LM avec le méridien en L, on pourra déterminer tant l'angle AMm , que la route fait en M avec la méridienne, que la différence en longitude, ou l'angle LAM , & la longueur de la route même LM.

COROLL. I.

20. Si nous introduisons aussi l'angle $AMm = \theta$, nous aurons

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda \sqrt{(1 + \delta \cos 2 \phi)}}{\cos \phi \sqrt{(1 + \delta \cos 2 \lambda)}}$$

&



& cette valeur a lieu en général, puisqu'aucune approximation n'est encore employée. Mais, si l'on en veut faire usage, on aura

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} \left(1 - \frac{1}{2} \delta \cos 2 \lambda + \frac{1}{2} \delta \cos 2 \phi \right) \text{ ou bien}$$

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} (1 - \delta \cos \lambda^2 + \delta \cos \phi^2)$$

COROLL. 2.

21. Pour abrégér le calcul des quantités approchées de ω & de LM, on peut chercher un angle α qui soit :

$$\alpha = A \sin \frac{\sin \zeta \cos \lambda \sin \phi}{\cos \phi \sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} = A \sin \frac{\sin \zeta \sin \lambda}{\sqrt{(1 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}}$$

& alors on obtiendra

$$\omega = \alpha - \delta \sin \zeta \cos \lambda A \sin \frac{\sin \alpha \cos \phi}{\sin \zeta} = \frac{\delta \sin \alpha \cos \zeta \cos \lambda^2 \cos \phi}{\sqrt{(\cos \phi^2 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \text{ \&}$$

$$\begin{aligned} \text{LM} = & c(1 - \frac{1}{2} \delta \sin^2 \zeta \cos \lambda^2) A \sin \frac{\sin \alpha \cos \phi}{\sin \zeta} - \frac{\delta c \sin \alpha \sin \zeta \cos \zeta \cos \lambda^3 \cos \phi}{\sqrt{(\cos \phi^2 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)}} \\ & - \frac{1}{2} \delta c \sin \phi \sqrt{(\cos \phi^2 - \sin^2 \zeta \cos \lambda^2)} + \frac{1}{2} \delta c \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda. \end{aligned}$$

COROLL. 3.

22. S'il étoit $\delta = 0$, on tireroit de ces formules toutes les règles connues de la Trigonométrie Sphérique; mais ayant déjà amplement traité ce sujet, je ne m'y arrêterai point. Cependant on remarquera que les trois élémens ζ , λ , & ϕ étant donnés, on en peut déterminer le quatrième θ sans intégration & approximation, tandis que les deux derniers ω & LM ne sçauroient être assignés sans ces subsides.

SCHOLIE.

23. Voilà donc les formules, qui renferment en général les principes de la Trigonométrie Sphéroïdique, ayant trouvé la résolu-



tion du triangle LAM. Car, quoique je suppose un de ses angles au pôle A, c'est une limitation que la nature du problème semble absolument exiger; & si aucun des trois angles ne tomboit dans l'un des pôles, il faudroit tirer par chacun des méridiens, & réduire par là le cas à la résolution de deux ou trois tels triangles, que je viens de considérer. Puisqu'une surface sphéroïdique ne s'est pas semblable par tout, pour fixer la situation d'un point quelconque, il en faut savoir son lieu par rapport aux pôles du sphéroïde, qui se détermine le plus commodément par la latitude ou l'élevation du pôle: & c'est dans cette vue, que pour les points L & M j'ai introduit dans le calcul les angles λ & ϕ , qui en marquent les latitudes. Or de là on est en état d'assigner les arcs des méridiens mêmes AL & AM, qui donnent les distances absolues de ces points au pôle A. Cependant ces distances n'influënt pas immédiatement sur la solution du problème, & il suffit de connoître les latitudes des points. Ensuite pour les côtés, ou les lignes les plus courtes qu'on peut tirer d'un point à un autre quelconque, la principale détermination, à laquelle il faut réfléchir, est l'angle qu'une telle ligne fait avec les méridiens. Par ces raisons ayant deux points quelconques L & M sur une surface sphéroïdique, pour chercher le chemin le plus court LM qui mène de l'un à l'autre, il faut d'abord avoir égard à la latitude de chacun de ces deux points, comme dans le calcul précédent l'angle λ marque celle du point L, & ϕ celle du point M. Depuis, après avoir tiré par les points L & M les méridiens AL & AM, il s'agit de savoir premièrement l'angle $LAM = \omega$, qui marque la différence en longitude des deux lieux proposés L & M, & ensuite les angles $ALM = \zeta$ & $AMM = \theta$, que la route la plus courte fait avec les méridiens en L & M. Et enfin on aura à déterminer la longueur même du chemin le plus court LM, de sorte que nous ayons en tout à considérer six élémens λ , ϕ , ζ , θ , ω , & LM, qui ont, comme dans la Trigonométrie ordinaire un tel rapport entr'eux, qu'en connoissant trois, on puisse déterminer les trois autres. Dans la solution que je viens de donner, j'ai considéré les trois élémens λ , ϕ , & ζ , comme donnés,



donnés, desquels on trouve aisément le quatrième θ , par l'équation

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda \sqrt{1 + \delta \cos 2\phi}}{\cos \phi \sqrt{1 + \delta \cos 2\lambda}}, \text{ de sorte que la solution seroit}$$

toujours la même, quelques autres trois de ces quatre élémens λ , ϕ , ζ , & θ , fussent donnés, puisque le quatrième en seroit d'abord connu. Mais il n'en est pas de même, si l'un des deux autres ω , & LM , se trouve parmi les connus; car puisque les formules, qui expriment les valeurs de ω & LM sont si compliquées, & qu'elles n'ont lieu que lorsque la fraction δ est extrêmement petite, on n'en sauroit éliminer les élémens inconnus. Cependant dans le cas où δ est extrêmement petite, on n'auroit qu'à regarder le problème comme de la Trigonométrie ordinaire, & ensuite chercher les corrections, qui résultent de l'aberration de la figure sphérique; par la méthode ordinaire des approximations. Mais il semble que l'évolution d'un tel cas ne sera presque jamais nécessaire, vû qu'on peut supposer que tant les latitudes des points L & M , que les angles ζ & θ que la ligne tirée LM fait avec les méridiens en L & M , soient connus étant déterminables par les opérations les plus aisées. Or le plus grand avantage, qu'on puisse tirer de cette solution, est sans doute une nouvelle méthode, qu'elle fournit pour découvrir la véritable ellipticité de la figure de la terre, ou le rapport entre son axe & le diamètre de son équateur: & cela se pourra exécuter, sans qu'on ait besoin de mesurer actuellement quelque ligne, qu'on aura tirée sur la surface de la terre; ce que je m'en vais expliquer plus amplement dans le problème suivant.

PROBLEME III.

24. Déterminer le rapport du diamètre de l'équateur à l'axe de la terre sans le secours des mesures actuelles de quelques degrés de méridien, par une manière qui se puisse exécuter dans une seule contrée de la terre.



SOLUTION.

Pour connoître la figure de la Terre, on a regardé jusqu'ici comme le seul moyen, de mesurer sous des latitudes fort différentes la grandeur d'un degré du méridien; afin que de leur inégalité on pût conclure celle qui se trouve entre l'axe de la Terre & le diamètre de son équateur. Mais la méthode que je m'en vai proposer ici, ne demande que des opérations, qu'on peut faire dans une contrée assez bornée, ou dans un pays d'une étendue médiocre, & cela sans qu'on ait besoin de mesurer géométriquement quelque ligne tirée sur la surface de la Terre. Supposons donc que le point L se trouve à un bout d'une grande plaine, & d'abord il faut qu'on y observe la hauteur du pôle, & qu'on y tire avec la dernière précision la ligne méridienne. Pour l'élévation absolue du pôle, il suffit qu'on la sache à une minute près; mais il est nécessaire, qu'on y observe très exactement la distance de quelques étoiles fixes au zenith au tems de leur culmination. Soit donc λ la hauteur du pôle au point L. Qu'on parte ensuite du point L selon une route, qui fasse un angle oblique avec la méridienne, mais qu'on mesure le plus exactement qu'il est possible cet angle, que fait le commencement de la route avec la méridienne en L. Qu'on poursuive après la même route, en fixant perpendiculairement des piques en sorte qu'elles paroissent toutes disposées en ligne droite; & qu'on continue cette ligne, qui semblera droite, aussi loin que le terrain le permettra, ayant toujours en vue que la route ainsi décrite convienne avec celle que formeroit une corde tendue sur la Terre. Il seroit bon, qu'on pût pousser cette opération par une étendue de plusieurs milles d'Allemagne. De cette manière on sera assuré avoir tracé la ligne la plus courte sur la surface de la Terre, & on n'aura pas besoin d'en mesurer la longueur. Soit donc ζ l'angle que fait cette route en L avec la Méridienne; & ayant poursuivi cette route fort loin jusqu'en M, qu'on y observe le plus soigneusement les distances des mêmes étoiles fixes au zenith de M à leur passage par le Méridien, afin qu'on en puisse
exacte-

exactement conclure la différence des latitudes en L & M, ce qui se pourra faire à quelques secondes près ; soit donc ϕ l'élévation du Pole en M, & quoique sa quantité absolue ne soit peut-être pas exacte au dernier degré, que du moins la différence entre λ & ϕ le soit autant qu'il est possible. Enfin, on doit aussi tirer en M la méridienne, & mesurer l'angle AMm , que fait avec elle la continuation de la même route LM, & on nommera cet angle $= \theta$: ce sont toutes les opérations qu'on aura à faire pour déterminer le rapport entre le demi-axe $= a$ & le demi-diamètre de l'équateur $= e$. Car posant $\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta$,

de sorte que $\frac{aa}{ee} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$ & $\frac{a}{e} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$ à peu près, ou $\frac{e}{a} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta}$,

nous n'aurons qu'à résoudre cette équation :

$$\sin \theta \cos \phi \sqrt{1 + \delta \cos 2\lambda} = \sin \zeta \cos \lambda \sqrt{1 + \delta \cos 2\phi}$$

d'où les quatre angles λ , ϕ , ζ & θ étant donnés on tire

$$\delta = \frac{\sin \zeta^2 \cos \lambda^2 - \sin \theta^2 \cos \phi^2}{\sin \theta^2 \cos \phi^2 \cos 2\lambda - \sin \zeta^2 \cos \lambda^2 \cos 2\phi}$$

& partant :

$$\frac{ee}{aa} = \frac{\sin \zeta^2 \cos \lambda^2 \sin \phi^2 - \sin \theta^2 \cos \phi^2 \sin \lambda^2}{\sin \theta^2 \cos \phi^2 \cos \lambda^2 - \sin \zeta^2 \cos \lambda^2 \cos \phi^2}$$

ou bien :
$$\frac{ee}{aa} = 1 + \frac{\sin \zeta^2 \cos \lambda^2 - \sin \theta^2 \cos \phi^2}{\cos \lambda^2 \cos \phi^2 (\sin \theta^2 - \sin \zeta^2)}$$

Ayant donc exactement observé & mesuré les quatre angles λ , ϕ , ζ , & θ , on en pourra conclure le rapport entre l'axe de la Terre & le diamètre de son équateur, par le moyen de cette formule que je viens de découvrir ; sur laquelle il faut remarquer, qu'elle est exacte, & ne demande aucune approximation, à laquelle il faut nécessairement recourir en employant la méthode ordinaire. Mais, pour rendre cette conclusion d'autant plus seure, il faut choisir une telle contrée sur la Terre



Terre, & une telle direction de la route qu'on trace, que de petites erreurs commises dans la mesure des angles influent le moins qu'il soit possible sur la conclusion. Or il est évident que, plus le dénominateur $\cos \lambda^2 \cdot \cos \phi^2 \cdot (\sin \theta^2 - \sin \zeta^2)$ sera grand, plus aussi deviendra grand le numérateur, ou la différence entre $\sin \zeta^2 \cos \lambda^2$ & $\sin \theta^2 \cos \phi^2$, ce qui est sans doute le cas le plus favorable, puisqu'alors une petite erreur commise dans la mesure des angles influé moins sur la valeur du numérateur, d'où dépend la justesse de la conclusion.

REMARQUE.

25. Après avoir observé les deux hauteurs du pôle en L & M avec l'angle $ALM = \zeta$, si la Terre étoit sphérique, l'angle $AMm = \theta$ seroit tel qu'il fût $\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi}$: donc l'ellipticité de la Terre ne pourra être conclue qu'entant que cet angle se trouvera, ou plus grand, ou plus petit. Or à cause de l'ellipticité nous avons

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} \cdot \sqrt{\frac{1 + \delta \cos 2 \phi}{1 + \delta \cos 2 \lambda}}$$

ou bien à cause de λ très petit :

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} (1 + \delta \cos \phi^2 - \delta \cos \lambda^2)$$

Ici il est évident que la différence entre les latitudes λ & ϕ doit être sensible ; car si elle étoit trop petite, la moindre erreur commise dans leur Observation en produiroit une très considérable dans la conclusion. Il faut donc que la route LM ne soit pas perpendiculaire aux méridiennes, puisqu'alors en avançant sur cette route, on ne changeroit pas sensiblement de latitude. On doit principalement ici avoir égard à la longueur de la route LM, quoiqu'il ne soit pas nécessaire de la mesurer ; car il est avantageux qu'on puisse parvenir à une conclusion assez seure, sans qu'on soit obligé de poursuivre cette route trop loin. Soit donc s la longueur de la route LM, ou soit plutôt s l'angle, auquel



quel répond sur une surface sphérique égale à celle de la Terre un arc égal à ce chemin, & puisque cet angle est affés petit, on aura à peu près $\phi = \lambda - s \cos \zeta$; d'où l'on voit que $\cos \zeta$ ne doit pas être trop petit, & partant l'angle ζ ne point trop approcher d'un droit. Mais il faut également que cet angle ζ ne soit pas trop petit, puisqu'alors la différence entre les angles ζ & θ deviendrait trop petite, ce qui rendrait la conclusion également incertaine. Car ayant $\cos \phi = \cos \lambda - s \cos \zeta \sin \lambda$, à cause de s fort petit, on auroit :

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta}{1 - s \cos \zeta \tan \lambda} (1 - 2 \delta s \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda)$$

d'où l'on voit, que pour que la différence $2 \delta s \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda$ devienne sensible, la contrée LM ne doit pas être trop proche, ni du Pole, ni de l'Equateur.

EXEMPLE I.

26. Supposons que le lieu L se trouve à la latitude de 48° de forte que $\lambda = 48^\circ$, & que la route LM fasse avec la méridienne un angle $\zeta = 30^\circ$; Qu'on ait continué cette route jusqu'à ce qu'on soit parvenu en M à la latitude de $48^\circ, 52'$, ce qui arrivera après avoir poussé la route par un espace de 15 miles d'Allemagne à peu près. Ayant donc $\phi = 48^\circ, 52'$, si la terre étoit sphérique, on trouveroit l'angle $AMM = \theta = 30^\circ, 34', 15''$. Mais à cause de l'ellipticité de la terre, si nous supposons $\delta = \frac{1}{25}$, l'angle θ se trouvera plus petit de $8''$, & nous aurons $\theta = 30^\circ, 34', 7'$.

Mais si du même lieu L où $\lambda = 48^\circ$, on étoit parti sous l'angle $ALM = \zeta = 60^\circ$, jusqu'à ce qu'on fut arrivé à la latitude $\phi = 48^\circ, 30'$, ce qui arriveroit aussi après avoir fait un chemin de 15 miles d'Allemagne environ; dans l'hypothèse de la Terre sphérique on trouveroit l'angle $AMM = \theta = 60^\circ, 59', 23''$. Mais dans l'hypothèse de $\delta = \frac{1}{25}$ cet angle seroit $\theta = 60^\circ, 59', 9''$, & partant de $14''$ moindre. Ce cas sera donc préférable au précédent pour en connoître l'ellipticité de la Terre.



Supposons que partant du même lieu L où $\lambda = 48^\circ$, la route LM soit telle que l'angle $ALM = \zeta = 80^\circ$, & qu'après avoir fait un chemin de 15 miles environ, on parvienne en M à la latitude $\phi = 48^\circ, 10'$. Alors dans l'hypothèse de la terre sphérique on trouveroit l'angle $AMm = \theta = 81^\circ, 6', 59''$: or dans l'hypothèse de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{2}\frac{1}{5}$, cet angle seroit $\theta = 81^\circ, 6', 42''$, & partant de $17''$ moindre.

EXEMPLE 2.

27. Posons que la contrée soit si grande, qu'on puisse continuer la route LM à la distance de 30 miles environ, & que la latitude du lieu L soit la même qu'auparavant savoir, $\lambda = 48^\circ$. Supposons d'abord que l'angle de la route soit $ALM = \zeta = 30^\circ$, & la latitude en M sera $\phi = 49^\circ, 44'$. Donc, si la terre étoit sphérique, l'angle AMm seroit $\theta = 31^\circ, 10', 20''$; mais dans l'hypothèse de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ cet angle sera $\theta = 31^\circ, 10', 4''$, & partant de $16''$ plus petit.

Mais en partant du même lieu L où $\lambda = 48^\circ$, sous l'angle $ALM = \zeta = 60^\circ$, par un espace de 30 miles environ, jusqu'à ce qu'on parvienne à la latitude $\phi = 49^\circ$, l'hypothèse sphérique de la terre donneroit l'angle $AMm = \theta = 62^\circ, 2', 27''$; mais l'hypothèse de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ produiroit $\theta = 62^\circ, 1', 58''$, la différence étant $29''$.

Or supposons que la route tracée LM fasse avec la méridienne en L l'angle $\zeta = 80^\circ$, & qu'après l'avoir continuée par 30 miles environ, on soit parvenu en M à la latitude $\phi = 48^\circ, 21'$. Alors dans l'hypothèse sphérique l'angle AMm seroit $\theta = 82^\circ, 32', 53''$; or dans l'hypothèse de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ cet angle sera $\theta = 82^\circ, 32', 11''$ de $42''$ moindre.

Puisque dans ce cas la différence en latitude est encore assez sensible, on pourra l'angle ζ plus approcher de 90° : soit donc l'angle $ALM = \zeta = 85^\circ$, & qu'après un chemin de 30 miles environ on parvienne



parvienne en M, où la latitude soit $\phi = 48^\circ, 10'$. Alors dans l'hypothèse sphérique l'angle AM *m* seroit $\theta = 88^\circ, 3', 43''$, or dans l'hypothèse de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{2}$, cet angle sera $\theta = 88^\circ, 2', 27''$, & partant de $76''$ moindre.

COROLLAIRE.

28. On voit par là, qu'à moins que la contrée LM ne soit fort proche de l'équateur, il est toujours avantageux de prendre l'angle HLM à peu près droit. On le pourra même faire tout à fait droit, mais alors le calcul deviendra un peu différent de celui, que j'ai employé jusqu'ici, puisqu'en poursuivant la route LM, on approchera de plus en plus de l'équateur. Mais il faut bien remarquer, qu'on fait ici abstraction de toute erreur, qui se pourroit trouver dans les hauteurs du Pole. Il vaudra donc la peine de développer ce cas particulièrement.

PROBLÈME IV.

29. *Si en partant du lieu L on trace la route LM en sorte, qu'elle soit perpendiculaire à la méridienne ALE, & qu'on continue cette route en M, où l'on observe la hauteur du pôle : trouver l'angle AML, que cette route fera avec la méridienne tirée par M, tant dans l'hypothèse de la terre sphérique, que dans l'hypothèse de l'ellipticité exprimée par la fraction δ .* Fig. 3.

SOLUTION.

Soit λ la hauteur du Pole observée en L, & traçant la route LM perpendiculairement à la méridienne tirée en L, on y trouvera la hauteur du Pole de plus en plus petite. Car si dans l'hypothèse de la terre sphérique on continuoît l'arc LM, qu'il répondit à l'angle s , & qu'on nommât la hauteur du pôle en M $= \phi$, on auroit par la trigonométrie sphérique $\sin \phi = \sin \lambda \cos s$, & partant $\phi < \lambda$. Soit donc en général ϕ la hauteur du pôle observée en M, & puisque $\phi < \lambda$, posons $\phi = \lambda - \omega$, de sorte que ω soit un angle fort petit par rapport à λ , parce que nous supposons le lieu L assés éloigné de l'équateur, & la ligne LM fort petite.



Cela posé si la terre étoit sphérique, & que nous nommâssions l'angle $ALM = \theta$, nous aurions à cause de $\zeta = 90^\circ$:

$$\sin \theta = \frac{\cos \lambda}{\cos \phi} = \frac{\cos \lambda}{\cos \lambda \cos \omega + \sin \lambda \sin \omega}$$

& à cause de ω fort petit,

$$\cos \theta = \frac{V(2\omega \sin \lambda \cos \lambda + \sin \lambda^2 - \omega^2 \cos \lambda^2)}{\cos \lambda + \omega \sin \lambda}$$

ou

$$\cos \theta = \left(\frac{1}{\cos \lambda} - \frac{\omega \sin \lambda}{\cos \lambda^2} \right) \left(V 2\omega \sin \lambda \cos \lambda - \frac{\omega^2 (\cos \lambda^2 - \sin \lambda^2)}{2 V 2\omega \sin \lambda \cos \lambda} \right)$$

d'où nous tirons :

$$\cos \theta = \frac{V \omega \sin 2\lambda}{\cos \lambda} - \frac{\omega^2 (2 - \cos 2\lambda)}{2 \cos \lambda V \omega \sin 2\lambda}$$

Donc, puisque l'angle θ est à peu près droit, si nous posons $\theta = 90^\circ - \mu$, à cause de $\cos \theta = \sin \mu = \mu - \frac{1}{6} \mu^3$, nous aurons

$$\mu = \frac{V \omega \sin 2\lambda}{\cos \lambda} - \frac{\omega^2 (4 - \cos 2\lambda)}{6 \cos \lambda V \omega \sin 2\lambda}.$$

Mais considérons à présent la terre comme un ellipsoïde, & ayant :

$$\sin \theta = \frac{\cos \lambda}{\cos \phi} (1 + \delta \cos \phi^2 - \delta \cos \lambda^2)$$

ou bien

$$\sin \theta = (1 - \omega \tan \lambda) (1 + 2 \delta \omega \sin \lambda \cos \lambda)$$

Puisque l'angle θ est aussi à peu près droit, posons pour ce cas $\theta = 90^\circ - \mu$ & nous trouverons

$$\mu = \frac{V \omega \sin 2\lambda}{\cos \lambda} - \frac{\omega^2 (4 - \cos 2\lambda)}{6 \cos \lambda V \omega \sin 2\lambda} - \frac{2 \delta \omega \sin \lambda \cos \lambda^2}{V \omega \sin 2\lambda}.$$

D'où



D'où l'on voit que la différence entre la figure sphérique & elliptique de la terre, produit dans l'angle $AML = \theta$ une différence qui monte à $\delta \cos \lambda \sqrt{\omega \sin 2 \lambda}$, dont l'angle AML est plus grand dans l'hypothèse de l'ellipsoïde applati, que dans l'hypothèse sphérique.

Mais, si la route ML est mesurée sur la surface sphérique par l'angle s , ayant $\sin \Phi = \sin \lambda \cos s = \sin \lambda \cos \omega - \cos \lambda \sin \omega$, on aura $\omega = \frac{1}{2} s \operatorname{tang} \lambda$, & partant la dite différence sera $= \delta s \sin \lambda \cos \lambda$.

COROLL. I.

30. De là on voit que cette différence devient la plus grande sous la latitude de 45° , la longueur de la route s demeurant la même. Or, si nous posons $s = 2^\circ$, $\lambda = 45^\circ$, & $\delta = \frac{1}{2} s$, cette différence ne se trouve que $\frac{1}{2} s \cdot \frac{1}{2} s = 15 \frac{3}{4}''$, ce qui est de beaucoup moins que dans le dernier cas du second Exemple (27), où pour une route égale ayant pris l'angle $\zeta = 85^\circ$, la différence s'est trouvée $76''$.

COROLL. 2.

31. Il n'est donc pas avantageux de faire l'angle $ALM = \zeta$ droit, quoique la différence devienne très sensible, si l'on approche cet angle tant de 90° , qu'il n'en diffère plus sensiblement: puisque dans le cas $\zeta = 85^\circ$, la différence s'est trouvée de $76''$, tandis que faisant l'angle ζ droit, elle ne monte qu'à environ $15''$.

COROLL. 3.

32. Il est donc fort important de déterminer l'angle ζ , suivant lequel, lorsqu'on produit la route LM jusqu'à une certaine distance, la différence entre les valeurs de l'angle θ , qui répondent tant à la figure sphérique qu'elliptique de la terre, devienne la plus grande.



PROBLEME V.

Fig. 2.

33. Trouver la direction de la route LM, qu'il faut choisir pour qu'après être parvenu en M, & y avoir observé la hauteur du pôle, l'angle de la route avec la méridienne en M diffère le plus qu'il soit possible dans les hypothèses de la sphéricité & ellipticité de la Terre.

SOLUTION.

Soit la hauteur du pôle en L = λ , l'angle de la route LM, qu'on cherche, $ALM = \zeta$, & la hauteur du pôle en M = ϕ . Or le principal, à quoi il faut ici réfléchir, est la longueur du chemin LM, afin qu'en la prenant à peu près la même, la différence entre la sphéricité & l'ellipticité de la terre devienne la plus sensible dans l'angle AMM. Que l'angle s marque la longueur de la route LM, si la terre étoit sphérique, & alors on aura par la trigonométrie sphérique :

$$\sin \phi = \cos \zeta \cos \lambda \sin s + \sin \lambda \cos s$$

Soit donc cet angle ϕ la hauteur du Pole en M, où il faut bien remarquer, que lorsque la terre n'est pas sphérique, l'angle s ne se rapporte plus à la longueur de la route LM, où il n'en marquera qu'à peu près la grandeur.

Considérons maintenant la terre comme sphérique, & posons l'angle AMM = θ , & nous avons vu qu'il y aura $\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi}$.

Mais donnant à la terre une ellipticité exprimée par δ , cet angle AMM fera un peu plus petit; posons donc cet angle AMM = $\theta - \omega$, & nous aurons

$$\sin (\theta - \omega) = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} (1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2))$$

or cette équation se réduit à

$$\cos \omega - \cos \theta \sin \omega = 1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)$$

d'où



d'où l'on voit que l'angle ω étant fort petit, le cas ne sauroit être plus favorable, que lorsque $\theta = 90^\circ$, puisqu'alors, à cause de $\cos \omega = 1 - \frac{1}{2} \omega \omega$, & $\omega^2 = 2 \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)$ la différence ω est déterminée par $\sqrt{\delta}$, & partant beaucoup plus considérable que si elle étoit proportionnelle à δ .

Pofons donc $\theta = 90^\circ$, & il faut qu'il y ait: $\sin \zeta = \frac{\cos \phi}{\cos \lambda}$,
ou $\cos \phi = \sin \zeta \cos \lambda$, donc $\sin \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda}$. Or
cette valeur étant fubftituée donne

$$1 - \sin^2 \zeta \cos^2 \lambda = \cos^2 \zeta \cos^2 \lambda \sin^2 s + 2 \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda \sin s \cos s + \sin^2 \lambda \cos^2 s$$

où

$$0 = (\cos \zeta \cos \lambda \cos s - \sin \lambda \sin s)^2 \text{ donc } \cos \zeta = \tan \lambda \tan s$$

& de là nous tirons :

$$\sin \phi = \frac{\sin \lambda \sin s}{\cos s} + \sin \lambda \cos s = \frac{\sin \lambda}{\cos s}$$

Ayant donc établi la longueur de la route à peu près felon la nature de la contrée, en forte que quinze miles d'Allemagne foient contées pour un degré: on aura d'abord l'angle $ALM = \zeta$, que la route doit faire avec la méridienne en L , par la formule $\cos \zeta = \tan \lambda \tan s$: & on parviendra fur cette route à un endroit M , où l'élévation du pole fera ϕ , de forte que $\sin \phi = \frac{\sin \lambda}{\cos s}$.

Or étant parvenu à cette hauteur du Pole fur la route marquée LM , il est certain que si la terre étoit sphérique, on trouveroit la route perpendiculaire à la méridienne en M ; ou bien l'angle θ feroit droit. Mais, dans l'hypothese de l'ellipticité de la Terre, l'angle AMm se trouvera moindre que droit: fupposons donc que cet angle soit $= 90^\circ - \omega$, & nous aurons à cause de $\theta = 90^\circ$

$$\cos \omega = 1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2) = 1 - \frac{1}{2} \omega \omega$$

done



donc, $\omega = \sqrt{2} \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)$

or $\cos \phi^2 = 1 - \frac{\sin \lambda^2}{\cos s^2}$ & partant

$$\cos \lambda^2 - \cos \phi^2 = -\sin \lambda^2 + \frac{\sin \lambda^2}{\cos s^2} = \sin \lambda^2 \tan s^2$$

Par conséquent nous aurons $\omega = \sin \lambda \tan s \sqrt{2} \delta$

ou, puisque l'arc s est toujours si petit, qu'on le peut confondre avec la tangente, la différence des angles AMm qui répondent, ou à la sphéricité ou à l'ellipticité de la Terre, sera

$$\omega = s \sin \lambda \sqrt{2} \delta$$

Et réciproquement ayant bien observé l'angle $AMm = 90^\circ - \omega$, on en

déduira la figure elliptique de la terre: $\delta = \frac{\omega^2}{2 s s \sin \lambda^2}$ ou à cause

$$\text{de } s = \frac{\cos \zeta}{\tan \lambda} : \text{ on aura } \delta = \frac{\omega \omega}{2 \cos^2 \zeta \cos \lambda^2}.$$

COROLL. I.

34. Cette méthode semble donc fort avantageuse dans toutes les régions de la terre, qui ne sont pas trop proches de l'équateur, puis que à cause de $\sin \lambda$ trop petit, la différence ω deviendrait insensible. Mais plus le país est éloigné de l'équateur, cette opération se pratiquera avec d'autant plus de succès. Cependant il est évident, que trop près des Poles cette méthode perd à d'autres égards son utilité; puisque sous les Poles mêmes il n'y a point de lignes méridiennes.

COROLL. 2.

35. Plus on continue loin la route LM , & plus devient grande la différence ω dans la même raison. Mais il n'en est pas de même de l'ellipticité δ , dont l'angle ω suit la raison soudoublée: de sorte que si la valeur de δ devenoit quatre fois plus grande, l'angle ω ne seroit augmenté



menté qu'au double. Or la grandeur de cet angle ω suppléera suffisamment à ce défaut.

COROLL. 3.

36. Supposons l'ellipticité $\delta = \frac{1}{175}$, & la longueur de la route LM environ de 15 miles d'Allemagne. Soit de plus la hauteur du pôle en L de 45° , & à cause de $\sin \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ & $s = 1^\circ$, il y aura à peu près $\omega = \frac{1}{175}$ degré $= 4'$; & cette différence est assez sensible pour découvrir la véritable ellipticité de la terre.

E X E M P L E.

37. Que le lieu L se trouve à la latitude de $52^\circ, 31'$, & qu'on ait la commodité de tracer une ligne vers l'ouest, ou environ, par une étendue de 15 miles environ, & il s'agit de trouver la direction la plus avantageuse de la ligne LM à tracer. Puisque $\lambda = 52^\circ, 31'$ & $s = 1^\circ$, on aura

$$\begin{array}{rcl}
 & l \tan \lambda = 10,1152811 & l \sin \lambda = 9,8995636 \\
 + & l \tan s = 8,2419215 & - l \cos s = 9,9999338 \\
 & l \cos \zeta = 8,3572026 & l \sin \phi = 9,8996298 \\
 \text{donc} & \zeta = 88^\circ, 41', 45'' & \& \phi = 52^\circ, 31', 41''
 \end{array}$$

Maintenant, puisqu'il seroit impossible d'observer exactement ces mesures, & qu'il suffit de s'en tenir à peu près; supposons qu'on ait tracé la ligne LM en sorte, qu'elle fasse avec la méridienne tirée par L vers le nord un angle de $88^\circ, 41', 30''$, & qu'on ait poussé cette ligne jusqu'en M, où l'on ait observé la hauteur du pôle de $40''$ plus grande qu'en L: de sorte que

$$\lambda = 52^\circ, 31'; \zeta = 88^\circ, 41' 30'' \& \phi = 52^\circ, 31', 40''$$

Cela posé, voyons sous quel angle cette ligne LM sera inclinée à la méridienne tirée par M, tant lorsque la terre seroit sphérique que sphéroïdique



elliptique dans l'hypothèse $\delta = \frac{\pi}{2}$. Or d'abord si la terre étoit sphérique, & qu'on posât l'angle $AMm = \theta$, ayant $\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi}$, nous aurons ce calcul à faire :

$$\begin{aligned} l \sin \zeta &= 9,9998868 \\ l \cos \lambda &= 9,7842824 \\ &9,7841692 \\ l \cos \phi &= 9,7841726 \\ \text{donc } l \sin \theta &= 9,9999966 \\ \& \text{ partant } \theta &= 89^{\circ}, 46', 24'' \end{aligned}$$

Mais si la terre étoit sphéroïdique selon la valeur $\delta = \frac{\pi}{2}$ & que l'on marquât encore l'angle AMm , ayant

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} (1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2))$$

il faudra faire ce calcul :

$$\begin{aligned} l \cos \lambda^2 &= 9,5885648 & \cos \lambda^2 &= 0,3703094 \\ l \cos \phi^2 &= 9,5683452 & \cos \phi^2 &= 0,3701223 \\ && \cos \lambda^2 - \cos \phi^2 &= 0,0001871 \\ && \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2) &= 0,0000008 \\ \& \text{ partant } \sin \theta &= 0,9999992 \cdot \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} \end{aligned}$$

$$\text{or } l \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} = 9,9999966$$

$$l 0,9999992 = 9,9999996$$

$$\sin \theta = 9,9999962$$

$$\& \text{ partant } \theta = 89^{\circ}, 45', 36''$$

La différence est donc $48''$, mais elle monteroit bien à $4'$, $30''$, si l'on avoit suivi exactement les déterminations trouvées par le calcul.

REMAR-



REMARQUE. I.

38. Mais dans cet exemple & d'autres semblables, il faut bien remarquer, que la différence des latitudes λ & ϕ est si petite, que la moindre erreur commise dans les observations influeroit trop sensiblement sur la conclusion. Car, puisqu'après avoir observé les quatre angles λ , ϕ & ζ , θ , on a pour l'ellipticité de la terre

$$\delta = \left(1 - \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sin \zeta \cos \lambda}\right) : (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)$$

pour que la conclusion soit fautive, il faut que le dénominateur ne devienne pas trop petit. Or, pour faire voir combien une erreur commise dans la mesure de ces angles influé sur la conclusion, considérons le dernier cas du 2^e exemple §. 27. où supposant $\delta = \frac{1}{72}$ les quatre angles étoient

$\lambda = 48^\circ$; $\phi = 48^\circ, 10'$; $\zeta = 85^\circ$, & $\theta = 88^\circ, 2', 27''$.
& supposons que dans la différence des latitudes λ & ϕ , & dans celle des angles ζ & θ , on se soit trompé de $5''$, de sorte que des opérations actuelles on ait tiré,

$\lambda = 48^\circ$; $\phi = 48^\circ, 10', 5''$; $\zeta = 85^\circ$; & $\theta = 88^\circ, 2', 22''$.
& voyons quelle seroit l'ellipticité qu'on en trouvera :

$l \sin \theta =$	9,9997457	$l \cos \lambda^2 =$	9,6510218
$l \cos \phi =$	9,8240919	$l \cos \phi^2 =$	9,6481838
	<u>9,8238376</u>	$\cos \lambda^2 =$	0,4477358
$l \sin \zeta =$	9,9983442	$\cos \phi^2 =$	0,4448195
$l \cos \lambda =$	9,8255109	Den. =	0,0029163
	<u>9,8238551</u>		
$l \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sin \zeta \cos \lambda} =$	9,9999825	donc $\delta =$	$\frac{403}{29163} = \frac{1}{72}$
nombre =	0,9999597		
Numérateur =	0,0000403		

On trouveroit donc l'ellipticité beaucoup plus grande qu'elle ne seroit en effet, & cette grande différence résulte principalement de l'erreur de l'angle ϕ dans le numérateur : car le dénominateur n'en souffre pas



considérablement. Car, si l'on se trompe dans l'angle ϕ de $d\phi$, la valeur de δ en devient fautive de $\frac{d\phi \sin \theta \sin \phi}{\sin \zeta \cos \lambda (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)}$, ou bien cette erreur sera à la quantité de δ même, comme $d\phi \sin \theta \sin \phi$ à $\sin \zeta \cos \lambda - \sin \theta \cos \phi$. Donc, afin que l'erreur ne soit pas considérable, il faut que $\sin \zeta \cos \lambda - \sin \theta \cos \phi$, & partant aussi le dénominateur $\cos \lambda^2 - \cos \phi^2$ ne devienne pas trop petit.

REMARQUE. 2.

39. Il vaudra donc mieux de faire l'angle $ALM = \zeta$ plus petit, quoique la différence dans l'angle θ pour l'hypothèse sphérique & elliptique devienne plus petite ; car les avantages remarqués cy-dessus lorsqu'on prend l'angle ζ presque droit, supposent absolument, qu'on ne commette pas la moindre erreur dans l'observation des latitudes, & dès qu'on y doit soupçonner quelque erreur, il faut abandonner cette route, & lui en préférer d'autres, où l'angle ζ est pris beaucoup plus petit. Ayant donc trouvé en supposant

$$\delta = \frac{1}{229}, \lambda = 48^\circ, \phi = 49^\circ, \zeta = 60^\circ, \text{l'angle } \theta = 62^\circ, 1', 58''$$

supposons qu'on ait trouvé par les opérations actuelles :

$$\lambda = 48^\circ; \phi = 49^\circ, 0', 5''; \zeta = 60^\circ \text{ \& } \theta = 62^\circ, 1', 53''$$

& cherchons de là l'ellipticité δ :

$\begin{array}{rcl} l \sin \theta & = & 9,9460614 \\ l \cos \phi & = & 9,8169308 \\ & & \underline{9,7629922} \\ l \sin \zeta & = & 9,9375306 \\ l \cos \lambda & = & 9,8255109 \\ & & \underline{9,7630415} \\ l \sin \theta \cos \phi & = & 9,9999507 \\ \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sin \zeta \cos \lambda} & = & 9,9998865 \\ \text{nombre} & = & 9,9998865 \\ \text{Numérateur} & = & 0,0001135 \end{array}$	$\begin{array}{rcl} l \cos \lambda^2 & = & 9,6510218 \\ l \cos \phi^2 & = & 9,6338616 \\ & & \underline{\hspace{1.5cm}} \\ \cos \lambda^2 & = & 0,4477358 \\ \cos \phi^2 & = & 0,4303894 \\ \text{Dénom.} & = & 0,0173464 \\ \text{Donc } \delta & = & \frac{1135}{173464} = \frac{1}{153} \end{array}$
---	---

Dans



Dans ce cas donc l'erreur des observations influé beaucoup moins sur la conclusion. Cependant on trouvera de même, qu'il n'est pas avantageux de prendre l'angle ζ trop petit; car si nous le prenions de 30° , & que nous fissions ϕ de $5''$ trop grand, & θ de $5''$ trop petit, nous trouverions $\delta = 11\frac{1}{2}$: d'où l'on peut conclure que le meilleur parti est toujours de tracer la ligne LM en forte, qu'elle fasse avec la méridienne un angle moindre que 60° , & plus grand que 30° . Il y a d'autres raisons qui conseillent de prendre cet angle ζ de $54^\circ, 44'$, pour que $\sin \zeta^2 \cos \zeta$ devienne un *maximum*: mais, puisqu'on est incertain, si les erreurs affectent les angles λ & ϕ , & quel rapport ces doubles erreurs tiennent entr'elles, on ne sauroit rien déterminer de précis là dessus; & il suffit d'avoir fixé les limites de 30° & 60° entre lesquels l'angle ζ doit être choisi. Or le plus avantageux est de continuer la ligne LM aussi loin qu'il est possible; car plus on la pourra allonger, & plus sera-t-on sûr de la conclusion, qu'on en tirera. Cependant je dois avouer que cette méthode ne sauroit jamais être exécutée dans la pratique: car non seulement on rencontreroit des difficultés insurmontables à tracer la ligne la plus courte; mais aussi la ligne méridienne ne sauroit jamais être tracée si exactement, que le succès de cette méthode l'exige, une erreur de $20''$ y étant presque inévitable.





EXAMEN
D'UNE
CONTROVERSE
SUR LA LOI
DE REFRACTION
DES RAYONS DE DIFFERENTES COULEURS
PAR RAPPORT À LA DIVERSITÉ DES MILIEUX TRANSPARENTS
PAR LESQUELS ILS SONT TRANSMIS.
PAR M. EULER.

Ayant proposé dans les Mémoires de notre Académie pour l'Année 1747. une méthode de perfectionner les verres objectifs en sorte, que la diverse refrangibilité des rayons ne troublât plus la représentation ; j'ai bien prévu que l'exécution de tels verres seroit assujettie à des difficultés presque insurmontables. Les deux ménisques, entre lesquels la cavité doit être remplie d'eau, ou de quelque autre liqueur transparente pour composer un tel objectif parfait, doivent avoir si exactement la figure prescrite par le calcul, que la moindre aberration dérange très considérablement l'effet, qu'on s'en promettoit. Mais quand même on auroit réussi à donner à chaque face de ces ménisques la courbure exigée par la Théorie, la figure sphérique à laquelle la Pratique ordinaire est restreinte, seroit toujours la cause, que ces objectifs n'admettroient qu'une si petite ouverture, qu'elle les rendroit inférieurs aux objectifs ordinaires. Cependant, si l'on trouvoit moyen de perfectionner l'art de polir les verres, en sorte qu'au lieu de la figure sphérique on leur pût donner une autre figure plus convenable comme celle d'une parabole, il n'y auroit aucun doute, que ces nouveaux verres objectifs ne fussent susceptibles d'une assez grande ouverture pour nous procurer tous les avantages, que



que la diversité réfrangibilité des rayons nous refuse dans les objectifs ordinaires.

Mais mon Mémoire sur cette perfection des verres objectifs a été attaqué d'un tout autre côté. Un habile Mathématicien Anglois, *M. Dollond*, prétend que mon raisonnement même, duquel j'ai tiré la construction de ces verres, est fondé sur un faux principe. Il m'a fait l'honneur de me communiquer son objection par le canal du célèbre *M. Short*, avant que de la rendre publique, & j'ai lieu de croire que ma réponse lui fatisfit, puisque le dernier Volume des *Transactions* contient tant la lettre de *M. Dollond*, que ma réponse, sans qu'il y ait ajouté une réplique. Cependant, ayant trouvé depuis des arguments plus convaincans contre le sentiment que *M. Dollond* a avancé; je crois que leur explication servira non seulement à confirmer ma Théorie, mais aussi à mettre dans un plus grand jour la loi de réfraction des rayons de diverses couleurs.

Etat de la controverse.

Si dans le passage de la Lumière d'un milieu dans un autre, la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction est pour les rayons rouges comme $r : 1$ & pour les violets comme $v : 1$;

Et que dans le passage d'un autre milieu dans un autre quelconque la même raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction soit pour les rayons rouges comme $R : 1$, & pour les violets comme $V : 1$.

Il est certain qu'il y aura un certain rapport entre les nombres R & V , qui dépend de celui entre les nombres r & v , de sorte que connoissant trois de ces quatre nombres r , v , R & V , on en puisse déterminer le quatrième.

Or j'avois avancé que le nombre V est toujours une semblable puissance de v , que R l'est de r ; ou bien si $R = r^{\alpha}$, je dis qu'il y aura aussi $V = v^{\alpha}$, l'exposant de la puissance α étant de part & d'autre



tre le même. Ou, puisque en prenant les logarithmes on a $1/R = a/r$ & $1/V = a/v$, & partant $a = \frac{1/R}{1/r} = \frac{1/V}{1/v}$; mon sentiment porte que les logarithmes des quatre nombres r , v , R & V sont proportionnels entr'eux, c'est à dire qu'il y aura toujours

$$1r : 1v = 1R : 1V$$

Mais Mr. *Dollond* prétend, que ce rapport est faux & contraire à l'expérience, par laquelle on avoit trouvé que ces quatre nombres r , v , R & V , suivoient toujours un tel rapport entr'eux, qu'il y eur

$$r - 1 : v - 1 = R - r : V - v$$

laquelle proportion se réduit à celle-cy

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1.$$

Il s'agit donc de décider cette question, si marquant par r , v , R , V les nombres, dont je viens d'exposer la signification, leur rapport mutuel est renfermé dans cette proportion, que Mr. *Dollond* prétend être conforme à l'expérience

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1$$

ou plutôt dans celle, sur laquelle est fondée toute ma Théorie sur la perfection des verres objectifs

$$1r : 1v = 1R : 1V$$

On comprend aisément, que la décision de cette question est de la dernière importance dans la Théorie de la réfraction; & on sera surpris qu'un article si essentiel n'ait pas été suffisamment établi par le grand *Newton*, à qui nous sommes redevables de toutes les autres découvertes sur la diverse réfrangibilité des rayons. Il est bien vrai, que cet illustre Philosophe se déclare assez ouvertement pour la proportion, que Mr. *Dollond* m'oppose, mais il n'en a nulle part donné une preuve directe; & il semble qu'il ne l'ait envisagé que comme assez conforme aux expériences, sans qu'il l'ait cru fondée réellement dans la nature de la réfraction. Or, quoiqu'il en soit, je soutiens que cette proportion ne sauroit



fauroit avoir lieu dans la Nature, quelque d'accord qu'elle puisse paroître avec les expériences, attendu qu'elle renferme des contradictions ouvertes dans soy-même : & que ce n'est que ma proportion, qui puisse subsister avec les loix sacrées de la Nature. Les réflexions suivantes mettront hors de doute ce que je viens d'avancer, & fourniront une décision complete de la question dont il s'agit.

I. R E F L E X I O N.

Je conviens d'abord, que la proportion de Mr. *Dollond* répond assez exactement à l'expérience : car la methode, dont on se sert ordinairement pour decouvrir la réfraction, ne nous laisse pas appercevoir les petites aberrations, & une proportion produite pour cet effet devroit être enormement défectueuse, pour qu'on en pût decouvrir la fausseté par l'expérience. Je soutiens donc que la difference entre la proportion de Mr. *Dollond* & la mienne est si petite, que l'expérience ordinaire ne sauroit jamais décider, laquelle des deux est la véritable ; & les mêmes expériences, qu'il peut alléguer en faveur de sa proportion, doivent également prouver la mienne. Pour faire voir cela plus clairement, considérons d'abord le passage de la lumiere de l'air dans le verre, & on fait que la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction est

pour les rayons rouges, comme $r : 1 = \frac{77}{8} : 1$

pour les rayons violets, comme $v : 1 = \frac{78}{8} : 1$

Maintenant considérons aussi le passage de l'air dans l'eau, & posons pour les rayons rouges la raison de réfraction

$$R : 1 = 4 : 3 = \frac{4}{3} : 1 \text{ ou } R = \frac{4}{3}$$

& on demande quelle sera la raison de réfraction pour les rayons violets de l'air dans l'eau, laquelle soit comme $V : 1$. Or selon la proportion de Mr. *Dollond* on trouve

$$r - 1 \left(\frac{77}{8} \right) : v - 1 \left(\frac{78}{8} \right) = R - 1 \left(\frac{4}{3} \right) : V - 1$$

Mém. de l'Acad. Tom. IX.

P p

donc



donc $V - 1 = \frac{1}{88}$, & partant $V = \frac{109}{100}$, de sorte qu'on auroit pour les rayons violets la raison de réfraction en passant de l'air dans l'eau comme $\frac{109}{100}$ à 1.

Mais selon ma proportion on aura

$$Ir (0, 1875207) : Iv (0, 1931246) = IR (0, 1249387) : IV$$

$$\text{donc } IV = \frac{0, 1931246}{0, 1875206} \cdot 0, 1249387 = 0, 1286725$$

$$\& \text{ partant } V = 1, 344846$$

Or la proportion de Mr. *Dollond* ayant donné $V = \frac{109}{100}$, ou en fraction décimale $V = 1, 345679$, où l'on voit que la différence est seulement 0, 000833 ou $\frac{1}{1200}$, qui est certainement si petite, qu'elle doit échapper aux Expériences les plus exactes. On ne sauroit donc provoquer à l'expérience pour prouver plutôt l'une que l'autre de ces deux proportions: or je parle ici de la manière ordinaire, dont les Physiciens font ces Expériences sur la réfraction; car il y a une autre espèce d'Expériences, par lesquelles on sera en état d'appercevoir encore de plus petites différences dans la réfraction, dont je parlerai à une autre occasion.

II. REFLEXION.

Or, sans recourir à l'expérience, je prouverai par le seul raisonnement, que la proportion de Mr. *Dollond* ne sauroit avoir lieu dans la Nature, à cause d'une contradiction intrinsèque qu'elle renferme. Pour cet effet considérons le passage de la lumière d'un milieu quelconque A dans un autre milieu quelconque B; & soit la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour les rayons rouges comme r à 1, & pour les rayons violets connu v à 1; & en vertu de la proportion de Mr. *Dollond* la raison de $r - 1$ à $v - 1$ devroit toujours être la même, de quelque nature que soient les deux milieux A & B; ou bien elle devroit être la même, que donne le passage de l'air dans le verre. Or ayant

pour



pour ce cas $r = \frac{1}{2}$ & $v = \frac{1}{3}$, & partant $r - 1 = \frac{1}{2}$ & $v - 1 = \frac{1}{3}$,
on auroit en général pour le passage du milieu A dans le milieu B cette
proportion :

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28$$

Maintenant supposons que la lumière repasse du milieu B dans le milieu
A, & nous savons par le principe général de la réfraction, que la rai-
son du sinus d'incidence à celui de réfraction sera pour les rayons rou-
ges comme 1 à r , ou bien comme $\frac{1}{r}$ à 1, & pour les rayons violets

comme 1 à v , ou bien comme $\frac{1}{v}$ à 1. Donc, en vertu du principe de
Mr. Dollond, il devrait être pareillement

$$\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = 27 : 28$$

& partant $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = r - 1 : v - 1$

On auroit donc $\frac{v(1-r)}{r(1-v)} = \frac{r-1}{v-1}$ ou $\frac{v(r-1)}{r(v-1)} = \frac{r-1}{v-1}$

& partant $v = r$, ce qui est ouvertement faux, & la proportion de Mr.
Dollond se contredit à elle-même.

Or la proportion, que j'ai établie, satisfait parfaitement à ce re-
versement du passage de la lumière: selon moi la raison de $1r$ à $1v$ de-
vant toujours être la même, sera celle qui résulte du passage de l'air dans
le verre, & partant

$$1r : 1v = 0, 1875207 : 0, 1931246$$

qui se réduit à ces moindres nombres

$$1r : 1v = 67 : 69$$



Or pour le passage du milieu B dans le milieu A ayant $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{v}$ au lieu de r & v , il est évident qu'il y aura pareillement

$$l \frac{1}{r} : l \frac{1}{v} = 67 : 69$$

car $l \frac{1}{r} = -lr$ & $l \frac{1}{v} = -lv$, & il y a sans doute

$$-lr : -lv = lr : lv = 67 : 69$$

III. R E F L E X I O N.

Mais peut-être M. *Dollond* cherchera-t-il à détruire la force de cet argument en ajoutant à sa proportion cette limitation, que des raisons de réfraction $r : 1$ & $v : 1$ il ne faut tirer cette raison $r = 1 : v = 1$, qu'entant que les nombres r & v sont plus grands que l'unité : & que s'il arrivoit, que ces nombres fussent plus petits que l'unité, il faudroit alors renverser ces raisons, & en former celle-cy $\frac{1}{r} = 1 : \frac{1}{v} = 1$. Mais, outre qu'une telle limitation seroit peu conforme à un principe général de la Nature, je ferai voir qu'accordant même cette limitation, son principe ne cesse pas d'impliquer une contradiction ouverte. Car considérons trois milieux A, B, C, dont le premier A soit le plus rare, & le troisième C le plus dense : & posons pour le passage de la lumière de A en B la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction :

pour les rayons rouges, comme r à 1

pour les rayons violets, comme v à 1

Ensuite pour le passage du milieu B en C, soit la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction

pour les rayons rouges, comme R à 1

pour les rayons violets, comme V à 1

Puisque



Puisque donc tant r & v que R & V sont des nombres plus grands que l'unité, le principe de M. *Dollond* exige qu'il soit

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28 \text{ \& } R - 1 : V - 1 = 27 : 28$$

donc $v = 1 + \frac{27}{28}(r - 1)$ & $V = 1 + \frac{27}{28}(R - 1)$

Mais supposons à présent, que les rayons passent immédiatement du milieu A dans le milieu C, & il est évident par les premiers principes de la réfraction, que la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction sera en raison composée des précédentes, savoir

pour les rayons rouges, comme rR à 1

pour les rayons violets, comme vV à 1

Donc, puisque les nombres rR & vV sont à plus forte raison plus grands que l'unité, M. *Dollond* ne sauroit nier, qu'en vertu de son principe il ne dût être

$$rR - 1 : vV - 1 = 27 : 28$$

Or les valeurs déjà trouvées pour v & V donnent

$$vV - 1 = \frac{27}{28}(r - 1) + \frac{27}{28}(R - 1) + \frac{729}{784}(r - 1)(R - 1)$$

laquelle quantité devoit être égale à $\frac{27}{28}(rR - 1)$, ce qui est ouvertement faux ; puisqu'il en suivroit

$$r - 1 + R - 1 + \frac{27}{28}(Rr - R - r + 1) = rR - 1$$

ou $(r - 1)(R - 1) = 0$, dont l'absurdité ne sauroit être révoquée en doute.

IV. R E F L E X I O N.

Il est donc mis hors de doute, que la proportion de M. *Dollond* ne sauroit être admise en aucune manière dans la Théorie de la Réfraction ; & les mêmes argumens prouvent suffisamment, qu'aucune autre proportion que la mienne ne sauroit subsister dans la Nature. Car si pour le passage du milieu A dans le milieu B on a

$$ir : iv = 67 : 69 \text{ ou } \frac{ir}{iv} = \frac{67}{69}$$

P p 3

&



& pour le passage du milieu B dans le milieu C

$$IR : IV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{IR}{IV} = \frac{67}{69}$$

le même principe donnera pour le passage du milieu A dans le milieu C cette proportion :

$$IrR : IvV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{IrR}{IvV} = \frac{67}{69}$$

ce qui est parfaitement d'accord avec les deux proportions précédentes. Et pour peu qu'on fasse attention à ces conditions, que la nature de la réfraction exige, on s'appercvra aisément qu'aucune autre proportion que celle des logarithmes ne sauroit leur satisfaire. Soit donc que feu M. *Newton* ait soutenu la proportion de M. *Dollond*, comme la véritable, ou seulement comme approchante de la vérité, ce qui paroît plus vraisemblable, elle doit également être rejetée; & il n'y a que la proportion, sur laquelle j'ai fondé ma Théorie de la perfection des verres objectifs, qui soit conforme à la Nature. Après le développement de ces argumens invincibles, M. *Dollond* ne fera plus difficulté de reconnoître la justesse des raisonnemens, qui m'ont conduit à la perfection des verres objectifs; & si leur exécution n'a pas répondu jusqu'ici à l'espérance qu'on en a pû concevoir, il avouera avec moy, que la cause doit uniquement être attribuée à la figure sphérique, qu'on donne ordinairement aux faces des verres, laquelle n'est susceptible que d'une très petite ouverture; qui cependant n'empêche pas, que la confusion, que la diverse réfrangibilité des rayons cause dans les objectifs ordinaires, ne soit entièrement détruite, pourvû qu'on donne aux faces des ménisques exactement la figure prescrite par la Théorie, & qu'on fasse l'ouverture assez petite.

V. R E' F L E X I O N.

Cependant il est remarquable, que si la proportion de M. *Dollond* étoit la véritable, il n'y auroit pas absolument moyen de diminuer seulement la confusion de la diverse réfrangibilité des rayons; car elle dépen-



dépendroit toujours également de la distance du foyer des verres, de quelque manière qu'ils soient composés de diverses matières transparentes. Or c'est de là que j'avois tiré un argument à mon avis bien fort contre la proportion de *M. Dollond* : puisqu'il en suivroit, que l'oeil, de quelque différentes humeurs qu'il fût composé, devroit toujours représenter sur la rétine les objets altérés de diverses couleurs, tout comme s'il ne contenoit qu'une seule lentille, & qu'il fût semblable à une petite chambre obscure. Or puisqu'il est très certain, qu'une telle confusion ne se rencontre pas dans la vision, j'en avois conclu, qu'il est possible de prévenir une telle confusion par la composition de diverses matières transparentes, & que par conséquent la proportion de *M. Dollond* étoit contraire à l'expérience. Cependant dans une Lettre qu'il m'a écrite depuis, il n'a pas voulu reconnoître la force de cet argument, sous le prétexte qu'il n'appartenoit point à la question, dont il s'agissoit ; & quoique j'y eusse aussi ajouté une preuve directe de ma proportion, son principe lui sembloit encore trop tenir à cœur, pour l'abandonner. Mais à présent j'espère que les argumens, que je viens d'exposer, seront assez forts pour l'y porter, quelque grand qu'ait pu être son attachement pour son principe.

VI. R E F L E X I O N.

Ce que je viens de dire sur le but des différentes humeurs de l'oeil, nous doit inspirer une idée beaucoup plus sublime de cet organe, qu'on n'en a ordinairement. On compare communément l'oeil à une petite chambre obscure ; mais, quoique cette comparaison soit bien juste en gros, on y découvrira aisément une disparité infinie. Car concevons un oeil semblable à une chambre obscure, ne contenant qu'une seule lentille convexe, dont les deux faces soient sphériques, & une telle machine auroit les grands défauts suivans :

Premièrement les représentations seroient troublées par la diverse réfrangibilité des rayons, & partant bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

En



En second lieu, ce ne seroient que les objets situés dans l'axe de l'oeil, ou à peu près, dont la représentation seroit assez distincte; pendant que la représentation des objets médiocrement éloignés de l'axe deviendrait de plus en plus confuse. Le champ apparent, que la vision sensiblement distincte embrasseroit, s'étendrait à peine à 10 degrés.

Troisièmement, un tel oeil n'admettroit qu'une très petite ouverture, ce qui rendroit la représentation des objets sur le fond extrêmement obscure.

Or nous voyons que dans l'oeil naturel ces trois défauts sont très heureusement évités: la diverse réfrangibilité n'y cause aucune confusion; le champ apparent s'étend fort loin au delà de 90 degrés, sans qu'on s'aperçoive de la moindre confusion dans les objets les plus éloignés de l'axe de l'oeil; & l'ouverture, ou la pupille, surpasse de beaucoup celle, qu'une lentille semblable au cristallin pourroit jamais souffrir.

Il faloit donc bien employer plusieurs matieres transparentes pour pouvoir obtenir ces excellentes qualités; une seule lentille y auroit été peu propre, comme je viens de remarquer. Or le choix de telles matieres, & leur configuration, demandoit la solution de ce problème.

Choisir & arranger en sorte plusieurs matieres transparentes, que la diverse réfrangibilité des rayons ne nuise en rien à la représentation; que tous les objets tant proches qu'éloignés de l'axe soient représentés avec la même distinction; & qu'une très grande ouverture n'y trouble rien.

Il s'agit ici principalement de déterminer la juste figure & courbure de chaque milieu diaphane, pour que toutes les conditions marquées soient remplies. Or ceux qui ont travaillé dans la Théorie de la Dioptrique, savent à combien de difficultés est assujettie la recherche de la figure des faces d'un simple verre, qui puisse soutenir une plus grande ouverture que n'admettent les faces sphériques. Ce problème est

assez



affés difficile dans la Théorie ; & quand on auroit trouvé la juste figure des faces du verre, aucun Ouvrier, quelque habile qu'il soit, ne sera jamais en état de les exécuter dans la pratique. Or, quand même on seroit parvenu à faire un tel verre, il ne présenteroit distinctement que les objets situés dans l'axe, & même à une certaine distance, à laquelle la recherche aura été restreinte ; tous les autres objets ne laisseroient pas d'être présentés confusément. C'est aussi la raison, pourquoi deux faces réfringentes ne sont pas suffisantes, pour procurer une représentation distincte des objets situés à diverse distance & hors de l'axe ; & la seule circonstance de la diverse réfrangibilité des rayons en demande déjà plusieurs. Prenant donc toutes ces conditions ensemble, on peut bien avancer, que la sagacité humaine ne parviendra jamais à déterminer la juste figure de plusieurs surfaces réfringentes, pour que tous les objets à quelque distance, & sous quelque obliquité qu'ils soient situés, soient représentés distinctement, & que, ni la grandeur de l'ouverture, ni la diverse nature des rayons, n'y causent aucune confusion. Ces courbes seront sans doute transcendentes au plus haut degré, & comme personne ne seroit en état de les dessiner, à plus forte raison ne seroit-on jamais capable de les exécuter dans la pratique. Cependant ce qui surpasse si loin tant la portée de l'esprit humain, que l'adresse de l'art, se trouve exécuté au plus haut degré de perfection, non seulement dans les yeux de l'homme & de tous les animaux, mais aussi sans doute dans ceux des plus vils insectes : quelle immensité de Géométrie & de Mécanique n'y faut-il pas admirer ? Après ces réflexions seroit-il bien possible, que la témérité des hommes aillent jusqu'à dire, que les yeux ne soient que l'ouvrage d'un hazard aveugle ? Si les autres argumens pour l'existence de Dieu ne font point d'impression sur l'esprit des Athées, la seule considération de la structure de l'oeil les doit convaincre de l'existence d'un Être souverainement sage & puissant, par rapport auquel la plus haute sagesse de l'homme se réduit à rien, tout comme son art & adresse évanouit entièrement. Mais ayant reconnu l'Auteur de l'oeil, seroit-il bien possi-



ble qu'on doutât encore un moment, que celui qui a fabriqué l'oeil, ne vît pas lui-même ? Et si nous connoissions la structure de l'oreille autant que celle de l'oeil, nous serions convaincus avec autant de force, que celui qui a fabriqué l'oreille, entend lui-même. Notre illustre Président, *Mr. de Maupertuis*, a très bien remarqué que les argumens ordinaires pour l'existence d'un Dieu, n'ont point de prise sur l'esprit d'un Athée entêté ; ce qui est un fait, dont personne ne sauroit douter : mais dès qu'on fait voir, qu'il se trouve dans la Nature de telles loix, qui renferment constamment ou des *Maxima* ou *Minima*, le plus grand Chicaneur fera réduire à abandonner le système du Hazard, malheureux fondement de l'Archeïsme : puisque rien ne sauroit être imaginé si absurde que de dire, que parmi tous les cas également possibles, dont le nombre est infini, le Hazard choisisse toujours & constamment celui, qui se distingue de tous les autres par un *Maximum* ou *Minimum*. Or, c'est précisément sur ce même principe que je fonde la force de mon argument tiré de la structure de l'oeil ; le nombre, la qualité, & la différente figure des humeurs, dont l'oeil est composé, renferment toujours & constamment, non une, mais plusieurs déterminations, dont chacune est le résultat d'un problème, qui surpasse les forces de la plus sublime Géométrie. Supposons que le Hazard ait heureusement rencontré le nombre & la qualité des différentes humeurs propres à former un oeil, & qu'il s'agisse seulement d'en déterminer la figure ; quelle extravagance seroit-ce de soutenir, que le pur Hazard choisisse toujours & constamment parmi routes les figures possibles, dont chacune de ces humeurs est susceptible, & dont le nombre est sans contredit infini ; que le Hazard, dis-je, en choisisse toujours & constamment celle qui convient le mieux au dessein, & que même le plus grand Géomètre n'est pas capable de trouver ?

Tant qu'on parle en général des Loix de la Nature, & du plus grand ou plus petit qu'elles renferment, quantité de monde n'en est que très foiblement touché ; mais, lorsqu'on leur met devant les yeux ces mêmes Loix appliquées à la structure de l'oeil, comme certaines déterminations

tions



tions qui surpassent même la portée de l'esprit humain, y sont toujours & constamment observées, tout le monde en doit être très sensiblement frappé; & il me semble que, quelque obstiné que puisse être un Athé, il doit nécessairement succomber à la force de cet argument.

Or, quelque inébranlable que soit cet argument, il doit acquérir encore plus de force, si l'on fait attention à la diversité des yeux, chaque animal étant pourvu d'une telle structure, qui convient le plus parfaitement à ses besoins. Le problème demeure bien toujours le même; mais, puisque les conditions peuvent varier, la solution devient différente: car, parce que pour les poissons les rayons passent de l'eau dans leurs yeux, cette diversité de réfraction en doit produire une dans les humeurs & leur configuration, & il n'y a aucun doute que cette différence requise par la Théorie ne soit parfaitement accomplie dans les yeux de chaque poisson.

VII. R E F L E X I O N.

Je dois encore ajouter une réflexion, qui n'éclaircira pas peu la Théorie de la réfraction. D'abord, on auroit pu s'imaginer, que la question sur la diverse réfrangibilité des rayons à l'égard de différens milieux transparens, ne sauroit être décidée que par l'expérience; car, comme c'est uniquement à l'expérience, que nous devons la connoissance de la diverse réfrangibilité des rayons, il semble qu'il n'y auroit pas d'autre moyen que de consulter l'expérience sur cette question. Mr. *Dollond* paroît être dans ce sentiment, croyant que ma proportion auroit été aussi possible que la sienne, mais que l'expérience avoit décidé pour celle-cy. Or, après que j'ai fait voir, que l'expérience ordinaire ne sauroit plus favoriser l'une que l'autre de ces deux proportions, on ne sera pas peu surpris, que cette question tire sa décision de la seule Théorie; de sorte que dès qu'on tombe d'accord, que les rayons de lumière sont assujettis à une diverse réfrangibilité, aussi-tôt est-on obligé de reconnoître, qu'aucune autre proportion que la mienne



ne fauroit avoir lieu dans la Nature. Ma proportion contient donc une de ces vérités qu'on nomme nécessaires, & il auroit été impossible, que toute autre proportion eut été établie dans le Monde; car toute autre proportion renferme les mêmes contradictions, que celle que Mr. *Dollond* avoit soutenuë; ce qu'il sera aisé de démontrer en en faisant l'application au cas développé dans ma troisième réflexion. Il est par conséquent aussi nécessairement certain, qu'aucune proposition de Géométrie, que lorsque $r : 1$ marque le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour les rayons rouges, & $v : 1$ le même rapport pour les rayons violets dans le passage d'un milieu transparent dans un autre; alors le rapport des logarithmes des nombres r & v , ou bien la fraction $\frac{lr}{lv}$ conserve toujours la même valeur, de quelque manière que varient les deux milieux transparens, par lesquels le passage se fait.

VIII. REFLEXION.

Donc, dès qu'on fait la réfraction des rayons rouges dans un passage quelconque, on trouvera aisément la réfraction des rayons violets dans le même passage : car, soit le rapport du sinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons rouges, comme $r : 1$, & pour les violets comme $v : 1$; & puisque $\frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$, on aura $lv = \frac{69}{67} lr$, & partant $v = r^{69:67}$, d'où connoissant la valeur du nombre r , on déterminera aisément celle de v . Or par les Expériences communes on découvre ordinairement la réfraction des rayons moyens, qui tiennent un milieu entre les rouges & les violets, & par la même règle ayant trouvé la réfraction des rayons moyens on pourra déterminer tant celle des rayons rouges que des violets. Car supposons pour un passage quelconque la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction,

pour



pour les rayons moyens, comme $m : 1$

pour les rayons rouges, comme $r : 1$

pour les rayons violets, comme $v : 1$

& les logarithmes de ces trois nombres m , r & v , seront toujours entr'eux comme les nombres 68, 67, & 69, ou bien on aura

$$l r = \frac{67}{68} l m \quad \& \quad l v = \frac{69}{68} l m$$

d'où connoissant le nombre m on trouvera aisément les deux nombres r & v . Pour en donner un exemple, soit $m = 1, 73$, & on n'aura qu'à faire le calcul suivant :

$$\begin{array}{rcl} l m & \text{=====} & 0,2380461 \\ \text{donc} \quad \frac{1}{68} l m & \text{=====} & 0,0035007 \end{array}$$

$$l m - \frac{1}{68} l m = l r = 0,2345454$$

$$l m + \frac{1}{68} l m = l v = 0,2415468$$

d'où l'on trouve les nombres r & v

$$r = 1,716111 \quad \& \quad v = 1,744001$$

Donc, lorsque le sinus d'incidence est au sinus de réfraction pour les rayons moyens, comme 1, 73 à 1, alors la même raison fera

pour les rayons rouges, comme 1,716111 à 1

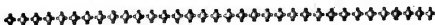
pour les rayons violets, comme 1,744001 à 1





A V E R T I S S E M E N T.

L'Académie. Royale des Sciences de Paris s'étant hâtée contre son usage, de publier dans ses Mémoires de l'année 1749. des Réflexions de M. le Chevalier d'Arcy sur le Principe de M. de Maupertuis, qu'il n'a données que l'an 1752, l'Académie de Berlin croit pouvoir publier l'examen, qui suit, une année plutôt qu'il n'auroit dû paroître.



E X A M E N

DES REFLEXIONS DE M. LE CHEVALIER D'ARCY
SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.

PAR M. BERTRAND.

Rien ne semble plus simple au premier coup d'oeil que le Principe de la moindre Action ; & tant qu'on n'attache à ces mots *moindre action* que la signification vague qu'ils ont dans l'usage vulgaire, il n'est si foible discoureur, qui n'ébourdisse par un galimatias philosophique sur la maniere, dont il décide que la Nature opère.

D'autres gens que l'érude des Mathématiques a accoutumé à se faire des idées plus fixes, ont joint des déterminations à cette idée vague de l'*Action* & du *Principe* ; mais faute de les avoir puisées dans les

les



les livres de l'Inventeur, ou faute d'avoir compris la nature de celles qu'il donne, ils s'en sont fait de fausses idées ; d'après lesquelles ayant raisonné, ils sont tombés dans des contradictions, qu'ils n'ont pas manqué d'attribuer au principe, là où ils n'auroient dû accuser que leur précipitation.

M. le Chevalier *d'Arcy*, après les plus fortes assurances de son amour pour la Vérité, entreprend de renverser le Principe de M. de *Maupertuis* ; mais l'on voit avec étonnement qu'il ne renverse que les fausses idées qu'il s'en est faites, & que, bien loin que les absurdités qu'il a crû conclure du Principe en ébranlent la solidité, il auroit été au contraire très préjudiciable au Principe, que, de la manière qu'il s'en est servi, il fût venu à des conclusions certaines : car ce qu'il a posé = *minimum* n'étant rien moins que la quantité d'Action, on auroit pu croire, si les conclusions eussent été vraies, qu'il étoit fort indifférent de quel Principe partir pour arriver aux Vérités que la Mécanique renferme. C'est ce qu'on va voir plus en détail. M. *d'Arcy* commence par l'Enoncé général du Principe de M. de *Maupertuis* : cet Enoncé lui offre deux objets ; le premier, *que l'action est proportionnelle au produit de la Masse par la vitesse & par l'espace parcouru* ; Le second ; *que la quantité d'Action nécessaire pour produire un changement dans la Nature, est un minimum, & que c'est cette quantité d'Action qui est la vraie dépense de la Nature, qu'elle ménage le plus qu'il est possible.*

On est fort surpris du biais dont M. *d'Arcy* considère son premier objet ; on se seroit attendu qu'il auroit dit : il est ici question d'une définition : il est libre à un Philosophe de changer la signification des mots dans des vues particulières ; à plus forte raison lui est-il permis de le faire, lorsque les mots qu'il définit n'ont dans l'usage ordinaire qu'une signification vague, sujette aux équivoques : mais point du tout. M. *d'Arcy* ne veut pas absolument que ce mot *Action*, puisse signifier ce que M. de *Maupertuis* lui a fait signifier, & il le démontre



montre en faisant voir que le sens que *M. de Maupertuis* y a joint, est incompatible avec celui que lui-même y attache. Examinons les raisons que *M. d'Arcy* allégué pour faire voir, que ce mot *Action* doit nécessairement être astreint à la signification qu'il lui donne.

M. d'Arcy veut que l'Action de divers Corps durs soit censée égale, si chacun de ces Corps est capable de réduire au repos, le même corps dur mû d'une certaine vitesse. Donc l'action d'un corps doit se mesurer par le produit de sa masse & de sa vitesse. Mais c'est une chose dont tous les Philosophes conviennent, que dans le choc des corps durs une partie du mouvement se détruit, celle-la même qui seroit reproduite si les corps étoient élastiques : d'où il suit que, si un corps dur dont la masse seroit $= 1$, & la vitesse $= 1$, étoit réduit au repos, tant par un corps B dont la masse $= 1$, & la vitesse $= 1$, que par un corps, C dont la masse $= \frac{1}{2}$, & la vitesse $= 2$, on ne pourroit affirmer positivement que l'action du Corps B fût égale à celle du Corps C, à moins qu'on, n'eût préalablement prouvé que lorsque B, choque A, il se perd la même quantité de mouvement, que lorsque C choque A. Car s'il étoit vrai que dans un cas il se perdit plus de mouvement que dans l'autre, le repos en ce cas ne devoit pas être attribué à l'égalité d'action des deux corps, mais à la plus grande perte de mouvement; en effet si cette perte n'eût été plus grande, il seroit resté quelque mouvement aux corps qui se sont choqués, & partant le repos n'auroit point suivi le choc.

Afin donc que le raisonnement par lequel *M. d'Arcy* a voulu appuyer sa définition de l'Action fût concluant, il faudroit qu'il prouvât que la même quantité de mouvement se perd, soit que B choque A, ou que C choque A. Or c'est ce qu'il ne prouvera jamais.

Ne pouvant rien faire de ce côté-là, peut-être prétendra-t-il qu'il suffit de regarder au changement qui arrive au Corps A après le choc : mais, s'il ne regarde qu'à l'effet produit sur le corps choqué, on lui



lui objectera le choc des corps élastiques, où un corps A dont la masse $= 1$ & la vitesse $= 1$ est réduit au repos, tant par un corps B dont la masse $= 1$ & la vitesse $= 0$, que par un corps C dont la vitesse $= \frac{1}{2}$ & la masse $= \frac{1}{2}$, ou encore par un corps D dont la masse $= \frac{1}{2}$ & la vitesse $= 1$. Or M. d'Arcy contrediroit sa propre définition de l'Action, s'il prétendoit que les actions des corps B, C, D, sont égales entr'elles. Donc le fondement sur lequel M. d'Arcy a voulu appuyer sa manière d'estimer l'action, manque absolument de solidité.

Les prétentions de M. d'Arcy sur les idées, qu'on doit joindre nécessairement au terme *Action*, sont donc vaines ; & quand il auroit mieux réussi à les faire valoir, il n'auroit du tout point prouvé, que M. de Maupertuis a eu tort de nommer *Action* ce qu'il a nommé *Action* : chaque Philosophe étant libre d'attacher à un mot l'idée qu'il lui plaît, pourvu qu'il le fasse de manière, qu'il n'y ait pas à craindre d'équivoque. Je sçai bien qu'il faut s'écarter le moins qu'on peut de l'usage reçu ; mais c'est une maxime qu'on ne sçauroit reprocher à M. de Maupertuis d'avoir négligée ; car de la façon dont il envisage l'action dans les deux problèmes qu'il a résolu, touchant le choc des corps tant élastiques que non élastiques, les plans qu'il introduit pour représenter le changement causé par le choc, ont une fonction active qui consiste à tirer le corps choqué & le corps choquant selon un certain espace & avec une certaine vitesse, dont le produit par la masse donne l'action : & sans l'aide de cette fiction, de quel nom M. d'Arcy veut-il qu'on nomme l'opération de la Nature, quand par quelque cause ce soit elle transporte un corps d'un lieu dans un autre avec une certaine vitesse ?

L'attention scrupuleuse de M. d'Arcy à reprendre tout ce qui peut fournir matière à sa critique, m'autorise à relever une faute, qui lui est échappée, dans son dernier paragraphe touchant la définition de l'*Action*. Après y avoir estimé suivant l'estime de M. de Maupertuis



les actions des corps B, & C, qu'il suppose s'être réciproquement réduits au repos, il conclut par le Principe de M. de Maupertuis, que les actions des corps B, & C, doivent être égales. M. d'Arcy aura voulu conclure par la définition, (car pour le Principe, il n'a pas du tout de connexion avec la conclusion qu'on prétend en tirer.) Mais de la définition de l'Action de M. de Maupertuis il ne suit nullement, que toutes les fois que les vitesses & les masses de deux corps durs sont tellement combinées, que le repos suive du choc de ces corps, les Actions de ces corps sont égales : cela ne suit pas même de la définition de l'Action de M. d'Arcy, comme je l'ai fait voir plus haut.

Après cette attaque infructueuse de la définition que M. de Maupertuis donne de l'Action, M. le Chevalier d'Arcy s'accommodant au sens que M. de Maupertuis a attaché au mot *action*, forme contre le Principe même une seconde attaque qui semble annoncer quelque chose de plus que la première ; il prétend renverser cette partie de l'énoncé général de M. de Maupertuis : *Que, la quantité d'Action nécessaire pour produire un changement dans la Nature est la plus petite qu'il soit possible ; que c'est cette action qui est la vraie épargne de la Nature.* Voici comme il s'y prend. Il estime quelle est avant le choc l'Action de deux corps A, & B ; il estime ensuite l'action de ces mêmes corps après le choc, prend la différence de ces actions, la pose = *minimum*, & conclut une absurdité. Le Principe de M. de Maupertuis est donc démontré faux, puisque cette absurdité en dérive. Cependant M. de Maupertuis ayant dit expressément, que non la différence des Actions avant & après le choc, mais la quantité d'action nécessaire pour produire le changement est la plus petite ; M. d'Arcy ne prouve autre chose, si non que, si on estimoit l'action d'une manière différente de celle que M. de Maupertuis propose, & qu'ensuite de cette estimation l'on raisonnât d'après son principe, l'on tomberoit dans de grandes erreurs.

La quantité d'Action nécessaire pour produire un changement, n'est pas la différence des actions avant & après le changement. Mais
en



en tout changement la quantité d'action nécessaire pour le produire, est égale au produit de la Masse des Corps dont l'état est changé, par l'espace que ces corps parcourent ensuite du changement, & par la vitesse avec laquelle ils le parcourent, aussi ensuite du changement ; & toutes les fois que M. d'Arcy n'estimera pas l'action sur ce pied-là, je crains fort que la vérité ne lui échape. C'est aussi sans doute pour s'en rapprocher qu'il passe immédiatement au Calcul de M. de Maupertuis, tel qu'il l'a posé & déduit, pour trouver la loy du choc des Corps durs. Car M. d'Arcy, loin de rendre ce calcul suspect, ce qui sans doute eut donné une grande atteinte au Principe de M. de Maupertuis, n'y trouve à redire que la trop grande évidence de la Conclusion. M. d'Arcy avoit besoin de cette réflexion pour concilier cette contradiction apparente ; savoir, comment il étoit possible que lui & M. de Maupertuis, étant tous deux partis du Principe de la moindre Action, fussent arrivés par des conséquences toutes mathématiques, lui M. d'Arcy à une absurdité, & M. de Maupertuis à une Vérité bien reconnue. M. d'Arcy fait entendre, que M. de Maupertuis connoissant antérieurement que $A(a-x) = B(x-b)$, il lui avoit été facile de s'appercevoir qu'on pouvoit obtenir la même équation en posant la formule $[A(a-x)^2 + B(x-b)^2] = \text{minimum}$, quoy qu'elle ne fût pas la quantité d'action, M. d'Arcy venant de la trouver toute autre. Mais il est si clair que la quantité dont M. de Maupertuis a fait un *minimum*, est vraiment la quantité d'Action ; & que la quantité que M. d'Arcy a prise pour l'action, y ressemble si peu, que je crois que nous concilierons tout, en disant, que tous les raisonnemens de M. d'Arcy portent sur une idée fautive de l'action ; d'où il suit que plus il aura raisonné juste, en partant de cette fautive idée, plus aussi sa dernière conséquence aura du être absurde.

Cependant il semble que M. d'Arcy n'a pas toujours eu une idée si claire de la grande évidence de cette conclusion : que lorsque $A(a-x) = B(x-b)$ la formule $[A(a-x)^2 + B(x-b)^2]$



doit être un *minimum*. Car voulant la rendre plus générale, il soutient que si $AZ = BX$, où Z & X marquent des fonctions de x , alors la formule $[AZZ + BXX]$ sera toujours un *minimum*, & *vice versa*: il se trompe fort dans cette généralisation, elle sera toujours fautive, excepté le seul cas où $dZ + dX = 0$, c. a. d. excepté le seul cas qu'il a voulu généraliser.

M. d'Arcy travailloit donc moins qu'il ne pensoit pour la Vérité, lorsqu'il s'efforçoit de prouver que M. de Maupertuis n'avoit pas eu la vraie idée de l'action; & que dans l'application il s'étoit moins dirigé par la teneur de son principe, que par une connoissance antérieure du vrai; du reste s'il veut continuer de trouver trop d'évidence dans les conclusions de M. de Maupertuis, peu de gens croiront que ce soit là une matière à critique.

On trouvera aussi bien déplacée la réflexion que fait M. d'Arcy, que l'accord du Principe avec le choc des corps ne sçauroit être regardé comme une démonstration métaphysique du Principe. Comme si ç'avoit été l'intention de M. de Maupertuis de démontrer métaphysiquement son Principe, en faisant voir son accord en résultat des faits avec la loi connue du choc des corps. On ne peut supposer ici à M. de Maupertuis, que le dessein de donner une preuve allés convainquante de son Principe, fondée sur ce que les changements qui arrivent dans la Nature, y sont pour la plus part causés par le choc, en sorte que, dès qu'une fois il a montré que l'action requise pour les changements produits par le choc, est un *minimum*, on peut sans balancer étendre ce principe à tous les changements qui arrivent dans la Nature: & M. d'Arcy feroit fort peu de cas de la Vérité, s'il dédaignoit un Principe d'une application si universelle.

Le Principe pour déterminer les états d'équilibre, ne plait pas davantage à M. d'Arcy. Pour en faire voir le défaut, il continuë, suivant la méthode qu'il a employée jusques ici, d'en tirer une conclusion fautive; mais cette fois-ci comme les autres, la conclusion n'est fautive que parce qu'il n'a pas suivi l'esprit du Principe, & qu'il a introduit dans sa recherche une considération très défectueuse.

M.



M. *d'Arcy* suppose un levier dont la longueur soit c , aux extrémités duquel soient attachés deux corps A, & B. Il pose la distance d'A au point d'équilibre $= z$, celle de B $= c - z$. Il suppose ensuite, que le corps A se meut avec une petite vitesse V, & qu'il parcourt un espace $= a$, ce qui lui donne $\frac{V(c-z)}{z}$,

pour la vitesse de B, & $\frac{a(c-z)}{z}$, pour l'espace parcouru par B ;

d'où il tire la quantité d'action de tout le système $\left[AVa + \frac{BVa(c-z)^2}{zz} \right]$.

Cela fait, avant de différentier, il suppose V & a constant : mais quelle prérogative de A sur B, pour poser constante la vitesse & l'espace parcouru par l'un A, plutôt que la vitesse & l'espace parcouru par l'autre B ? N'est ce pas pécher contre une des règles générales de l'Analyse ; que les quantités qui entrent également dans le calcul, ne doivent pas s'y distinguer l'une de l'autre ? Car, si telle est la nature de la question, que l'on ne peut rien dire de l'une de ces quantités qui ne doive aussi bien se dire de l'autre ; que doit-on attendre d'une fiction qui s'efforce de les distinguer, sinon ou qu'elle embrouille la question, ou qu'elle la rende tout à fait contradictoire ? Si M. *d'Arcy* eut fait attention à cette circonstance, il se seroit rendu une meilleure raison qu'il n'a fait, de ce pourquoi Mr. *de Maupertuis* pose constant l'angle que les corps A & B décrivent autour du point d'appui du levier ; car cet angle étant le même pour l'un & pour l'autre corps, la supposition que cet angle est constant, n'affecte pas plus un des corps que l'autre, ainsi que la nature de la chose l'exige.

Néanmoins cette supposition de Mr. *de Maupertuis* paroît tout à fait gratuite à M. *d'Arcy* ; & la raison qu'il en donne, c'est qu'à chaque valeur de z , l'action ou le temps nécessaire pour faire parcourir aux corps A, & B, l'angle supposé constant est différent. Or cette raison qu'il a crû apporter contre la supposition de M. *de Maupertuis*, fait en sa faveur, on ne peut pas plus ; car, si l'action nécessaire pour faire dé-



crire à B, & A, l'angle supposé constant, n'étoit pas différente pour chaque valeur de z , il seroit bien ridicule de chercher laquelle de ces actions est la moindre, l'une ne différant pas de l'autre.

Au surplus, quand Mr. d'*Arcy* dans sa recherche de l'état d'équilibre auroit évité le grand inconvénient, de supposer constante la vitesse & l'espace parcouru par le corps A, plutôt que la vitesse & l'espace parcouru par B, c'est une règle suivie par tout Lecteur qui cherche moins à critiquer qu'à s'instruire, que toutes les fois qu'un énoncé général est suivi d'une application, il faut chercher dans cette application la détermination plus exacte du sens de cet énoncé; plutôt que de se plaire à en tirer des conséquences absurdes avant de l'avoir bien saisi.

Ce que Mr. d'*Arcy* ajoute, que quelles que fussent les loix de la Nature, il seroit aisé de trouver une fonction des vitesses & des masses qui étant un *minimum* donneroit ces loix. Cela peut être vrai de plusieurs cas particuliers, quoy qu'il se rencontrât bien des problèmes où il seroit fort difficile d'assigner la fonction qui étant posée = *minimum*, donneroit la solution du problème. Mais quelle comparaison entre une découverte astreinte à un cas particulier, & un Principe général, qui réduit à une toutes les loix de la Nature, & qui dans l'infinie diversité des effets qui varient le spectacle de l'Univers, demeure constamment inviolable! Certainement en quelque système que ce fût, celui qui le premier en auroit découvert la loy universelle, y seroit glorieusement distingué.

L'on ne doit pas être surpris que les objections de Mr. d'*Arcy* contre le principe de Mr. de *Maupertuis* soient si foibles; (l'amour de la Vérité à part.) Il n'étoit pas indifférent à Mr. d'*Arcy* que le principe de Mr. de *Maupertuis* fut vrai ou faux; il avoit lui même un principe général à proposer, il étoit naturel qu'il voulut lui procurer l'honneur de la primauté. Ce Principe, dit Mr. d'*Arcy*, ne sera sujet à aucunes objections.

Ce



Ce Principe dans un certain sens peut être admis, mais il ne conduira jamais à des découvertes importantes; encore moins nous montrera-t-il, pour ainsi dire, les vraies vues de la Nature: circonstances qui le mettent infiniment au dessous de celui de Mr. de Maupertuis. Et si quelcun, à l'imitation de Mr. d'Arcy, faisoit de ce principe une mauvaise application, il pourroit en tirer les conséquences les plus absurdes.

Mr. d'Arcy commence par une définition, & nomme l'action d'un corps autour d'un point, *la masse multipliée par la vitesse, & par la perpendiculaire tirée de ce point sur la direction des corps*. Si nous voulions suivre l'exemple de Mr. d'Arcy, que d'objections ne ferions-nous pas contre cette définition? En combien de manieres ferions-nous voir qu'elle est différente de toutes les idées que les Philosophes ont attaché au mot d'action? Car quelle relation d'un point arbitraire, absolument étranger au mouvement d'un corps, avec l'action de ce corps? Cependant pour maintenir sa définition, Mr. d'Arcy se fait fort de l'autorité de Mr. d'Alembert; & cite comme tout à fait d'accord avec la sienne, la définition de l'action qui se trouve dans le Dictionnaire de l'Encyclopédie, où il est dit: *L'Action est le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps*. Or, quelque vague que soit cette définition, & susceptible de diverses interprétations; c'est se moquer ouvertement du monde que de prétendre qu'elle soit parfaitement d'accord avec celle de Mr. d'Arcy. Mr. de Maupertuis pourroit l'alléguer en sa faveur avec beaucoup plus de raison. Mais laissons cela, & voyons comment Mr. d'Arcy continuë; par conséquent, dit-il, *si deux corps en mouvement agissent sur un troisième en repos, mais dans des sens différents; le résultat de l'action des deux corps sera le mouvement produit dans le troisième corps; & ce résultat sera égal à celui qui seroit produit par l'action d'un des corps, moins l'action de l'autre*. Si c'est une conséquence de la définition, il faut bien de la pénétration pour y venir: & peut être M. d'Arcy s'en vante-t-il le seul qui en soit capable. Or, poursuit-il, ceci bien considéré, (peu de



de personnes feront cette considération,) *mon principe général s'énonce ainsi. Toute l'action, (existante dans la Nature dans un instant quelconque,) autour d'un point donné, étant produite dans un seul corps donné, la quantité d'action de ce corps sera toujours la même autour de ce point.*

Cette application à un seul corps est bien peu de chose ; & de quelque manière qu'on l'envisage, il n'en résulte rien, sinon que ce corps poursuivra son mouvement uniformément en ligne droite. Mais en l'appliquant dûment à plusieurs corps, on doit convenir que c'est une belle propriété, déjà connue & remarquée par d'autres Philosophes. M. Euler, dans le premier volume de ses Opuſcules, nomme la même chose *momentum motus gyatorii* ; il en a démontré la conservation, de même que celle des forces vives, & a fait voir que ce principe est d'un grand secours pour abrégier la solution de quantité de Problèmes, quoiqu'il ne fût pas pour donner en entier la solution.

Quand Mr. d'Arcy applique au choc des corps le Principe en question, la considération d'un point fixe est tout à fait étrangère, puis qu'elle s'en va d'abord par la division. Ce n'est pas non plus fort à propos que M. d'Arcy, quand il veut chercher la propriété du levier, imagine que les corps viennent frapper le levier : c'est un problème fort différent, lorsqu'on demande le point d'équilibre d'une verge chargée de poids, ou lorsqu'on cherche le point appui d'une verge, tel que deux corps venant frapper cette verge avec la même vitesse, ces deux corps restent en repos après le choc. De plus M. d'Arcy n'allègue aucune raison de ce qu'il suppose les vitesses des corps les mêmes ; de sorte que tout ce qu'il rapporte de son Principe n'en donne pas une fort grande idée, & fait voir que lui même n'en a pas bien connu l'étendue. On pourroit faire encore nombre de réflexions sur l'insuffisance de ce Principe appliqué à la réfraction des rayons de lumière ; mais il semble qu'il y auroit une sorte de mauvaise humeur à examiner si rigoureusement ce que M. d'Arcy paroît avoir voulu traiter cavalièrement.



RECHER-



R E C H E R C H E S
SUR LA VERITABLE COURBE QUE DECRIVENT
LES CORPS JETTÉS DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE
FLUIDE QUELCONQUE,
PAR M. EULER.

I.

Après la découverte de Galilée, que les corps jettés obliquement dans un espace vuide décrivent toujours une parabole, on s'est bien apperçu, qu'on n'en sauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un boulet de Canon. Car, puisque la vitesse, dont ces corps traversent l'air, est si rapide, la résistance de l'air devient si grande par rapport à la pesanteur, que son effet détourne très considérablement ces corps d'une route parabolique; de sorte que les calculs fondés sur la nature de la parabole ne sont plus d'aucun usage dans ces occasions. C'est dequoi il ne faut pas être surpris; puisque Galilée dans sa recherche n'a tenu compte d'autres forces, qui agissent sur les corps, que de la seule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la résistance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps, qui se meut dans un fluide, est assujetti. L'une est la force de gravité, ou la pesanteur du corps, sur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle est moindre que la pesanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement se fait. L'autre force est celle de la résistance, qu'on fait être proportionnelle aux quarrés de la vitesse du corps; & quand le corps est un globe, comme on le suppose ordinairement, la direction de cette



force est diamétralement opposée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de direction, au lieu que la première demeure toujours la même. Il s'agit donc de déterminer la courbe, qu'un corps jetté obliquement doit décrire, étant sollicité par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette question se réduise aisément à un problème purement analytique, le grand *Newton* y a inutilement travaillé malgré des recherches très ingénieuses pour arriver à sa solution. Il étoit même le premier qui l'eut entreprise ; & ayant si bien réussi dans la supposition, que la résistance soit proportionnelle à la vitesse même, il est presque inconcevable, qu'il ne soit pas venu à bout, lorsque la résistance est supposée proportionnelle aux quarrés de la vitesse, après avoir résolu quantité de questions incomparablement plus difficiles. C'est donc feu M. *Jean Bernoulli*, qui a donné le premier la solution de ce problème, d'où il a même tiré une construction de la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbes transcendentes, dont la description n'est cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand problème résolu, & même très bien résolu, il y a longtems. Cependant la solution, quelque bonne qu'elle soit dans la Théorie, est pourtant telle, qu'on n'en a pu tirer jusqu'ici le moindre secours pour la Pratique, & pour en corriger la fausse Théorie fondée sur la parabole, à laquelle les Artilleristes sont encore obligés de s'en tenir, quoiqu'ils n'en connoissent que trop l'insuffisance. Ainsi il est certain que cette solution n'a apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, & il semble qu'elle n'a servi qu'à mieux affermer les gens du métier de la fausseté de leurs principes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne laissent pas d'être réduits encore. C'est bien quelque chose que de savoir, que les règles ordinaires trompent ; mais à moins qu'on ne sache assez précisément, de combien elles trompent en chaque cas, l'avantage se réduit à fort peu de chose.

5. Il semble aussi d'abord, que ce seroit un ouvrage sans fin que d'entreprendre d'établir de nouvelles règles pour le jet des bombes & des boulets de canon, qui soient conformes à la véritable courbe, que ces corps décrivent dans l'air. Car comme l'hypothèse de Galilée ne demande que l'élévation du mortier avec la vitesse, dont la bombe en sort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas possibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point, où elle doit retomber en terre. Mais, si l'on vouloit faire de semblables Tables, qui soient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou boulet, qu'à son poids : & partant on seroit dans la nécessité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, & tous les poids qui lui pourroient convenir : ce qui rendroit sans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien pesé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait insurmontables ; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui semblent différens, peuvent être compris dans une même Table ; & quoique, ce nonobstant, le nombre des cas ne laisse pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il suffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer ensuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage sera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, & à une instruction, qui en enseigne l'usage ; & cela sera suffisant pour calculer tous les cas, qui se peuvent présenter dans l'Artillerie, & on sera en état de les expédier presque aussi promptement, que dans l'hypothèse vulgaire de Galilée.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la solution de cette question des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je considère le vrai poids du globe, dont il s'agit de déterminer le mouvement ; & posant ce poids $= P$, soit Π le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement se fait : cela posé, on fait que le poids de ce globe dans le fluide sera $= P - \Pi$;



ce qui étant la force qui sollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit sur ce globe, sera $\frac{P - \Pi}{P}$

$\frac{P - \Pi}{P}$. Cette force accélératrice se trouvera donc en re-

tranchant de l'unité la fraction $\frac{\Pi}{P}$, qui marque le rapport de la gravité spécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorsque le mouvement se fait dans l'air, à moins que le globe ne soit d'une matière extrêmement légère, on voit bien, qu'on pourra supposer sans erreur cette force accélératrice $\frac{P - \Pi}{P}$: cependant pour rendre mes recherches générales, j'exprimerai par a dans la suite cette force accélératrice de la gravité, de sorte que $a = \frac{P - \Pi}{P}$.

8. Pour découvrir la résistance de ce globe, soit d son diamètre, & v la hauteur, d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant la même vitesse, dont nous supposons, que le globe se meut dans le fluide. Posant donc le rapport du diamètre à la circonférence $\frac{d}{\pi d} = 1 : \pi$, l'aire du plus grand cercle de ce globe sera $\frac{1}{4} \pi d d$; donc sa surface $\frac{1}{2} \pi d d$, & la solidité du globe même $\frac{1}{12} \pi d^3$, qui exprimera donc le volume d'une masse du fluide, dont le poids est $\frac{1}{12} \pi d^3$; ainsi que nous venons de supposer. Ensuite, si un plan égal au grand cercle $\frac{1}{4} \pi d d$ se mouvoit directement dans le fluide avec la vitesse du globe, on fait que la résistance seroit égale au poids d'un cylindre du fluide, dont la base seroit $\frac{1}{4} \pi d d$, & la hauteur v : & la solidité par conséquent $\frac{1}{12} \pi d d v$. Or on sait aussi que la résistance du Globe ne vaut que la moitié de celle du grand cercle; donc la résistance du globe sera égale au poids d'une masse du fluide, dont le volume $\frac{1}{24} \pi d d v$.

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{24} \pi d^3$ étant $\frac{1}{24} \pi d^3$, le poids du volume que nous venons de trouver $\frac{1}{24} \pi d d v$ sera

$\frac{1}{24} \pi d d v$



$= \frac{3v}{4d} \Pi$; qui exprime la force de la résistance, & si nous la divisons par la masse, ou le poids du globe P , nous aurons la force retardatrice, qui résulte de la résistance, $= \frac{3v}{4d} \cdot \frac{\Pi}{P}$; & dont la direction est contraire au mouvement du globe. Or, puisque tant le diamètre du globe d , que le rapport de la gravité spécifique à celle du fluide, ou P à Π , est supposé être connu, je poserai pour abrégé $\frac{4d}{3} \cdot \frac{P}{\Pi} = c$, pour avoir la force retardatrice de la résistance $= \frac{v}{c}$. Or l'on voit que pour l'air, la valeur de la fraction $\frac{P}{\Pi}$ fera toujours un nombre très grand ; car si le globe n'étoit pas plus pesant qu'un égal volume d'eau, il y auroit $\frac{P}{\Pi} = 850$ ou environ.

10. Le rapport de la gravité spécifique du globe & du fluide se trouve le plus aisément par le moyen de l'eau ; car sachant le poids P du globe, on aura d'abord le volume d'une masse d'eau, dont le poids est aussi $= P$, puisqu'on connoît le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc e^3 le volume de cette masse d'eau dont le poids $= P$, & que la gravité spécifique de l'eau soit à celle du fluide, dans lequel se fait le mouvement comme 1 à μ , & $\frac{1}{\mu} e^3$ sera le volume de ce fluide, dont le poids est $= P$. Or Π marque le poids d'une masse du même fluide, dont le volume est $= \frac{1}{4} \pi d^3$, d'où nous tirons $P : \Pi = \frac{1}{\mu} e^3 : \frac{1}{4} \pi d^3$, ou $\frac{P}{\Pi} = \frac{6 e^3}{\mu \pi d^3}$: donc nous aurons $c = \frac{8 e^3}{\mu \pi d d}$. Et partant



partant si le mouvement se faisoit dans l'eau, à cause de $\mu = 1$, on auroit $c = \frac{8 e^3}{\pi d d}$; or, lorsque le mouvement se fait dans l'air, on aura à peu près $c = \frac{6666 e^3}{\pi d d}$, ou $c = \frac{2133 e^3}{d d}$.

11. Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'est pas trop vite, pour que l'air puisse aussitôt librement remplir l'espace, que le globe vient de quitter. Mais si le mouvement est si rapide, que l'air ne sauroit occuper dans le même instant l'espace; que le globe laisse après soi, de sorte que cet espace demeure vuide, du moins pour un instant, alors le globe soutenant sur sa partie d'avant toute la pression de l'atmosphère, qui n'étant pas contrebalancée par une pression égale de derrière, il est clair que la résistance sera augmentée de toute la pression de l'atmosphère sur la partie antérieure du globe. Donc, posant k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui est en équilibre avec l'atmosphère, cette pression sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4} \pi d d k$; & partant au poids d'une masse d'air dont le volume $= 213 \pi d d k = 669 d d k$ à peu près.

12. La résistance entière du globe dans l'air sera donc dans ce cas égale au poids d'une masse d'air, dont le volume $= \frac{1}{4} \pi d d v + 213 \pi d d k$. Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air $= 850 e^3$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{\pi d d v}{6666 e^3} + \frac{\pi d d k}{4 e^3}$. Or nous venons de poser $c = \frac{6666 e^3}{\pi d d}$, où bien $\pi d d = \frac{6666 e^3}{c}$; donc la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c} + \frac{6666 k}{4 c} = \frac{v + 1666 k}{c}$.

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la vitesse du globe est plus grande, que celle dont l'air en vertu de son ressort entreroit dans un



un espace vuide. Or le ressort étant égal au poids d'une colonne de même air, dont la hauteur $\equiv 850k$, la vitesse dont l'air entrera dans un espace vuide sera due à la hauteur $850k$; donc, toutes les fois que $v > 850k$, la force retardatrice de la résistance de l'air sera $\equiv \frac{v + 1666k}{c}$. Or pour l'état ordinaire de l'air, on fait qu'il est en-

viron $k \equiv 33$ pieds; de sorte que ce cas aura lieu, lorsque $v > 28050$ pieds, ou que le globe parcourt dans une seconde un espace plus grand que de 1325 pieds.

14. De là on comprend aisément, que quand même v sera plus petit que $850k$, la force retardatrice de la résistance ne sera pas subitement réduite à $\frac{v}{c}$; & que la pression de l'atmosphère sera toujours plus petite sur la partie de derrière du globe que sur celle d'avant: d'où résultera une augmentation de la résistance. Ainsi s'il étoit $v \equiv \frac{1}{2} \cdot 850k$, la force retardatrice de la résistance sera $\equiv \frac{v + \frac{1}{2} \cdot 1666k}{c}$; & en général lorsque $v \equiv \frac{x}{n} \cdot 850k$, cette force

deviendra à peu près $\equiv \frac{v + \frac{x}{n} \cdot 1666k}{c}$; où bien $\equiv \frac{3v}{c}$.

Cependant il s'en faut bien, que cette détermination soit assez exacte, vu qu'elle dépend de la pression de l'atmosphère sur le derrière du globe. Or il faut aussi remarquer que cette recherche n'est pas susceptible d'une entière rigueur de Geometrie, & qu'il faut se contenter d'une approximation convenable.

15. Par cette raison nous ne nous tromperons gueres, quand nous supposerons la force retardatrice de la résistance $\equiv \frac{3v}{c}$, quoi-
qu'elle



qu'elle devienne fautive, lorsque $v > 850 k$. Car, puisque cela ne sauroit arriver que dans les mouvemens les plus rapides, & que ceux-ci sont bientôt réduits à une valeur de v au dessous de 850 k , l'erreur qui en résulte ne sera pas considérable. Donc, au lieu de $c = \frac{6666 e^3}{\pi d d}$ si nous supposons $c = \frac{2222 e^3}{\pi d d}$, ou bien $c = 707 \cdot \frac{e^3}{d d}$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c}$: & nous nous servirons de cette formule à l'avenir pour la commodité du calcul : où il faut se souvenir, que d marque le diamètre du globe, & e^3 le volume d'eau dont le poids est égal à celui du globe.

16. Donc, pour déterminer le mouvement d'un globe lancé dans l'air, il faut commencer par mesurer exactement tant son diamètre d que son poids, auquel on cherchera un volume d'eau également pesant, qui soit $= e^3$; & alors on en tirera la valeur de $c = 707 \cdot \frac{e^3}{d d}$: sur laquelle le calcul doit être fondé. D'où l'on voit déjà que le calcul sera le même pour tous les globes, dont le poids aura au carré de leur diamètre le même rapport. Cependant on ne sauroit nier, que le nombre 707 n'est pas trop bien constaté, & qu'il est même variable à cause de la diverse température de l'air. Mais ce sera une affaire à laquelle il faut avoir égard dans l'application du calcul aux expériences; & dans le calcul même on regardera la quantité c comme connue, sans se soucier, comment elle dépend de la grandeur & du poids du globe. Quand on passe ensuite à la pratique, on cherchera par quelque expérience, quelle valeur doit être donnée à la quantité c pour chaque globe proposé & pour chaque état de l'air.

Fig. 1.

17. Soit donc C N A M H la courbe décrite par un globe dans un fluide quelconque, que α marque la force accélératrice de la gravité,

&



& que c soit la quantité mentionnée, d'où dépend la résistance. Soit A le point le plus haut de cette courbe, & la horizontale BAE la tangente à ce point; CNA fera donc la partie de cette courbe, par laquelle le globe est monté, & AMH celle par laquelle il descend. Considérons séparément le mouvement de la montée & de la descente, & soit pour celle-cy une abscisse quelconque prise sur la horizontale $AP = x$, l'appliquée verticale qui y répond $PM = y$; & que v soit la hauteur due à la vitesse du globe en M; de sorte que la force retardatrice de la résistance y fera $= \frac{v}{c}$.

18. Décomposant le mouvement du corps selon les directions horizontale AP & la verticale PM, celui cy sera premièrement accéléré par la force accélératrice de la gravité $= a$. Ensuite la force retardatrice de la résistance $\frac{v}{c}$ agissant selon la direction de la tangente MT, si nous posons l'élément de la courbe $Mm = ds$, il en résultera une force, qui s'oppose au mouvement horizontal, $= \frac{v dx}{c ds}$; & une qui s'oppose au mouvement vertical, $= \frac{v dy}{c ds}$. Donc si nous posons l'élément du tems $= dt$, de sorte que $dt = \frac{ds}{v}$, & que nous prenions cet élément dt pour constant, les principes mécaniques de l'accélération nous fourniront ces deux égalités: . . .

$$\frac{2 ddx}{dt^2} = - \frac{v dx}{c ds} \quad \& \quad \frac{2 ddy}{dt^2} = a - \frac{v dy}{c ds}.$$

19. Puisque $dt = \frac{ds}{v}$, nous aurons $v = \frac{ds}{dt}$, d'où nos deux équations deviendront:

$$\frac{2 ddx}{dt^2} = - \frac{dx ds}{c dt^2} \quad \& \quad \frac{2 ddy}{dt^2} = a - \frac{dy ds}{c dt^2}$$



Supposons de plus $dy = p dx$, de sorte que p exprime la tangente de l'angle PTM, ou de l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, & à cause de $ds = dxV(1+pp)$, & de $ddy = pddx + dx dp$, nous aurons ces deux équations :

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2 V(1+pp)}{cdt^2} \quad \& \quad \frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dx dp}{dt^2} = a - \frac{pdx^2 V(1+pp)}{cdt^2}$$

& si nous retranchons de celle - cy la première multipliée par p , il restera $\frac{2dx dp}{dt^2} = a$, ou bien $a dt^2 = 2 dx dp$; or la première donne

$$-\frac{2ddx}{dx^2} = \frac{V(1+pp)}{c} \quad \text{Enfin on aura}$$

$$v = \frac{dx^2 (1+pp)}{dt^2} = \frac{a dx (1+pp)}{2 dp}$$

20. Parce que $2 dp = \frac{a dt^2}{dx}$; l'autre équation $-\frac{2ddx}{dx^2} = \frac{V(1+pp)}{c}$, multipliée par dp se réduira à celle - cy $-\frac{2a dt^2 ddx}{dx^3} = \frac{2 dp V(1+pp)}{c}$ dont l'intégrale à cause de l'élément dt constant est

$$\frac{a dt^2}{dx^2} = \frac{2 dp}{dx} = 2C + \frac{2}{c} \int dp V(1+pp)$$

d'où nous tirons :

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)} \quad \& \quad dy = \frac{p dp}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)}$$

$$\text{donc } ds = dx V(1+pp) = \frac{dp V(1+pp)}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)}$$

Ensuite

Ensuite à cause de $\alpha dt^2 = 2 dx dp$, nous obtiendrons

$$\frac{1}{2} \alpha dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)} \quad \& \quad dt V \frac{1}{2} \alpha = \frac{dp}{V(C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp))}$$

& enfin pour la vitesse du corps nous aurons :

$$v = \frac{\frac{1}{2} \alpha (1 + pp)}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)}$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp V(1+pp)$, qui entre dans ces expressions, il est évident qu'elle exprime un arc parabolique : ou bien on le pourra assigner par les logarithmes, puisque $\int dp V(1+pp) = \frac{1}{2} p V(1+pp) + \frac{1}{2} I(p + V(1+pp))$; prenant l'intégrale en sorte qu'il évanouisse au cas de $p = 0$, ce qui arrive au sommet A de la courbe, où la tangente est horizontale. Ainsi regardant l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente est $= p$, comme connue, pour l'endroit M, où cela arrive, nous pourrions déterminer l'abscisse AP $= x$, l'appliquée PM $= y$; l'arc AM $= s$; la hauteur due à la vitesse en M, & enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc AM.

22. Posons pour la constante C, qui a été introduite par l'intégration, cette fraction $\frac{n}{c}$, & il est clair que n désignera un nombre absolu. Ensuite mettons pour abréger $\int dp V(1+pp) = P$. vu que pour chaque valeur de p on peut aisément trouver celle de P; & pour la branche AMH, par laquelle le corps descend, nous aurons les formules suivantes :

$$x = c \int \frac{dp}{n+p}; \quad y = c \int \frac{p dp}{n+p}; \quad s = c \int \frac{dp V(1+pp)}{n+p}$$

$$dt V \frac{1}{2} \alpha = \frac{dp V c}{V(n+p)} \quad \text{ou} \quad t = \frac{V 2c}{V \alpha} \int \frac{dp}{V(n+p)}$$

$$\& \quad v = \frac{\frac{1}{2} \alpha c (1+pp)}{n+p}$$

Tt 2

Ces



Ces intégrales doivent être prises en sorte, qu'elles évanouissent dans le cas $p = 0$; d'où l'on voit que la hauteur due à la vitesse en A sera $= \frac{a c}{2 n}$.

23. Ces mêmes formules servent aussi à exprimer la nature de l'autre branche ANC, que le corps aura décrite en montant ; car on n'a qu'à prendre négative la valeur de p . Ainsi, si la direction du mouvement en N fait avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura :

$$AQ = c \int \frac{dp}{n-p} ; QN = c \int \frac{p dp}{n-p} ; \& AN = c \int \frac{dp \sqrt{1+pp}}{n-p},$$

$$\text{le tems par l'arc AN} = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{a}} \int \frac{dp}{\sqrt{n-p}}$$

$$\text{la hauteur due à la vitesse en N} = \frac{\frac{1}{2} a c (1+pp)}{n-p}$$

D'où l'on voit que dans la branche ascendante ANC l'inclinaison de ses tangentes à l'horizon ne sauroit nulle part devenir si grande, qu'il fût $P > n$: & là où $P = n$, la vitesse du corps est infinie.

24. Le mouvement du corps, & la courbe qu'il décrit CNAMH, dépend donc de trois constantes a , c , & n : dont il faut savoir les valeurs pour chaque cas proposé. La première a est déterminée par la gravité spécifique du fluide à l'égard de celle du globe ; & comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de a : ce n'est que le tems & la vitesse qui en dépendent. La quantité c est déterminée par le diamètre & le poids du globe, & comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cause aucun embarras dans le calcul. Or la troisième quantité n , qui dépend de la vitesse imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on est obli-



gé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de v .

25. Pour développer mieux la nature de cette courbe, il fera bon d'avoir aussi égard au rayon de sa développée qui mesure sa courbure dans chacun de ses points. Or on fait que posant $dy = p dx$, le rayon de courbure est $= \frac{dx(1+pp)V(1+pp)}{dp}$. Donc,

puisque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+p}$ pour la branche descendante, le rayon de courbure en M fera $= \frac{c(1+pp)V(1+pp)}{n+p}$. Or pour la

branche ascendante en N, où est aussi $dy = p dx$, le rayon de courbure fera $= \frac{c(1+pp)V(1+pp)}{n-p}$. Ainsi là où $p = n$, & la vitesse du corps est infinie, le rayon de courbure devient aussi infiniment grand: & l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes sont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x , y , s , t , & v , sont plus grandes dans la branche ascendante que dans la descendante.

26. Donc dans un milieu résistant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, sont dissemblables, en sorte que la branche descendante est plus courbée que l'ascendante, & le mouvement par celle-cy plus rapide que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches sont, comme on fait, égales & semblables, & le mouvement aussi le même: ce que nos formules déclarent aussi évidemment; car pour le vuide la quantité c devient infinie, de même que le nombre n , puisque $\frac{ac}{2n}$ marque la hauteur due à la vitesse en A. Donc

Tr 3 . . . P éva-

P évanouit par rapport à n , & puisque $\alpha = 1$, si nous posons

$\frac{c}{2n} = b$; nous aurons pour le vuide :

$$x = 2bp; \quad y = bpp; \quad s = 2b \int dp \sqrt{1+pp}; \quad t = 2bp;$$

& $v = b(1+pp)$, & le rayon de courbure $= 2b(1+pp)^{\frac{3}{2}}$, d'où il est évident, que la courbe est une parabole, & le mouvement tel, qu'il est connu.

27. C'est donc de la quantité $P = \int dp \sqrt{1+pp}$, que résulte la différence entre les trajectoires dans le vuide & dans un fluide; & l'on voit que cette différence sera d'autant plus grande, plus sera grande la quantité P par rapport au nombre n . Or la quantité P évanouit au sommet A ; & de là de part & d'autre elle croit avec l'angle MTP , que la tangente de la courbe fait avec l'horizon; en sorte que lorsque cet angle devient droit, la quantité P sera même infinie. Par conséquent quelque petite que soit la résistance, la courbe $CNAMH$ s'écarte enfin à l'infini de la parabole; puisqu'en continuant ses branches il doit arriver nécessairement, que la quantité P devienne enfin égale au nombre n , quelque grand qu'il soit, & qu'elle le surpasse même infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut seulement connoître une telle partie de la courbe comme NAM , que l'inclinaison des tangentes à ses extrémités M & N soit si petite, que la quantité P qui en résulte, soit fort petite par rapport au nombre n , alors on pourra trouver des approximations assez commodés pour décrire cette portion de la courbe. Car, puisque P est fort petite par rapport à n , on aura $\frac{1}{n+P} = \frac{1}{n} - \frac{P}{nn}$

$$\& \frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn}; \quad \& \frac{1}{\sqrt{(n+P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{P}{2n\sqrt{n}}; \quad \&$$

$$\frac{1}{\sqrt{(n-P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{P}{2n\sqrt{n}}. \quad \text{Donc pour la branche descendante}$$

AM

AM nous aurons :

$$AP = x = \frac{c}{n} \left(p - \frac{1}{n} \int P dp \right) = \frac{c}{n} \left(p - \frac{1}{n} Pp + \frac{1}{3n} ((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1) \right)$$

$$PM = y = \frac{c}{n} \left(\frac{1}{2} pp - \frac{1}{n} \int Pp dp \right) = \frac{c}{n} \left(\frac{1}{2} pp - \frac{1}{2n} Ppp - \frac{1}{8n} P + \frac{1}{8n} p(1+pp)^{\frac{3}{2}} \right)$$

$$AM = s = \frac{c}{n} \left(P - \frac{1}{n} \int P dp \sqrt{1+pp} \right) = \frac{c}{n} \left(P - \frac{1}{2n} Pp \right)$$

$$\text{le tems par } AM = t = \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt{an}} \left(p - \frac{1}{2n} Pp + \frac{1}{6n} ((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1) \right)$$

$$\text{la hauteur due à la vitesse en } M, v = \frac{ac(1+pp)}{2n} \left(1 - \frac{P}{n} \right)$$

En prenant p & P négatifs ces mêmes expressions serviront pour la branche ascendante AN.

29. Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P demeure extrêmement petite par rapport au nombre n . Donc, plus le nombre n sera grand, plus sera aussi grande la portion de la courbe MAN, qu'on connoitra au juste par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut connoître une plus grande portion, ces approximations ne font plus d'aucune usage; & alors, puisqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées pour x , y , & le tems t , on se réduit à en chercher la valeur par la voye des quadratures. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il sera bon de remarquer quelques phénomènes, que nous decouvre la considération de cette courbe.

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe $AM = s$ se peut exprimer par un logarithme; car, puisque $dp \sqrt{1+pp} = dP$, on aura $s = c \int \frac{dP}{n+P}$, & partant $s = c \log \frac{n+P}{n}$, puisque en A où $s=0$, il est $P=0$; & cette formule est déjà fort commode pour



pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de valeurs de p , celle de s , on trouvera autant de portions de la courbe, & sachant de chacune l'inclinaison à l'horizon, on en tirera aisément les portions de l'abscisse & de l'appliquée, qui leur conviennent; lesquelles étant ajoutées ensemble donneront tant l'abscisse que l'appliquée entière, qui répondent à chaque point de la courbe. Ensuite, ayant la vi-

tesse à chaque point de la courbe par la formule $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+p}$,

chaque particule de la courbe divisée par \sqrt{v} donnera le temps, que le corps met à la parcourir: & pourvu qu'on prenne les particules de la courbe assez petites, on obtiendra assez exactement tant la figure de la courbe, que le mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche descendante nous venons de trouver $s = cl \frac{n+p}{n}$, nous voyons que cette courbe approche de

plus en plus de la direction verticale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devient infini, que lorsque P est infini, ce qui arrive, quand p est pris infini, ou que la tangente de la courbe devient verticale. Or pour la branche ascendante ANC , nous aurons

l'arc $AN = -cl \frac{n-p}{n} = cl \frac{n}{n-p}$; donc cet arc fera infini,

lorsque $P = n$: de là on obtiendra une certaine valeur pour p , d'où l'on connoitra l'inclinaison de la tangente de cette courbe à l'infini, qui sera son asymptote.

32. Ayant pour la branche ascendante $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n-p}$

nous voyons qu'à l'infini où $P = n$, la vitesse du corps est infinie, & qu'en montant jusqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en diminuant p , le numérateur $\frac{1}{2}ac(1+pp)$ en devient plus petit, & le dénominateur $n-p$ plus grand; l'un & l'autre contribuant à diminuer



diminuer la vitesse. Or pour la branche descendante ayant $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P}$; on aura pour le sommet A, $v = \frac{ac}{2n}$; or de là il ne s'ensuit pas, que plus le corps descend, plus aussi son mouvement sera accéléré; mais plutôt après que le corps aura passé par le sommet A, son mouvement ne laissera pas de souffrir encore quelque diminution, jusqu'à ce qu'il parvienne à un certain point I, où la vitesse sera la plus petite.

33. Ce point I où le corps aura la moindre vitesse, se trouvera donc en supposant le différentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura $2p(n+P) = (1+pp)V(1+pp)$. Or ayant $P = \frac{1}{2}pV(1+pp) + \frac{1}{2}l(p+V(1+pp))$, nous aurons $2np + pl(p+V(1+pp)) = V(1+pp)$

Comme cela arrive ordinairement fort près du point A, la valeur de p sera fort petite, & partant à peu près:

$P = p + \frac{1}{2}p^3$, & $(1+pp)V(1+pp) = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$
donc: $2np + 2pp + \frac{1}{2}p^4 = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$, où $2np = 1 - \frac{1}{2}pp + \frac{1}{8}p^4$
d'où, à moins que le nombre n ne soit très petit, on tirera $p = \frac{1}{2n} - \frac{1}{16n^3}$

pour le point I; & partant la hauteur due à la plus petite vitesse en I sera à peu près $v = \frac{ac}{2n} \left(\frac{4nn+1}{4nn+2} \right)$ ou $v = \frac{ac}{2n} \left(1 - \frac{1}{4nn} \right)$.

34. Depuis ce point I le mouvement du corps sera de nouveau accéléré; mais quoique l'accélération continue à l'infini, la vitesse ne surpassera jamais une certaine limite; car à l'infini de cette courbe où $p = \infty$, on aura $v = \frac{\frac{1}{2}acpp}{P}$, puisque n évanouit par rapport à P , dont la valeur



fera aussi infinie. Mais à cause de $p = \infty$, le nombre $l(p + \sqrt{1 + pp})$ quoiqu'infini, évanouit par rapport à $p\sqrt{1 + pp}$, de sorte que dans ce cas $P = \frac{1}{2}pp$, & partant $v = ac$; qui sera donc la hauteur due à la vitesse, de laquelle le corps en descendant par l'arc IMH approche de plus en plus, & qu'il n'atteint qu'à l'infini.

35. Il est aussi à remarquer, que le rayon de courbure en M étant $= \frac{c(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{n + P}$, la plus grande courbure ne se trouvera pas au sommet même A, mais à un autre point K dans l'arc descendant, qu'on trouvera par la résolution de cette équation

$$3p(n + P) = (1 + pp)\sqrt{1 + pp}, \text{ ou bien}$$

$$3np + \frac{1}{2}pp\sqrt{1 + pp} + \frac{1}{2}pl(p + \sqrt{1 + pp}) = \sqrt{1 + pp}$$

Donc, à moins que le nombre n ne soit très petit, il y aura à peu près $p = \frac{1}{3n}$; d'où l'on voit que ce point K sera plus près du sommet A, que le point I, où la vitesse du corps est la plus petite.

36. Mais pour la nature de la branche descendante AMH, c'est encore une question bien importante, si elle a une asymptote verticale comme EF, ou non? c'est à dire, si en faisant $p = \infty$ l'abscisse x devient infinie, ou si elle obtient une valeur finie comme AE, qui donneroit par conséquent l'asymptote EF. Il s'agit donc de chercher la valeur de la formule intégrale $\int \frac{dp}{n + P}$ au cas de $p = \infty$; car pour la valeur de l'appliquée $c \int \frac{p dp}{n + P}$, il n'y a aucun doute, qu'elle ne devienne infinie en posant $p = \infty$. Mais aucune des méthodes, qui seroient assez propres pour nous marquer ces valeurs, tandis que P est plus petit que n , ne sauroit être employée ici avec succès.



37. Je crois donc, que le plus seur moyen sera de recourir à des limites, en donnant à P successivement deux telles valeurs, dont l'une seroit trop grande & l'autre trop petite; en sorte qu'on puisse pour l'un & l'autre cas exprimer l'intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$. Or il est évident que $\int dp V(1+pp)$, ou P , est toujours plus petit que $p V(1+pp)$; & certainement plus grand que p ou $p V(1+0pp)$. Posons donc pour avoir des limites plus proches;

$$P = \int dp V(1+pp) = p V(1+\delta pp)$$

& prenant les différentiels nous aurons :

$$V(1+pp) (1+\delta pp) = 1 + 2\delta pp \text{ ou bien } (1-3\delta)pp + \delta(1-4\delta)p^2 = 0$$

d'où l'on voit, que si $\delta = \frac{1}{3}$, cette formule est < 0 , & si $\delta = \frac{1}{4}$, elle est > 0 . Donc nous aurons ces deux limites assez approchantes :

$$P < p V(1+\frac{1}{3}pp) \quad \& \quad P > p V(1+\frac{1}{4}pp)$$

38. Par là nous sommes assurés, que dans la branche descendante il y aura toujours :

$$x > c \int \frac{dp}{n+p V(1+\frac{1}{3}pp)} \quad \& \quad x < c \int \frac{dp}{n+p V(1+\frac{1}{4}pp)}$$

Dévelopons donc ces deux limites, & pour qu'une seule opération

y suffise, posons $x = c \int \frac{dp}{n+p V(1+\delta pp)}$, & soit pour dégager l'irrationalité $V(1+\delta pp) = p V\delta + q$, & nous aurons

$$p = \frac{1-qq}{2qV\delta}; \quad V(1+\delta pp) = \frac{1+qq}{2q}, \quad \& \quad pV(1+\delta pp) = \frac{1-q^2}{4qqV\delta}$$

de plus $dp = -\frac{dq(1+qq)}{2qqV\delta}$, & partant :

$$x = -2c \int \frac{dq(1+qq)}{1+4nqqV\delta-q^2}$$

39. Ce dénominateur ayant deux facteurs réels, posons les $ff+qq$ & $gg-qq$; & on aura $ffgg=1$ & $gg-ff=4nV\delta$
V v 2
ou



ou bien $ff = \frac{1}{gg}$ & $4n\sqrt{\delta} = \frac{g^4 - 1}{gg}$. De là notre expression deviendra :

$$x = -2c \left(\frac{1 - ff}{ff + gg} \int \frac{dq}{ff + qq} + \frac{1 + gg}{ff + gg} \int \frac{dq}{gg - qq} \right)$$

& prenant les intégrales :

$$x = \frac{-2c(1 - ff)}{f(ff + gg)} A \operatorname{tang} \frac{q}{f} - \frac{c(1 + gg)}{g(ff + gg)} \int \frac{g + q}{g - q} + \text{Const.}$$

Or puisque $x = 0$; lorsque $p = 0$ & partant $q = 1$, nous aurons :

$$x = \frac{2c(1 - ff)}{f(ff + gg)} \left(A \operatorname{tang} \frac{1}{f} - A \operatorname{tang} \frac{q}{g} \right) + \frac{c(1 + gg)}{g(ff + gg)} \int \frac{(g + 1)(g - q)}{(g - 1)(g + q)}$$

ou bien à cause de $f = \frac{1}{g}$;

$$x = \frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4} (A \operatorname{tang} g - A \operatorname{tang} q) + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4} \int \frac{(g + 1)(g - q)}{(g - 1)(g + q)}$$

40. Maintenant on n'a qu'à poser $q = 0$, pour avoir le cas de $p = \infty$; & l'abscisse qui répond à l'arc infini AMH fera

$$AE = \frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4} A \operatorname{tang} g + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4} \int \frac{g + 1}{g - 1}$$

où il faut remarquer que $gg = 2n\sqrt{\delta} + \sqrt{1 + 4\delta nn}$.
Donc prenant $\delta = \frac{1}{4}$, nous aurons $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4}nn}$
& partant l'intervalle AE fera ou plus grand ou plus petit que cette expression

$$\frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4} A \operatorname{tang} g + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4} \int \frac{g + 1}{g - 1}$$

selon qu'on prenne

$$\text{ou } gg = 2n\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4}nn}$$

$$\text{ou } gg = n + \sqrt{1 + nn}$$



41. Lorsque n est un nombre très grand, g en fera un aussi, & $A \tan g$ deviendra $= \frac{\pi}{2}$, prenant π pour la mesure de deux an-

gles droits : donc à cause de $1 \frac{g}{g-1} = \frac{2}{g}$, notre formule

fera $\frac{\pi c}{g} + \frac{2c}{gg}$. Donc ayant ou $gg = 4n \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $gg = 2n$;

les limites entre lesquels l'intervalle AE est compris, seront

$$\frac{\pi c \sqrt{V3}}{2 \sqrt{n}} + \frac{c \sqrt{3}}{2n} \quad \& \quad \frac{\pi c \sqrt{2}}{2 \sqrt{n}} + \frac{c}{n}$$

Mais, lorsque n est une fraction très petite, nous aurons, ou $gg = 1 + 2n \sqrt{\frac{1}{3}}$, ou $gg = 1 + n$; donc à cause de

$A \tan 1 = \frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle AE seront :

$$\frac{\pi \pi c}{2 \sqrt{3}} + c \sqrt{\frac{2 \sqrt{3}}{n}} \quad \& \quad \frac{\pi \pi c}{4} + c \sqrt{\frac{4}{n}}$$

43. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux asymptotes, l'une verticale qui est convergente avec la branche descendante, & l'autre inclinée à l'horizon, pour la branche ascendante, & qui sera tellement inclinée à l'horizon, que posant la tangente de l'inclinaison $= p$, on aura $P = n$, ou

$$n = \frac{1}{2} p \sqrt{1 + p p} + \frac{1}{2} l (p + \sqrt{1 + p p})$$

Pour le cas du vuide cette dernière asymptote devient aussi verticale, de même que la première, & l'une & l'autre sera infiniment éloignée du sommet A . Or pour trouver le point L , où l'asymtote de la branche ascendante coupe la ligne horizontale BAE , posant $P = n$, on aura

$$AL = x - \frac{y \, dx}{dy} = c \left(\int \frac{dp}{n-P} - \frac{1}{p} \int \frac{p \, dp}{n-P} \right) :$$

43. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment on pourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour



la pratique. Et d'abord il est évident qu'on ne sauroit se passer d'une Table, qui représente pour chaque valeur de p celle de P . Donc, puisque p exprime la tangente de l'angle d'inclinaison de la courbe à l'horizon, posons cet angle $= \phi$, de sorte que $p = \tan \phi$; & à cause de $V(1 + pp) = \sec \phi$, nous aurons:

$$P = \frac{1}{2} \tan \phi \cdot \sec \phi + \frac{1}{2} l(\tan \phi + \sec \phi) \text{ ou bien}$$

$$P = \frac{1}{2} \tan \phi \cdot \sec \phi + \frac{1}{2} l \tan(45^\circ + \frac{1}{2} \phi)$$

où il faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $45^\circ + \frac{1}{2} \phi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de Neper sur les logarithmes.

44. C'est donc le contenu de la Table premiere, où la premiere colonne renferme tous les angles d'inclinaison à l'horizon de degré en degré depuis 0° jusqu'à 90° : la seconde colonne en contient les tangentes, qui sont les valeurs de la lettre p . La troisième colonne fournit les valeurs de la formule $\tan \phi \cdot \sec \phi$ ou de $pV(1 + pp)$, & la quatrième celles de la formule $l \tan(45^\circ + \frac{1}{2} \phi)$, ou de $l(p + V(1 + pp))$; qui est la même que la Table des degrés des latitudes croissantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinquième colonne contient les valeurs correspondantes de la formule intégrale $P = \int dpV(1 + pp)$, dont nous avons besoin dans nos expressions.

45. Or, pour connoître les courbes, qu'un corps peut décrire dans un fluide, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'especes différentes, qui sont déterminées par les diverses valeurs du nombre n . Car, tandis que le nombre n demeure le même, les courbes seront toujours semblables entr'elles, ou bien de la même espece, quelle que soit la différence entre les quantités a & c ; puisque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la grandeur de la courbe, sans en changer l'espece, & outre cela le mouvement même du corps.

46. Le caractère de ces diverses especes sera l'angle OLB , dont l'asymtote de la branche ascendante est inclinée à l'horizon. Pour connoître cet angle, on n'a qu'à chercher la valeur du nombre n dans



la cinquième colonne de notre table, & la première colonne indiquera cet angle. Ainsi, si $n = 0$, l'angle OLB évanouira, ou bien l'asymtote OL sera horizontale; & le sommet A se trouvera à l'infini. Dans ce cas donc la branche ascendante de la courbe évanouit, & le corps descendra toujours, en approchant de plus en plus de l'autre asymtote verticale EF: ce sera donc la première espèce des trajectoires décrites dans un fluide. Fig. 1.

47. Pour les autres espèces, on les aura en donnant à n des valeurs affirmatives. Or, quoique le nombre soit infini, il sera bon pour la pratique d'en fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB des valeurs, qui croissent de 5 à 5 degrés. Ainsi la seconde espèce sera, si $n = 0,0876001$, où l'angle OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverses espèces, qu'on pourroit établir. Fig. 1.

Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n	Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n
1	0°	0,0000000	10	45°	1,1477934
2	5	0,0876001	11	50	1,432362
3	10	0,1772365	12	55	1,822067
4	15	0,2711218	13	60	2,390330
5	20	0,3718537	14	65	3,290396
6	25	0,4826944	15	70	4,884250
7	30	0,6079863	16	75	8,223570
8	35	0,7538161	17	80.	17,54793
9	40	0,9291380	18	85	67,12291

L'espèce suivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où le globe est lancé verticalement en haut: or, puisque ces cas sont suffisamment expliqués ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

48. On pourroit encore établir autant d'espèces, en donnant à n les mêmes valeurs, mais prises négativement; mais, puisque dans



ces cas les courbes sont destituées de la branche ascendante, elles ne fauroient avoir lieu, que lorsque le globe seroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans l'Artillerie il n'arrive guères souvent, qu'on baïsse les canons ou les mortiers au dessous de l'horizon, il seroit superflu de calculer ces especes; & puisque la direction des canons & mortiers est toujours, ou horizontale, ou élevée au dessus de l'horizon, on peut même se passer de la premiere espece, vu qu'elle n'a jamais lieu dans la pratique.

49. Le plus sur moyen de calculer chacune des ces especes fera de partager toute la courbe en plusieurs morceaux, & d'en calculer chacun à part: car alors on n'aura qu'à rassembler les calculs de tous ces morceaux. Soit donc Mm un tel morceau de la courbe, & soit la tangente de l'inclinaison en $M = p$ & en $m = q$: & posant $\int dq \sqrt{1+qq} = Q$, de même que $\int dp \sqrt{1+pp} = P$; on aura $AM = cl \frac{n+P}{n}$ & $Am = cl \frac{n+Q}{n}$; donc la portion de l'arc Mm fera $= cl \frac{n+Q}{n+P}$. Ensuite prenant un milieu entre les inclinaisons en M & m , qui soit $= \eta$, on aura pour la portion de l'abscisse qui répond à cet arc $Pp = c \cos \eta \cdot l \frac{n+Q}{n+P}$; & pour la portion de l'appliquée $pm - PM = c \sin \eta \cdot l \frac{n+Q}{n+P}$; pourvu que que la difference entre p & q , soit assez petite.

50. Ensuite pour le mouvement même du corps, la hauteur due à la vitesse en M fera $= \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P}$, & en $m = \frac{\frac{1}{2}ac(1+qq)}{n+Q}$. Prenant donc un milieu entre les vitesses, qu'on tire de ces formules, qui soit $= \sqrt{u}$, le tems, que le corps employe à par-



$y = -0,777876 = -3,11148 a$; & $x = 0,85172 a$, & par conséquent $x + y + z = -4,59309 a$. Ainsi la distance initiale du corps A depuis le point D étant exprimée par 12, il y aura encore deux positions du corps A, dans lesquelles sa vitesse absolue soit nulle, & ses distances au point D seront alors -4 & $-4,59309$.

XXVI. Voici à présent la nature du mouvement absolu du corps A par rapport au point fixe D; la figure 8 marque les points capitaux avec la juste proportion des distances. Je dis donc que le corps partant du point A sera d'abord accéléré & ensuite retardé, après quoi il sera arrêté pour un moment au point B; il rebroussera de là jusques au point C, où il reposera encore un instant; du point C il retournera vers le point B en s'y arrêtant de nouveau pendant un instant, & du point B enfin il retournera au point A dont il étoit parti, où sa vitesse sera encore nulle, & alors tout sera réduit à son premier état. Outre cela le tems employé pour faire la première vibration A B est exprimé par l'arc $109^{\circ}.28'$, le tems pour faire la seconde petite vibration B C par l'arc $70^{\circ}.32'$; ce second tems sera encore employé pour faire la troisième vibration C B, & le premier tems pour faire la quatrième vibration B A. Si on exprime donc tout le tems, que le corps employe avant que de se remettre en son premier état, par 21600, la première vibration emploiera 6568 de même que la quatrième, pendant que chacune des deux moyennes emploiera 4232. Comme dans cet exemple la seconde & la troisième excursion sont très petites, le mouvement du corps paroitra comme presque en repos pendant presque la moitié du tems entier. Mais on auroit pu choisir d'autres exemples, où les excursions partielles seroient devenues comme égales & comme isochrones, & alors c'est une question, si le corps doit être censé avoir fait quatre vibrations, ou deux; dans le sens de M^{rs}. d'Alembert & Euler, il faudroit toujours dire, qu'il n'en auroit fait que deux, quoiqu'on put lui faire faire cent allées & venues toutes presque égales, & presque isochrones, & dont les mouvemens se feroient presque entièrement selon les loix des mouvemens isochrones simples & ordinaires.



XXVII. Ce que je viens de dire du mouvement du corps A, arrive parfaitement à chaque point dans les nouvelles vibrations des cordes: je me contenterai, pour faire voir cette entière conformité, d'expliquer le mélange des deux premières especes de vibrations les plus simples, exprimées par les deux premières figures. J'ai représenté ce mélange par la figure sixième, dont j'ai donné la construction au §. 8. Soit dans cette courbe absoluë A p a q B la plus grande appliquée relative $pm = \rho$, la plus grande appliquée ar de la courbe idéale A m a n B $= \sigma$; & soit encore la longueur de la corde entière AB $= a$; qu'on prenne une abscisse quelconque A b $= x$ avec son appliquée b d; là-dessus on aura en vertu de la Théorie de M. Taylor

$$c d = \rho \sin \frac{2 \pi x}{a} \text{ \& } b c = \sigma \sin \frac{\pi x}{a}, \text{ \& par conséquent l'appliquée } b d = \rho \sin \frac{2 \pi x}{a} + \sigma \sin \frac{\pi x}{a}. \text{ Soit } b d = y, \text{ on aura, en}$$

$$\text{supposant } dx \text{ constante, } d d y = \left(\frac{4 \pi \pi}{a a} \rho \sin \frac{2 \pi x}{a} + \frac{\pi \pi}{a a} \sigma \sin \frac{\pi x}{a} \right) d x^2;$$

or, nommant P le poids qui tend la corde, & p le poids de la corde tendue & uniforme, on fait que la force accélératrice absoluë du point d est

exprimée par $\frac{P}{p} \cdot \frac{a d d y}{d x^2}$; cette force accélératrice sera donc ici

$$\frac{P}{p} a \left(\frac{4 \pi \pi}{a a} \rho \sin \frac{2 \pi x}{a} + \frac{\pi \pi}{a a} \sigma \sin \frac{\pi x}{a} \right) \text{ ou bien } =$$

$$\frac{4 P}{p} \cdot \frac{\pi \pi \rho}{a} \sin \frac{2 \pi x}{a} + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi \pi \sigma}{a} \sin \frac{\pi x}{a}, \text{ ce qui fait la}$$

$$\text{force accélératrice entière du point } d = \frac{4 P}{p} \cdot \frac{\pi \pi}{a} \cdot c d + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi \pi}{a} \cdot b c.$$

Nous voyons donc, que la force accélératrice entière est composée de deux parties, dont la première est proportionnelle à la distance d c, & qui fait faire au point d des vibrations isochrones relatives au point c, qui fait



fait ici un centre de force mobile : la seconde partie de la force accélératrice du point d est $\frac{P}{p} \cdot \frac{\pi \pi}{a} \cdot bc$: or, par la nature de la courbe $AcnB$, le point c est animé vers le point immobile b avec la même force accélératrice $\frac{P}{p} \cdot \frac{\pi \pi}{a} \cdot bc$; ainsi la seconde force produit constamment la même accélération aux points d & c , & ne fera que transporter la petite distance dc sans la changer aucunement. Nous sommes donc entièrement dans le même cas que celui des §§. 19. & 20. Pour obtenir une entière identité il faudra supposer dans la septième figure $CD = 0$, $AB = dc$ & $BC = cb$, ou bien $a = p \sin \frac{2\pi x}{a}$, $b = \sigma \sin \frac{\pi x}{a}$ & $\gamma = 0$, & dans ces expressions la quantité x est constante par rapport au mouvement du même point d . Ainsi le mouvement de chaque point dans la courbe $AdaqB$, sera par rapport à la courbe idéale $AcnB$, le même que le mouvement absolu de la seconde figure, & le mouvement absolu de la courbe idéale $AcnB$ sera le même que celui de la première figure ; ainsi la vibration suivant la figure $AdaqB$ n'est absolument qu'un mélange des vibrations suivant la première & la seconde figure combinées ensemble, dont chaque espèce se fait indépendamment l'une de l'autre. Ce mouvement absolu du point d renferme réellement deux mouvemens périodiques, l'un par rapport au point c , & l'autre par rapport au point b ; le nombre des premiers retours périodiques sera toujours double de celui des seconds. L'esprit s'apperçoit de l'une & de l'autre espèce de ces retours périodiques, & remarque par là un double son, dont l'un est l'octave de l'autre. Comme les petites quantités pm & ar désignées par p & σ peuvent avoir un rapport quelconque, on ne remarquera que la première espèce de mouvemens périodiques en faisant pm beaucoup plus grande que ar , pendant qu'on ne sentira que la seconde espèce en faisant ar beaucoup plus grande que pm ; dans le premier



cas le tems d'une vibration est manifestement de la moitié plus petit que dans le second, pendant que, selon la maniere d'envisager ces vibrations de M^{rs}. d'*Alembert* & *Euler*, le tems de chaque période est toujours le même, quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ , ce qui ne me paroît pas conforme au principe de continuité. Car si le tems d'une vibration est selon eux toujours t , quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ , pourquoi devient-il manifestement $\frac{1}{2} t$ en faisant $\sigma = 0$? Pour répondre à cette difficulté, il me semble qu'il faut nécessairement dire, qu'il se fait en même tems une double espece de vibrations dans la corde, & que le mélange de ces deux especes forme ce, que ces Géometres appellent vibrations simples; que la seconde espece diminuë à mesure qu'on diminuë la quantité σ , & qu'elle devient nulle en faisant $\sigma = 0$; & alors il n'y aura aucune discontinuité.

XXVIII. J'espère que ce que je viens de dire dans ce Mémoire pourra servir à répandre plus de jour sur la nature des nouvelles vibrations des cordes, trouvées avec tant de sagacité par M^{rs}. d'*Alembert* & *Euler*; & c'étoit là tout mon but. Si la méthode dont ils se sont servis pour résoudre leurs problèmes est beaucoup plus difficile que la mienne, je n'en admire que d'avantage la supériorité de leur génie. Quant à la question, si les nouvelles vibrations sont réellement des vibrations simples & synchrones pour tous les points, ou si elles ne sont pas plutôt un mélange de plusieurs différentes vibrations coëxistantes dans une même corde, & toutes de différente durée, je n'en ai parlé que pour mieux expliquer la nature de ces vibrations, étant bien éloigné de faire une querelle à d'aussi grands hommes sur la signification de certains termes.

Je traiterai dans un second Mémoire quelques nouveaux problèmes, dont la solution découle assez facilement de nos principes, & qui en même tems mettront cette matiere dans un nouveau jour.





S U R

LE MÉLANGE

DE PLUSIEURS ESPECES DE VIBRATIONS SIM-

PLES ISOCHRONES, QUI PEUVENT COEXISTER DANS

UN MÊME SYSTÈME DE CORPS.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Les réflexions que j'ai faites dans le premier Mémoire qu'on vient de lire, sur les nouvelles vibrations des cordes tendues trouvées par *Mrs. Euler & d'Alembert*, m'engagent à ce second Mémoire, dans lequel je me propose d'appliquer mes nouveaux principes sur le mélange de plusieurs vibrations de différentes especes coëxistantes dans les mêmes corps, à des systèmes composés d'un nombre de corps fini au lieu des cordes, qui font un assemblage de petits corps élémentaires infini. Ce second Mémoire nous mettra entierement au fait sur toute cette matiere, & nous fournira occasion de résoudre quelques nouveaux problèmes de Méchanique, qui concernent les differents isochronismes. C'est d'ailleurs une matiere qu'on ne sauroit trop examiner, puisqu'il semble que la Nature n'agit très souvent que par les principes des vibrations isochrones imperceptibles, & infiniment diversifiées, pour produire un grand nombre de Phénomènes.

II. Commençons par considérer deux corps attachés à une corde tendue, en faisant abstraction du poids de cette corde. Si ces deux corps sont détournés de leur position naturelle, & qu'on leur laisse en-



suivre une liberté entière de se mouvoir suivant les loix reçues dans la Mécanique, ils feront des mouvemens réciproques, qu'il s'agit de déterminer en les supposant extrêmement petits. Ces vibrations paroissent tout à fait irrégulières, lorsque les deux corps ne font pas des mouvemens synchrones entre eux, & ce synchronisme n'est qu'un cas choisi d'entre une infinité de cas. Je ne me souviens pas d'avoir vu la solution générale de ce problème ; mais, si quelqu'un l'a donnée, je crois que sa solution n'aura consisté que dans une expression analytique, bien éloignée de nous faire connoître la véritable nature de ces mouvemens ; je crois encore moins, qu'on ait jamais donné la solution de ce problème, lorsque il y a tant de corps quelconques avec des distances mutuelles quelconques qu'on voudra, qui soient attachés à la corde. J'ai remarqué sur ce sujet une loi générale, qui simplifie extrêmement notre problème général, & qui est d'un grand secours dans la Physique mécanique. Mais, avant que d'exposer cette loi, il convient d'examiner préalablement le cas du synchronisme, en ne supposant d'abord que deux corps attachés à la corde tendue.

III. Soit AB (fig. 1.) une corde fixée par les bords aux points A & B, & tendue avec une force, qui soit égale au poids P. Supposons ensuite dans un point quelconque c un poids m & dans un autre point quelconque d un poids n , que ces poids attachés à la corde soient tirés hors de leur position naturelle jusqu'en e & f , & que de ces points on laisse partir les corps au même instant ; soit aussi la distance $Ac = l$, la distance $Bd = \lambda$, & toute la longueur $AB = L$; la petite distance $ce = a$ & $df = \epsilon$.

On fait par les règles de la Mécanique, que la force accélératrice du poids en c sera $= \frac{P}{m} \left(\frac{a}{l} + \frac{a - \epsilon}{L - \lambda - l} \right)$ & la force accélératrice de l'autre poids en $f = \frac{P}{n} \left(\frac{\epsilon}{\lambda} + \frac{a - \epsilon}{L - \lambda - l} \right)$ & que



que, si les petites distances initiales α & ϵ se changent en y & z , les mêmes formules sont encore vraies en substituant simplement y & z pour α & ϵ .

Si l'on fait maintenant, que la force accélératrice du corps en e soit à la force accélératrice de l'autre corps en f comme la petite distance ec est à la petite distance fd , c'est à dire,

$$\frac{P}{m} \left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\alpha - \epsilon}{L - \lambda - l} \right) : \frac{P}{n} \left(\frac{\epsilon}{\lambda} - \frac{\alpha - \epsilon}{L - \lambda - l} \right) = \alpha : \epsilon$$

$$\text{ou bien } \frac{\epsilon}{\alpha} = \frac{\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \pm \sqrt{\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \right)^2 + \frac{m}{n}}}{\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \pm \sqrt{\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \right)^2 + \frac{m}{n}}}$$

on obtiendra par là, comme on fait, tant le synchronisme des deux corps, que l'isochronisme de chacun des deux corps, quelle que soit la distance initiale α . Chaque corps fera alors ses mouvements suivant les loix connues de l'isochronisme, & il est impossible d'obtenir le synchronisme sans l'isochronisme.

IV. Remarquons à présent que la valeur $\frac{\epsilon}{\alpha}$ obtient deux racines, dont chacune satisfait également au synchronisme & à l'isochronisme, & que ces deux racines sont toujours réelles. Ces deux racines sont représentées par la première & la seconde figure, & dans cette seconde figure le point f est toujours du côté opposé à celui de la première figure. Dans la première figure la longueur du pendule simple isochrone est $= (L - \lambda - l) \frac{m}{P} . l : \left(L - \lambda - \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda} \right)$

$$= \sqrt{\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda} \right)^2 + \frac{mll}{n}}$$

ou



ou bien $\frac{2 n \lambda (L - \lambda - l)}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l - V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]} \cdot \frac{m}{P} \cdot l$

$$\frac{2 n \lambda (L - \lambda - l)}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l - V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]} \cdot \frac{m}{P} \cdot l$$

& dans la seconde figure la même longueur devient $\frac{2 n \lambda (L - \lambda - l)}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l + V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]} \cdot \frac{m}{P} \cdot l$

$$\frac{2 n \lambda (L - \lambda - l)}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l + V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]} \cdot \frac{m}{P} \cdot l$$

Il suit de là, que la longueur du pendule simple isochrone pour la première figure est à la pareille longueur pour la seconde figure, comme

$$\frac{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l + V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l - V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]}$$

est à

$$\frac{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l - V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]}{n L \lambda - n \lambda \lambda - m l l + m L l + V[(n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 4 m n \lambda \lambda l l]}$$

& les tems de chaque vibration sont en raison sous - doublée desdites quantités. Ainsi généralement parlant ces tems sont incommensurables ; mais on peut donner d'une infinité de manieres une telle relation, soit entre les corps m & n , soit entre les longueurs L , l & λ , que lesdits tems prennent une proportion donnée quelconque.

V. Qu'on se propose, par exemple, de faire en sorte que les corps fassent précisément deux vibrations selon la seconde figure, pendant qu'ils feroient une vibration suivant la première figure : il faudra en ce cas faire le rapport entre les pendules simples isochrones pour la première & la seconde figure comme 4 à 1, ce qui donnera cette équation

$$(3 n L \lambda - 3 n \lambda \lambda - 3 m l l + 3 m L l)^2 = 25 (n L \lambda + m l l - n \lambda \lambda - m L l)^2 + 100 m n \lambda \lambda l l$$

Cette équation exprime généralement la relation, qu'il doit y avoir entre toutes les circonstances pour satisfaire à la demande. Soient, par exemple, les deux corps égaux, & en même tems $\lambda = l$, on trouvera $\lambda = \frac{1}{3} L$, & par conséquent $c d = \frac{1}{3} L$.

Si



Si l'on demande, en supposant toujours une égalité entre les deux corps, de même qu'entre leurs distances depuis les extrémités de la corde, que les corps fassent N vibrations suivant la seconde figure, pendant qu'ils font une vibration suivant la première figure, il faudra faire $\lambda = \frac{N N - 1}{2 N N} L$, & par conséquent la distance entre les deux corps $= \frac{1}{N N} L$.

VI. Quoique ce que j'ai dit jusqu'ici, découle très facilement des méthodes connues, j'ai cru devoir l'exposer, pour faire mieux comprendre ce que j'ai de nouveau à dire sur cette matière.

Voici à présent comme je m'y prends pour déterminer généralement les vibrations des deux corps, quelque rapport qu'il y ait entre les distances initiales ce & df , & pour faire voir la vraie nature des ces vibrations. Supposons dans la première figure $ce = a$, & dans la seconde figure $ce = \gamma$, car ces distances initiales peuvent être quelconques : on aura en vertu du §. 3. pour la première figure

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2 n \lambda l} a + a \sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2 n \lambda l} \right)^2 + \frac{m}{n} \right]};$$

& pour la seconde figure on aura, (en regardant le point f toujours comme au dessus de l'axe,)

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2 n \lambda l} \gamma - \gamma \sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2 n \lambda l} \right)^2 + \frac{m}{n} \right]}.$$

Qu'on suppose maintenant dans la troisième figure les mêmes corps attachés à la même corde partir des points quelconques e & f , & qu'on fasse dans cette troisième figure la petite distance ce égale à la somme des distances du même corps, qu'on a supposées dans la première & la seconde figure, c'est à dire $ce = a + \gamma$, & que pareillement



on suppose df (fig. 3.) = df (fig. 1.) + df (fig. 2.), c'est à dire, qu'on fasse dans la troisième figure $df =$

$$\frac{n\lambda\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} (\alpha + \gamma) + (\alpha - \gamma) V \left[\left(\frac{n\lambda\lambda + mll - \lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \right)^2 + \frac{m}{n} \right].$$

Il s'agit de déterminer les vibrations des corps pour ces hypothèses représentées dans la troisième figure.

VII. Pour résoudre cette dernière question, que nous verrons renfermer le problème général de deux corps, je dis, qu'il faut concevoir dans la petite ligne ce un point g , & dans la petite ligne df prolongée un point h , de sorte que cg & dh soient respectivement égales aux petites distances ce & df de la première figure, & par conséquent ge & hf respectivement égales aux petites distances ce & df de la seconde figure ; qu'alors la corde idéale $Ag h B$ aura entièrement le même mouvement que la corde $AefB$ de la première figure, pendant que la corde réelle $AefB$ aura le même mouvement relatif par rapport à la corde idéale $Ag h B$, que la corde $AefB$ de la seconde figure a par rapport à la ligne droite AB ; ainsi ce second mouvement relatif est le même que le mouvement absolu pour la seconde figure. Il faut donc considérer le mouvement des corps e & f comme étant composé des deux mouvements simples, qui se feroient suivant la loi de la première & de la seconde figure, qui coexistent en même tems dans les deux corps. Toute cette théorie découle de celle que j'ai établie dans mon Mémoire antécédent ; car la force accélératrice du corps e est composée de deux forces accélératrices, dont l'une sera constamment proportionnelle à la petite distance ge , & l'autre constamment proportionnelle à la petite distance cg , en supposant au point g le même mouvement que celui du corps e dans la première figure. Pareillement la force accélératrice du corps f est composée de deux forces accélératrices, l'une constamment proportionnelle à dh , & l'autre à fh , qui est négative par rapport à la première. Il y a donc dans chacun des



des deux corps un double mouvement vibratoire, dont l'un se fait indépendamment de l'autre, & chacun se fait selon toutes les loix des mouvements simples isochrones ; dans chaque espece à part les deux corps font des vibrations synchrones, mais le mouvement absolu ne fera pas toujours synchrone dans les deux corps ; un corps pourra être dans son repos momentanément, pendant que l'autre sera au plus fort de son mouvement. Il faut donc dire que la corde chargée de deux poids fait, à généralement parler, deux especes de vibrations à la fois, qui peuvent avoir un rapport quelconque, tant pour leur durée que pour la grandeur des excursions ; ce n'est que lorsqu'une espece évanouit, qu'il se fait dans les deux corps des vibrations simples vraiment isochrones & synchrones. Si l'on suppose $\gamma = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la premiere figure, & si l'on suppose $\alpha = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la seconde figure : & hors de ces deux cas il y aura dans les deux corps toujours un mélange de ces deux especes de vibrations, qui coëxistent ensemble, & j'ai exposé au §. 4. les longueurs des pendules simples isochrones pour chacune de ces deux à part.

VIII. Pour voir à présent, que notre construction de la troisième figure renferme tous les cas possibles, on pourra supposer généralement $ce = a$ & $df = b$, & ensuite faire $\alpha + \gamma = a$ &

$$\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}(\alpha + \gamma) + (\alpha - \gamma)V\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right] = b.$$

De ces deux équations on déduira (en désignant la quantité

$$\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l} \text{ par la simple lettre } q) \alpha =$$

$$\frac{1}{2}a + \frac{b - qa}{2V\left(qq + \frac{m}{n}\right)} \quad \& \quad \gamma = \frac{1}{2}a - \frac{b - qa}{2V\left(qq + \frac{m}{n}\right)}$$

& quand on aura déterminé ainsi les valeurs de α & de γ , on connoi-



tra parfaitement les deux especes de vibrations, qui composeront tout le mouvement des deux corps.

Nous allons éclaircir ces remarques par des exemples choisis du côté de la simplicité.

IX. Soit encore, comme au § 5. $n = m$ & $\lambda = l$; ces suppositions rendent la quantité $nL\lambda + mll - nLl = 0$, ce qui fait pour le § 8. $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, en entendant par a & b , les petites distances initiales ce & df (fig. 3.); il faut donc prendre $cg = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conséquent $ge = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, ensuite $dh = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conséquent $fh = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Après avoir ainsi déterminé les points g & h , il faut concevoir ces points faire leurs vibrations suivant la loi de la première figure, & ce même mouvement existera aussi dans les corps e & f ; mais ces corps auront en même tems un autre mouvement isochrone & synchrone relatif, l'un au point g & l'autre au point h , desquels ils s'approcheront & s'éloigneront alternativement avec les mêmes loix, que le feroient les mêmes corps, dans les vibrations simples de la seconde figure. Le pendule simple, isochrone avec la première classe de vibrations, sera $= \frac{m}{p} \lambda$, & celui qui est isochrone avec la seconde espece de vibrations, sera $= \frac{m}{p} (L - 2\lambda) \times \frac{\lambda}{L}$ (§. 4.); ces pendules simples feront donc en raison de L à $L - 2\lambda$, & les tems de chaque vibration pour la première & la seconde classe feront en raison de \sqrt{L} à $\sqrt{L - 2\lambda}$, c'est à dire, en raison sous-doublée de AB à cd . Voici là-dessus quelques cas tout particuliers.

(1.) Qu'on suppose $cd = \frac{1}{2}L$, la petite distance initiale $ce = a$, la petite distance initiale df ou $b = 0$. En ce cas on aura $cg = fh$ ou $\alpha = \gamma \frac{1}{2} = a$; ainsi les excursions entieres seront égales à ce pour chaque espece de vibrations; mais il se fera précisément deux vibrations de la seconde classe, pendant qu'il s'en fait une de la première classe.



classe. Le tems absolu d'une vibration de la premiere classe, que je nommerai t , sera égal à celui d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{3m}{8P}$ L. S'il étoit question de déterminer la position des

corps après le tems $\frac{1}{2}t$, je dis, que les points g & h (fig. 4) parviendront en c & f , pendant que le corps e parcourt l'espace ec & le corps e parcourt l'espace ec , & le corps f l'espace $fl = ce$; ainsi l'espace absolu que parcourra le corps e dans le tems $\frac{1}{2}t$ sera $= ec + gc$; prenant donc $cm = \frac{1}{2}a$, le corps e se trouvera au point m , & l'espace parcouru par le corps f , sera $= fl - fh = fh$, & le corps f se trouvera par conséquent au point h . De la même façon l'on trouve, qu'après le tems entier t le corps e se trouve au point c avec un moment de repos, & le corps f au point n , en faisant $fn = ce$, & cela pareillement avec un moment de repos; de sorte que toutes les circonstances seront remises dans le premier état dans une position entièrement renversée: c'est ici un cas tout à fait semblable à la Théorie de *M. Euler* & d'*Alembert* sur les nouvelles courbures des cordes vibrantes. Dans le sens de ces deux illustres Géometres il faudroit dire, que les deux corps ont fait dans le tems t chacun une simple vibration: mais n'est-il pas manifeste, que chaque corps a fait ici pendant le tems t deux vibrations? Car je demande, si un corps qui commence depuis le repos d'un côté, qui est d'abord accéléré, & ensuite retardé jusqu'à perdre tout le mouvement, qui alors commence à rebrousser pareillement par un mouvement accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre de nouveau tout son mouvement, je demande si un tel corps ne doit pas être censé avoir fait deux vibrations? Or c'est ce qui arrive ici pendant le tems t ; car le corps e commence par être accéléré, il est ensuite retardé, & il outrepassé un peu le point m , il perd tout son mouvement; tout cela arrive pendant un tems un peu plus grand que $\frac{1}{2}t$; ensuite il rebrousse chemin, il est encore accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre son mouvement au point c , & cette seconde vibration absolue se fait pendant un peu moins de tems que $\frac{1}{2}t$. Pareillement le corps f ,



outrepasse un peu le point h , par un mouvement premièrement accéléré, & puis retardé, mais dans un tems un peu plus petit que $\frac{1}{2}t$; alors il rebrousse chemin, & par un pareil mouvement il vient jusqu'en n , où il aura perdu tout son mouvement, & cette seconde vibration absolue demande un peu plus que $\frac{1}{2}t$. Il y a donc deux especes de vibrations absolues, mais inégales tant en durée qu'en excursion; la premiere vibration absolue devient égale à la quatrième, & la seconde égale à la troisième. Ces vibrations absolues ne se font pas selon les loix du mouvement d'un pendule simple, mais en les décomposant en deux classes suivant la théorie exposée, chaque classe obtient toutes les propriétés des mouvements simples isochrones. Si je n'ai pas déterminé absolument toutes les circonstances à la rigueur, ce n'étoit que pour éviter d'être trop prolix.

(2) Si en conservant absolument toutes les suppositions du cas précédent, on suppose la distance $ef = \frac{1}{2}L$, il se fera en vertu du §. 5. trois vibrations simples isochrones de la seconde espece dans le tems t , ou dans le tems d'une vibration de la premiere espece. Ici le tems t sera égal au tems d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur de $\frac{4}{9}P$: partageons ce tems t encore en deux parties égales pour voir ce qui arrive après chaque $\frac{1}{2}t$. Je dis qu'après le premier $\frac{1}{2}t$ le corps en e sera en c , & le corps f sera remis dans le point f dont il étoit parti, de sorte qu'ils parviennent au même instant dans la droite AB , & qu'après le tems entier t le corps e se trouvera du côté opposé à la même distance ce , pendant que l'autre corps se trouvera derechef au point f , & chaque corps sera dans un repos momentané. Voilà encore le système remis dans son premier état, mais simplement renversé, au lieu qu'il étoit doublement renversé dans le premier cas.

(3) Soit à present la distance entre les deux corps, en conservant toutes les autres suppositions & dénominations, $= \frac{1}{3}L$. En ce cas il ne fera plus vrai, que le système se remette dans un état semblable à son

fon



son état initial au bout du tems t , c'est à dire, après que la corde aura fait une vibration suivant la loi de la première figure; un tel retour de toutes les circonstances semblables ne se fera qu'au bout de trois vibrations de la première classe, ou au bout de cinq vibrations de la seconde classe. D'où l'on voit que ces sortes de retours ne répondent que très rarement au tems t ; ce n'est que lorsque le tems d'une vibration conforme à la première figure, est précisément un multiple du tems d'une vibration conforme à la seconde figure. Cette remarque subsiste tant que le nombre des corps attaché à la corde est fini. Mais lorsque le nombre de corps est considéré comme infini, si tous ces petits corps sont censés égaux, & attachés à la corde par de petites distances égales, comme l'idée d'une corde uniformément épaisse & pesante le demande, il arrive que le tems d'une vibration fondamentale est un multiple de toutes les autres vibrations possibles; c'est pourquoi il en résulte, que la corde au bout de chaque tems t doit reprendre la courbure qu'elle a eue au commencement, & que dans cet état chaque élément de la corde est comme en repos pendant un instant. Voilà la source du théorème de M^{rs}. d'Alembert & Euler: mais on ne fait pas attention dans ce théorème à ce qui se passe dans l'intervalle du tems pendant lequel les élémens de la corde peuvent faire tant de vibrations qu'on veut, suivant la courbure initiale de la corde.

X. Nous avons exposé jusqu'ici assez au long la nature des vibrations de deux corps quelconques, attachés à une corde tendue dans des points quelconques, & écartés de la ligne droite par de petites distances quelconques. Pour peu qu'on ait fait attention à notre méthode, on aura vu que notre théorie s'étend à tel nombre de corps qu'on se propose. Je me contenterai donc d'exposer la méthode générale en abrégé, & de l'appliquer ensuite au nombre de trois corps.

Qu'on suppose le corps le plus proche de l'extrémité A, écarté de la ligne droite AB par une distance quelconque, & qu'on se propose de chercher algébriquement les distances des autres corps depuis la même droite



droite AB, avec la condition que la force accélératrice de chaque corps soit à la force accélératrice du premier corps, comme la distance du corps quel qu'il soit, à la distance arbitraire du premier corps; ce problème menera à une équation finale d'autant de dimensions qu'il y aura de corps, & l'équation aura par conséquent un pareil nombre de racines. On pourra donc donner au système autant de configurations différentes qu'il y aura de corps, & par chaque configuration on obtiendra des vibrations simples parfaitement isochrones & synchrones, Soient dans la première configuration les distances de ces corps depuis AB, a, a', a'', a''' &c. dans la seconde configuration $\epsilon, \epsilon', \epsilon'', \epsilon'''$ &c. dans la troisième $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. & ainsi de suite, & qu'on se propose de déterminer les vibrations absolues des corps en les écartant de la ligne droite AB, par des distances quelconques que je dénoterai par a, b, c, d &c. je dis, qu'il n'y aura qu'à faire $a + \epsilon + \gamma$ &c. $= a$, $a' + \epsilon' + \gamma'$ &c. $= b$, $a'' + \epsilon'' + \gamma''$ &c. $= c$, $a''' + \epsilon''' + \gamma'''$ &c. $= d$, & ainsi de suite. Par ces équations élémentaires on pourra déterminer toutes les quantités a, ϵ, γ &c. car les quantités a', a'', a''' &c. seront toutes exprimées par a , les quantités $\epsilon', \epsilon'', \epsilon'''$ &c. par ϵ , les quantités $\gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. par γ , & ainsi des autres. Par là on connoitra en quelle proportion chaque classe de vibrations forme les vibrations absolues cherchées; & comme on connoit aussi la durée de chaque classe de vibrations, on aura de cette façon déterminé tout le mouvement du système proposé.

XI. J'éclaircirai encore cette théorie générale par un exemple de trois corps, que je simplifierai pour abrégér le calcul, & pour rendre les résultats plus clairs.

Je supposerai donc trois corps égaux (fig. 5. 6. & 7.) attachés à la corde aux points c, d & e , & toutes les distances, Ac, cd, de & eB , égales, chacune $= l$, & chaque masse de corps $= m$, & la corde soit encore tendue par un poids P . Sur ces suppositions les trois configurations, dont chacune à part donne une classe de vibrations isochrones & synchrones simples, sont représentées par la 5. 6. & 7. figure.

Dans



Dans la première configuration (fig. 5.) si on fait la première petite distance arbitraire $cm = a$, on aura $dn = a\sqrt{2}$ & $ep = a$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{l}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{m}{p}$.

Dans la seconde configuration (fig. 6.) si l'on fait la première petite distance arbitraire $= \epsilon$, on aura $dn = 0$ & $ep = -\epsilon$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{1}{2} l \times \frac{m}{p}$.

Dans la troisième figure, faisant $cm = \gamma$, on aura $dn = -\gamma\sqrt{2}$, $ep = \gamma$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{l}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{m}{p}$.

Si l'on écarte les corps, suivant les proportions indiquées de l'une de ces trois configurations, & qu'on les laisse partir au même instant, ils formeront des vibrations simples, & les trois corps seront remis dans une position semblable au bout de chaque vibration. Hors de ces trois cas les vibrations des corps paroîtront extrêmement irrégulières, & les corps, quand ils continueroient leurs vibrations sans aucune diminution, ne reprendront jamais une position semblable à celle qu'ils ont eue au commencement. Mais on n'avoit pas encore observé que, malgré cette confusion apparente, il y a constamment un ordre admirable, qui régit dans toutes ces vibrations, & que connoissant cet ordre on est mis en état de déterminer la position des corps pour chaque instant.

Je supposerai donc à présent les distances initielles des corps depuis l'axe AB quelconques; celle du corps $c = a$, celle du corps $d = b$, & celle du corps $e = c$; qu'on fasse les trois distances $me = a$, les trois distances $nd = b$, & les trois distances $pe = c$; c'est à dire $a + \epsilon + \gamma = a$, $a\sqrt{2} - \gamma\sqrt{2} = b$ & $a - \epsilon + \gamma = c$; ces trois équations donneront $a = \frac{a + c + b\sqrt{2}}{4}$, $\epsilon = \frac{a - c}{2}$



& $\gamma = \frac{a+c-bV^2}{4}$. Là dessus je dis, que le corps en m fera un mouvement composé de trois especes de vibrations régulières; l'excursion entiere de chaque vibration de la premiere espece sera $= \frac{a+c+bV^2}{2}$, & sa durée sera égale à celle d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2-V^2} \times \frac{m}{P}$; l'excursion entiere de chaque vibration de la seconde espece sera $= a-c$, & elle sera isochrone avec celle d'un pendule de la longueur $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$; & l'excursion entiere de chaque vibration de la troisième espece sera $= \frac{a+c-bV^2}{2}$ & sa durée répondra à une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2+V^2} \times \frac{m}{P}$. Quant au corps du milieu, son mouvement dans cet exemple ne sera composé que de deux especes de vibrations, dont les excursions totales seront $2\alpha V^2$, & $2\gamma V^2$, ou bien $\frac{aV^2+cV^2+2b}{2}$ & $\frac{-aV^2-cV^2+2b}{2}$, & les pendules simples isochrones correspondants seront $\frac{l}{2-V^2} \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+V^2} \times \frac{m}{P}$. Enfin le troisième corps fera un mouvement composé de trois especes de vibrations régulières, dont les excursions totales seront 2α , -2β ou bien $\frac{a+c+bV^2}{2}$, $-a+c$ & $\frac{a+c-bV^2}{2}$, & les longueurs des pendules simples isochrones correspondantes seront encore $\frac{l}{2-V^2} \times \frac{m}{P}$, $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+V^2} \times \frac{m}{P}$. De là il est encore clair, qu'on peut facilement déterminer la position de chaque corps

pour

pour chaque instant donné, puisqu'on fait l'arc décrit par un pendule simple donné pendant un tems donné.

Si l'on faisoit en même tems y , ou $\frac{a+c-b\sqrt{2}}{4} = 0$, ou $b = \frac{a+c}{\sqrt{2}}$,

la troisième espece de vibrations s'évanouïra; le mouvement des deux corps extrêmes ne renfermera plus que deux especes de vibrations; & le corps du milieu ne fera que des vibrations simples tout à fait régulières, & semblables aux vibrations d'un pendule simple.

XII. Voilà notre nouvelle théorie sur le mélange des vibrations simples régulières, qui composent toujours les vibrations qu'on a envisagées jusqu'ici comme irrégulières, ou plutôt qu'on a assez ignorées. Si nous nous proposons de faire, par exemple, que les nombres des vibrations simples régulières pour la première, la seconde, & la troisième configuration, fussent précisément comme 1, 2, & 3, nous pourrions toujours indiquer une relation générale entre les masses des corps & entre les distances de ces corps pour obtenir cet effet; il faudroit simplement chercher les pendules simples isochrones pour chaque configuration à part, & puis faire que ces pendules fussent en raison de 1, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$; mais on auroit tort d'envisager alors les corps comme n'ayant fait qu'une seule vibration dans le tems qui répondroit à une vibration suivant la première configuration. C'est cependant là le sens, dans lequel *M^{rs}. d'Alembert & Euler* ont établi leur théorie sur les nouvelles vibrations des cordes. Ces illustres Géometres n'ont considéré que de certains instans, sans examiner assez ce qui arrive pendant leurs intervalles.

XIII. Ce que je viens de dire sur la nature des vibrations des corps attachés à une corde tendue, je ne crains pas de l'étendre jusqu'à tous les petits mouvements réciproques, qui peuvent se faire dans la Nature, pourvu que ces petits mouvements réciproques soient entretenus par une cause permanente. Car tout corps qu'on écarte un peu de son point de repos, tendra vers ce point avec une force proportion-



nelle à la petite distance depuis le point de repos : & alors si on suppose un système de corps quelconque, chaque corps pourra former autant de vibrations simples régulières, qu'il y a de corps dans le système, & puis toutes ces vibrations simples pourront coëxister en même tems dans le système proposé. Si donc le système n'est composé que de deux corps, il ne pourra renfermer que deux classes de vibrations simples & régulières. S'il y a trois corps dans le système, quels qu'en foyent les mouvements réciproques, ces mouvements pourront toujours être décomposés en trois especes de vibrations simples & régulières, & il peut arriver que l'une de ces especes, ou même deux especes s'évanouissent ; & en ce dernier cas ces mouvements seront déjà réguliers par eux-mêmes, & ainsi de tant de corps qu'on voudra considérer dans le système. Toutes ces vibrations simples & particulières ne s'entre-empêcheront point, & subsisteront tant que la cause primitive & permanente de ces vibrations subsiste ; tout comme la lumière subsiste tant que la chandelle brûle, ou que le son d'un tuyau d'orgue continue tant que l'air y souffle. Cette considération nous fera d'un grand secours pour concevoir, comment il se peut faire qu'une infinité de rayons passent à travers une petite ouverture, & se croisent dans une chambre obscure sans se troubler les uns les autres : car une masse de matiere lumineuse est un système composé d'une infinité de parties, ou globules, & chaque globule peut subir en même tems une infinité de vibrations toutes simples & isochrones régulières, sans que ces vibrations se confondent jamais, ni se troublent. De cette maniere on peut concevoir qu'un seul & même rayon simple de lumière peut renfermer primitivement toutes les couleurs possibles ; car sans doute les différentes couleurs ne sont qu'autant de différentes perceptions dans l'organe de la vue, causées par les différentes vibrations simples des globules célestes ; or toutes ces vibrations simples peuvent coëxister dans un même rayon. Il est certain que dans une même masse d'air il peut se former un grand nombre d'ondulations en même tems, très différentes entre elles, dont chacune à part cause dans l'organe de l'ouïe un son diffé-



différent. Cette idée me paroît très propre pour expliquer les différentes réfrangibilités, les différentes vivacités, & tous les autres phénomènes indiqués par M. *Newton* sur les couleurs primitives. Mais c'est ici une matière, qui est trop riche pour n'être traitée qu'à l'occasion d'une autre théorie.

XIV. Je finirai ce Mémoire par une autre espèce de vibrations, pour faire voir que nos idées sur le mélange des vibrations simples dans les systèmes de corps, & sur la manière de déterminer ces vibrations simples dans chaque système, sont générales. Je choisirai une espèce de mouvements réciproques qu'on peut distinguer par la vue, à cause de la lenteur qu'on peut leur donner, par où on fera mis en état de confirmer notre théorie par des expériences. Je considérerai donc un fil sans pesanteur, chargé à différentes distances par différents poids; un tel fil étant suspendu verticalement par un point fixe, & recevant quelque impression, formera des mouvements réciproques. J'ai examiné cette matière dans les Mémoires de l'Académie Impériale de St. Petersbourg, aux Tomes VI. & VII. & j'ai poussé ces recherches jusqu'aux mouvements réciproques d'une chaîne également épaisse suspendue verticalement par un point fixe, ce qui faisoit alors une question longtems agitée entre M. *Euler* & moi. Mais je ne considérois alors, suivant la maxime ordinaire des Géomètres, que les vibrations simples, régulières, & permanentes: je démontrai donc que les vibrations pouvoient devenir telles d'autant de manières, qu'il y avoit de corps attachés au fil, & par conséquent d'une infinité de manières dans une chaîne. Je traitois alors tous les autres mouvements réciproques d'irréguliers, sur lesquels on ne pourroit rien déterminer. Mais je dis à présent que tous ces mouvements réciproques, quels qu'ils soient, ne sont jamais qu'un mélange de vibrations simples, régulières, & permanentes, qu'on peut toutes déterminer à part, & que par là on déterminera entièrement ces mouvements réciproques, quelque irréguliers qu'ils aient paru jusqu'ici. C'est ce que j'éclaircirai par un seul exemple.



XV. Soit le fil AC, (fig. 8. & 9.) suspendu par le point fixe A, & chargé dans des points quelconques de deux poids en B & C. Soit $AB = l$, $BC = L$, la masse en B $= m$, & la masse en C $= M$. Que l'on écarte le point B jusqu'en H, & le point C jusqu'en F: & qu'ils partent au même instant de cette position. Les corps balanceront tout aussi-tôt, & la nature de ces balancements dépendra de la proportion, qu'on aura donnée aux petites distances initiales CF & BH. Mais on peut donner une telle proportion à ces petites distances, que les balancements des deux corps deviennent synchrones, & qu'ils suivent chacun la loi des mouvements simples isochrones: cela arrive en faisant

$$BH:CF = 2Ml:mL - ml + ML + M \pm V[4mMLl + (ml + ML + Ml - mL)^2]$$

comme je l'ai démontré au Tom. VII. Comm. Acad. Petrop. p. 164. Je substituerai à la place de cette analogie une autre un peu plus commode, mais entièrement la même, savoir

$$BH:CF = 2Ml:mL - ml + ML + M \pm V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2].$$

Il y a donc ici encore deux configurations, représentées par la huitième & neuvième figure; la première répond au signe affirmatif, & la seconde au signe négatif. J'ai démontré aussi p. 166. que le pendule simple isochrone pour la première configuration est =

$$\frac{2mLl}{mL + ml + Ml + ML - V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}$$

& que pour la seconde configuration ce pendule devient =

$$\frac{2mLl}{mL + ml + Ml + ML + V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}$$

Si l'on fait à présent dans la huitième figure la petite arbitraire $BH = \alpha$, & dans la neuvième figure $BH = \epsilon$, on aura dans la huitième figure

$$CF = \frac{mL - ml + Ml + M \pm V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}{2Ml} \alpha,$$

&

& puis pour la neuvième figure on aura

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml - V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}{2 M l} \epsilon.$$

Voilà les préparations pour déterminer les vibrations, ou balancements des deux corps, en les supposant partir au même instant des points H & F quelconques.

XVI. Soit donc (fig. 10.) généralement $BH = a$ & $CF = b$; qu'on fasse BH (fig. 8.) + BH (fig. 9.) = BH (fig. 10.) ou bien $a + \epsilon = a$, & pareillement CF (fig. 8.) + CF (fig. 9.) = CF (fig. 10.) ou bien

$$\frac{mL - ml + ML + Ml}{2 M l} \times (\alpha + \epsilon) + \frac{V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}{2 M l} \times (\alpha - \epsilon) = b.$$

Ces deux équations donneront

$$\alpha = \frac{1}{2} a - \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]} \quad \&$$

$$\epsilon = \frac{1}{2} a + \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2V[4mMl + (mL - ml + ML + Ml)^2]}.$$

Ces deux valeurs marquent les demi-excursions des deux especes de vibrations régulières dont le mouvement absolu sera composé; la première espèce se fera conformément à la huitième figure, & la seconde espèce conformément à la neuvième figure. Comme d'ailleurs les tems correspondants à chaque espèce de vibrations ont déjà été déterminés dans le précédent article, on voit que nous avons entièrement déterminé tout le mouvement, qu'auront les deux corps pour tous les cas possibles. Enfin on pourra donner aux pendules simples isochrones, avec les deux especes de vibrations, telle proportion qu'on voudra, & obtenir par là une relation entre les corps m & M , & entre les longueurs l & L telle, qu'il se fasse précisément 2, 3, 4 ou tant de vibrations.



brations de la seconde espece, pendant qu'il s'en fait une de la premiere espece. Voici à present quelques exemples.

EXEMPLE I.

Soit $m = M$, $l = L$, & qu'on suppose comme dans la dixième figure $CF = BH$, ou $b = a$; on trouvera $\alpha = \frac{1}{2}a$ & $\epsilon = \frac{1}{2}a$: il faut donc prendre $Bh = \frac{1}{2}a$ & $Cf = \frac{1}{2}a(1 + \sqrt{2})$: qu'on tire après cela les droites Ah & hf . Voici là-dessus le mouvement des corps en H & F : Je dis qu'il faut concevoir dans les points h & f des balancements réguliers simples, comme dans la huitième figure, & supposer dans les corps H & F relativement aux points h & f les mêmes balancements simples, que ces corps auroient suivant la neuvième figure par rapport aux points fixes B & C . Les balancements des points h & f par rapport aux points B & C , seront isochrones avec un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2 - \sqrt{2}}$ ou à peu près $1,706 l$, & les balancements des corps H & F , par rapport aux points mobiles h & f , seront isochrones avec un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2 + \sqrt{2}}$ ou à peu près $0,293 l$.

EXEMPLE II.

Soit $L = \frac{1}{7}l$, $M = \frac{1}{3}m$; & qu'on suppose encore $CF = BH$; ou $b = a$, afin que prenant le corps B entre deux doigts & l'cartant jusqu'en H , l'autre se mette de lui-même en F , & qu'on soit bien sûr qu'en lâchant le corps supérieur les deux corps partent au même instant. Cet exemple donne $Bh = \alpha = \frac{1}{4}a$, $hH = \epsilon = \frac{1}{4}a$, $Cf = \frac{1}{4}a = \frac{1}{4}a$, $Ff = \frac{1}{2}a$. De là nous connoissons pour chaque corps les excursions totales qui appartiennent à chaque espece de vibrations simples. Le pendule isochrone pour la premiere espece de vibrations est $= \frac{1}{4}L$, ou $= \frac{1}{28}l$, & pour la seconde espece $= \frac{1}{8}L = \frac{1}{56}l$.

Le



Le premier étant quatre fois plus long que le second, il s'enfuit qu'il se fera précisément deux balancements de la seconde espece, pendant qu'il s'en fait un de la premiere espece, qui durera une seconde, si on fait $l = 374$ lignes; alors, après la premiere seconde de tems, les corps H & F seront dans un moment de repos, le premier à la distance $\frac{3}{4}a$ du côté opposé, & le second à la distance de $\frac{1}{4}a$, pareillement du côté opposé à la position initiale. Cette position n'a donc ici aucune ressemblance avec la position initiale; mais au bout de deux secondes tout le système sera remis entièrement dans ses circonstances initielles. Un tel mouvement pouvant être facilement remarqué aux yeux, cet exemple pourra servir d'expérience physique pour confirmer notre théorie.

EXEMPLE III.

Si l'on fait $M = \frac{15.15}{17.17} m = \frac{225}{289} m$ & $L = \frac{32}{257} l$, il se fera quatre vibrations de la seconde espece pendant qu'il s'en fait une de la premiere espece; & si on fait $M = \frac{16}{25} m$ & $L = \frac{9}{41} l$, chaque vibration de la premiere espece, durera autant que trois vibrations de la seconde espece; en ce cas les deux corps passeront au même instant par la verticale A C, & prendront dans un même instant, du côté opposé à la premiere position, une position tout à fait semblable, quelle qu'on fasse cette premiere position. Mais on auroit encore grand tort d'envisager tout le mouvement, qui se fait pendant cet intervalle comme un seul balancement; car je dis que chaque corps fera absolument trois vibrations. Pour s'en assurer davantage par la simple inspection, on n'a qu'à donner une position initiale aux deux corps, qui tienne beaucoup plus de celle de la figure neuvième que de celle de la figure huitième; alors on verra chaque corps passer trois fois l'axe A C, avant que de se remettre du côté opposé dans une position semblable à la



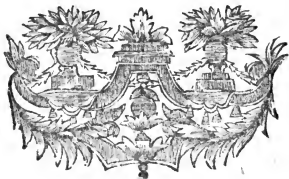
position initiale; le premier & le troisième passage par l'axe AC ne se feront pas au même instant; c'est au second passage que les deux corps auront cette propriété dans le présent exemple.

XVII. Ceux qui auront lu ces réflexions avec quelque attention, verront facilement de quelle manière il faut s'y prendre pour déterminer les balancements de trois ou plusieurs corps, suspendus par le même fil. On voit encore ce qu'il faut penser sur les mouvements réciproques d'une chaîne suspendue par un de ses bouts; une telle chaîne, à moins que de partir d'une position, qui rende ses vibrations tout à fait simples d'une seule & même espèce, ne peut jamais reprendre la position qu'elle a eue au commencement, & en cela ses mouvements sont bien différents de ceux, que *M^{rs} Euler* & d'*Alembert* ont démontré exister dans une corde uniforme tendue. La raison de cela est, que pour les chaînes suspendues les longueurs de pendules simples, isochrones avec les vibrations simples de différentes espèces, ne sont jamais comme un nombre à un nombre. J'ai démontré dans les Commentaires de l'Académie Imp. de St. Petersbourg, Tom. VI. & VII. les différentes configurations, qu'il faut d'abord supposer aux chaînes suspendues pour rendre leurs vibrations simples & isochrones, & j'ai toujours déterminé en même tems les pendules simples isochrones correspondants. On pourra combiner ces configurations de telle façon qu'on veut, & il résultera constamment un mélange des vibrations primitives dont on s'est servi.

XVIII. Quoique j'aie supposé dans toutes ces recherches, que les corps qui composent un système, partent au même instant chacun depuis le repos, notre théorie ne se borne pas là; j'aurois pu supposer que chaque corps eut dans une position donnée quelconque une vitesse donnée quelconque, si ces recherches ne m'avoient paru trop abstraites. Mais il sera cependant utile de remarquer, que les vibrations résultantes n'en seront pas moins un mélange des vibrations telles, que
je



je les ai déterminées, & qu'il n'y aura que la proportion des excursions par rapport à chaque espece à déterminer d'une façon un peu differente de celle que nous avons employée. Je me contenterai donc d'avoir bien établi cette nouvelle Verité de la Physique mécanique; que dans tout systême les mouvements réciproques des corps sont toujours un mélange de vibrations simples, régulières, & permanentes, de différentes especes; que le nombre des ces especes possibles est toujours égal au nombre des corps qui composent le systême; & d'avoir enseigné la maniere de déterminer entierement toutes les vibrations simples, qui concourent à former les mouvements réciproques absolus.





R E M A R Q U E S
 SUR LES MÉMOIRES PRÉCÉDENS
 DE M. BERNOULLI,
 PAR M. EULER.

I.

Il n'y a aucun doute, que M. *Bernoulli* n'ait infiniment mieux développé la partie physique, qui renferme la formation du son dans le mouvement des cordes, qu'aucun autre n'a fait avant lui. On s'étoit presque uniquement arrêté à la détermination mécanique du mouvement, dont une corde tendue peut être ébranlée, sans rechercher assez soigneusement la nature des sons, qui en sont produits. Malgré l'infinité de manières différentes dont on a trouvé qu'une corde peut être mise en vibrations, on ne voyoit pas comme il seroit possible, qu'une même corde puisse rendre à la fois plusieurs sons différens; & c'est à M. *Bernoulli*, que nous sommes redevables de cette heureuse explication, qui est sans doute de la dernière importance dans la Physique. Il est aussi évident, que cette belle idée s'étend à toutes les autres espèces des corps sonores, & que le même corps peut rendre à la fois tous les sons différens, dont il est susceptible séparément; & c'est le sujet que M. *Bernoulli* a traité avec le même succès dans son second Mémoire.

II. M. *Bernoulli* tire toutes ces excellentes réflexions uniquement des recherches, que feu M. *Taylor* a faites sur le mouvement des cordes, & soutient contre M. d'*Alembert* & moi, que la solution de *Taylor* est suffisante à expliquer tous les mouvemens, dont une corde est susceptible; de sorte que les courbes, qu'une corde prend pendant son mouve-



mouvement, soit toujours, ou une trochoïde allongée simple, ou un mélange de deux ou plusieurs courbes de la même espèce. Or quoiqu'un tel mélange ne pût plus être regardé comme une trochoïde, & que la seule possibilité de la combinaison de plusieurs courbes de *M. Taylor* rende déjà sa solution insuffisante; il me semble qu'elle est encore insuffisante à d'autres égards, & que le mouvement d'une corde pourroit être tel, qu'il seroit impossible de le rapporter à l'espèce des trochoïdes *Tayloriennes*.

III. Si toutes les courbes, auxquelles la corde s'applique pendant son mouvement, étoient comprises dans cette équation,

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + \epsilon \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

le sentiment de *M. Bernoulli* seroit juste; vu que prenant chaque terme

séparément, une telle équation $y = \mu \sin \frac{m\pi x}{a}$ donne toujours une

des trochoïdes assignées par *Taylor*; & notre équation seroit formée de plusieurs trochoïdes. Mais, dès que le nombre des termes dans cette équation devient infini, il me paroît encore douteux, si l'on peut dire, que la courbe soit composée d'une infinité de trochoïdes: le nombre infini semble détruire la nature d'une telle composition. Cependant j'avoue, que *M. Bernoulli* auroit pu parvenir à la découverte de toutes ces courbes par le seul raisonnement fondé sur la composition des trochoïdes *Tayloriennes*, & que l'équation rapportée, quand même elle seroit continuée à l'infini, en est une suite fort naturelle.

IV. Mais il y a des cas, où cette équation s'étendant à l'infini est réductible à une équation finie, & alors surtout ce seroit parler fort improprement, si l'on disoit, que la courbe étoit composée d'une infinité de trochoïdes; l'équation même en fournissant une idée & construction beaucoup plus simple. Ainsi, lorsque les coefficients $a, \epsilon,$

Bb 3

γ,



γ , δ &c. forment une progression géométrique, l'équation infinie se réduit à cette équation finie :

$$y = \frac{\epsilon \sin \frac{\pi x}{a}}{1 - n \cos \frac{\pi x}{a}}$$

qui renferme sans contredit des courbes, qui peuvent convenir au mouvement d'une corde, même de l'aveu de M. *Bernoulli*, pourvu que n marque un nombre plus petit que l'unité. Cette corde devoit donc bien rendre à la fois une infinité de sons, dont les plus hauts deviendroient de plus en plus foibles ; mais l'équation nous offre une idée beaucoup plus simple de cette courbe, que si nous voulions dire, qu'elle étoit composée d'une infinité de trochoïdes *Tayloriennes*.

V. Mais il y a plus : je n'avois donné cette équation,

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + \epsilon \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

que comme une solution particulière de la formule, qui contient en général toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde mise en mouvement : & il y a une infinité d'autres courbes, qui ne sauroient être comprises dans cette équation. Si M. *Bernoulli* tomboit d'accord là dessus, il n'auroit pas avancé, que toutes les courbes d'une corde frappée résulteroient uniquement de la combinaison de deux ou plusieurs courbes *Tayloriennes* ; & il auroit reconnu, que le raisonnement fondé sur cette combinaison n'est pas suffisant à fournir une solution complète de la question, dont il s'agit. Il n'auroit pas non plus regardé la méthode, dont M. d'*Alembert* & moi nous sommes servis, comme trop embarrassée pour arriver à une solution générale, qui se pourroit tirer d'une simple considération physique. La question principale, que j'ai à développer, est donc : si toutes les courbes d'une corde mise en mouvement sont comprises dans l'équation rapportée, ou non ?



VI. *M. Bernoulli* ne conteste pas directement la négative, que j'avois avancée: il se contente de dire, qu'il n'est pas encore assez éclairci là dessus; cependant c'est uniquement sur ce point qu'est fondée la préférence, qu'il tache de donner à sa méthode sur celle, dont *M. d'Alembert*, & moi, nous sommes servis. Car si la considération de *M. Bernoulli* fournissoit toutes les courbes, qui peuvent avoir lieu dans le mouvement des cordes, il est certain qu'elle seroit infiniment préférable à notre méthode, qu'on ne pourroit plus regarder que comme un détour extrêmement épineux pour parvenir à une solution si aisée à trouver. Mais au contraire, si la considération de *M. Bernoulli* ne découvre pas toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde mise en mouvement, & qu'il y ait des cas, où la figure de la corde est absolument irréductible aux trochoïdes de *M. Taylor*; il est aussi incontestable, que la méthode de *M. Bernoulli*, quelque belle qu'elle soit en elle-même, ne soit de beaucoup inférieure à la méthode directe, qui fournit toutes les solutions possibles.

VII. Or il me semble que cette circonstance ne sauroit être révoquée en doute, dès qu'on considère, qu'on peut donner d'abord à la corde une figure quelconque. Car concevons, qu'on ait donné à la corde avant que de la relâcher, une figure, qui n'est pas comprise dans l'équation $y = a \sin \frac{\pi x}{a} + b \sin \frac{2 \pi x}{a} + \&c.$ & il n'y a aucun doute que la corde, après avoir été relâchée subitement, ne soit déterminée à un certain mouvement. Il est aussi certain que la figure qu'elle aura après le premier instant sera encore bien différente de cette équation; & quand même on voudroit soutenir, qu'après plusieurs instans elle s'assujettisse enfin à une figure comprise dans la dite équation, on ne sauroit disconvenir, qu'avant que cela arrive, le mouvement de la corde ne soit bien différent de celui, que la considération de *M. Bernoulli* renferme. Ce premier mouvement n'étant donc pas certainement conforme aux loix tirées de la théorie de *Taylor*, me semble



ble tout à fait suffisant à faire voir, que cette théorie n'est pas capable de nous éclairer sur tous les mouvemens, dont une corde est susceptible.

VIII. On sera donc obligé d'avouer, que le mouvement de la corde, du moins pendant quelque tems depuis le commencement, dépend de la figure, qu'on aura donnée d'abord à la corde; laquelle étant absolument arbitraire, il est impossible de soutenir, que ce mouvement soit toujours d'accord avec lesdites loix. Il semble encore fort incertain, si un tel mouvement se réduise enfin parfaitement à la trochoïde de *Taylor*; & quand même cela arriveroit, comme *M. Bernoulli* a remarqué très ingénieusement qu'il arrive dans le mélange de deux ou plusieurs trochoïdes, la cause ne sauroit être attribuée, qu'au ralentissement du mouvement, causé par des circonstances externes, auxquelles on ne fait point réflexion dans le calcul. Ainsi cela ne doit pas même entrer dans la solution, où l'on fait abstraction de toutes causes, qui peuvent ralentir & altérer le mouvement. De là il s'ensuit, qu'une solution ne sauroit être jugée complète, à moins qu'elle n'embrasse tous les cas du mouvement, pour toutes les figures possibles, qu'on pourroit donner à la corde au commencement.

IX. Mais peut-être repliquera-t-on, que l'équation

$$y = a \sin \frac{\pi x}{a} + \&c. \text{ à cause de l'infinité de coefficients indéterminés, est si générale, qu'elle renferme toutes les courbes possibles: \& il faut avouer, que si cela étoit vrai, la méthode de } M. Bernoulli \text{ fourniroit une solution complète. Mais, outre que ce grand Géomètre n'a pas fait cette objection, toutes les courbes comprises dans cette équation, quoiqu'on augmente le nombre des termes à l'infini, ont de certains caractères, qui les distinguent de toutes autres courbes. Car si l'on prend l'abscisse } x \text{ négative, l'appliquée devient aussi négative, \& égale à celle qui répond à l'abscisse positive } x; \text{ de même l'appliquée qui répond à l'abscisse } a - x, \text{ est négative, \& égale à celle qui con-}$$

vient



parcourir l'espace Mm fera $= \frac{Mm}{Vu}$. Ou bien on prendra un milieu

entre les valeurs $\frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$ & $\frac{V(1+qq)}{V(n+Q)}$ qui soit $= \mu$, &

à cause de $Vu = \mu V \frac{1}{2} ac$, le tems par l'arc Mm fera $=$
 $\frac{V \frac{1}{2} c}{V a} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{n+Q}{n+P}$. Et pour avoir ce tems exprimé en minutes

secondes, soit g la hauteur par laquelle un corps tombe dans une se-
 conde, & le nombre des secondes fera $= \frac{V c}{V 2 a g} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{n+Q}{n+P}$.

On pourra de la même manière exprimer les vitesses par l'espace,
 qu'elles sont capables de parcourir dans une seconde, & sur ce pied la
 vitesse en M est $= V 2 a c g \cdot \frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$.

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperboliques,
 on peut pourtant se servir des logarithmes communs, pourvu qu'on
 multiplie ensuite les coefficients de ces termes par le nombre
 2, 302585092994, dont le logarithme commun est $= 0,3622156$.
 Ainsi, en se servant des logarithmes communs, un arc quelconque de la

courbe fera 2, 302585 $c \cdot \frac{n+Q}{n+P}$, & ce coefficient conviendra
 aussi aux abscisses & appliquées. Ensuite la vitesse en M sera exprimée

par l'espace $V 2 a c g \cdot \frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$, qui se parcourt dans une se-
 conde avec cette vitesse; & le tems par l'arc Mm fera de

$$\frac{2, 302585 V c}{V 2 a g} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{n+Q}{n+P} \text{ secondes,}$$

où μ est la valeur moyenne entre $\frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$ & $\frac{V(1+qq)}{V(n+Q)}$

& g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde dans le vuide, & on fait que $g = 15,625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'espece douzième où $n = 1,822067$, qui contiendra deux parties l'une pour la branche ascendante ANC, l'autre pour la branche descendante AMH; elle pourra servir de modele pour calculer pareillement des Tables semblables pour les autres especes; & à l'aide de 18 Tables de cette forme on fera en état de résoudre toutes les questions, qui peuvent se rencontrer dans l'Artillerie.

Fig. 3. 53. Par le moyen de cette Table, qui est calculée de 5 à 5 degrés, on construira aisément la forme de la trajectoire de la douzième espece; comme elle est exprimée dans la troisième figure. Et lorsqu'on fait la valeur de la quantité c & de a , on connoitra par cette Table la vitesse du corps dans chaque point de la courbe, & encore le tems, par chaque partie de la courbe. Ainsi, si la direction, ou l'élévation du canon ou du mortier est donnée, d'où l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la premiere colonne de la table pour la branche ascendante, & la colonne V^{me} montrera la vitesse, qui doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire de la douzième espece.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre soit $\frac{1}{2}$ pied, & le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de 1^{er} pied cubique d'eau. Ayant donc $d = \frac{1}{2}$ & $c^3 = 1^{\text{er}}$, nous aurons (15) $e = 707,1^{\text{er}} = 2544$ pieds; & pour a nous prendrons l'unité. Que cette bombe soit jetée sous une élévation de 45° en C, & pour qu'elle décrive une trajectoire de la XII^{me} espece, il faut que sa vitesse en C soit de 1,7222525. $\sqrt{2}agc$ pieds par seconde, ou qu'elle soit capable de parcourir avec cette vitesse un espace de 434 1^{er} pieds par seconde. Quand sa vitesse seroit plus grande, la trajectoire appartiendroit à une espece antérieure; mais, si elle étoit plus petite, à une espece



espece suivante; & dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autres especes.

55. Supposons donc que la vitesse initiale de la bombe en C soit de 434 $\frac{1}{2}$ pieds par seconde, & qu'elle soit jetée sur une plaine horizontale, où elle retombe en E. Soit le sommet en A, d'où l'on baïsse la perpendiculaire AD, & la Table pour la branche ascendante nous donnera

l'intervalle	CD = AB =	2139, 2 pieds
la hauteur	AD =	1234, 8 pieds
la courbe même	CA =	2529, 0 pieds
la vitesse au sommet A	=	208 $\frac{3}{4}$ pieds par seconde
le tems de la montée par CA	=	8, 18 secondes.

56. Pour la branche descendante il faut chercher par interpolation le point où l'appliquée est = 0, 2108126 dans la Table pour cette branche, & on voit que cela arrive entre 60° & 65°, & précisément à 60°, 13'. Ainsi la bombe tombera en E sur l'horizon sous un angle de 60°, 13': Or de là on trouvera

l'intervalle	DE =	1640, 1 pieds
la courbe	AE =	2153, 6 pieds
la vitesse en	E =	275 $\frac{3}{4}$ pied par seconde
le tems de la descente par AE	=	9, 50 secondes

Ainsi la bombe restera dans l'air pendant 17, 68 ou 17 $\frac{3}{4}$ secondes, & l'amplitude du jet sera CE = 3779 $\frac{3}{4}$ pieds. Cet Exemple fera suffisant à montrer l'usage de ces Tables dans la resolution de toute sorte de problèmes, qu'on propose ordinairement dans l'Artillerie.



ESPECE XII.

Pour le branche ascendante

Inclin. en N	L'arc AN	L'abscisse AQ	L'appliquée QN	La vitesse en N	Le tems par AN
	$= 2,302585c$	$= 2,302585c$	$= 2,302585c$	$= V_{2agc}$	$= \frac{2,302585 Vc}{V_{2ag}}$
	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par
0°	0,0000000 213983	0,0000000 213779	0,0000000 9334	0,7408247 213820	0,0000000 ¹¹ 284763
5	0,0213983 230448	0,0213779 228477	0,0009334 30080	0,7622067 295427	0,0284763 296594
10	0,0444431 255349	0,0442256 249296	0,0039414 55268	0,7917494 395510	0,0581357 314747
15	0,0699780 291646	0,0691552 278148	0,0094682 87699	0,8313004 523866	0,0896104 340273
20	0,0991426 345303	0,0969700 319018	0,0182381 132142	0,8836870 697094	0,1236377 376196
25	0,1336729 426536	0,1288718 377472	0,0314523 196952	0,9533964 945651	0,1612573 426723
30	0,1763265 555745	0,1666190 468711	0,0511475 298602	1,0479615 1331725	0,2039296 499521
35	0,2319010 778564	0,2134901 617676	0,0810077 473960	1,1811330 2003240	0,2538817 609504
40	0,3097574 1219806	0,2752577 899335	0,1284037 824089	1,3814570 3407955	0,3148321 790812
45	0,4317380 2381005	0,3651912 1608581	0,2108126 1755460	1,7222525 7698425	0,3939133 1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

ESPECE



ESPECE XII.

Pour la branche descendante.

Inclin. en M	L'arc AM	L'abscisse AP	L'appliquée PM	La vitesse en M	Le tems par M
	$= 2,302585c$	$= 2,302585c$	$= 2,302585c$	$= \sqrt{2}agc$	$= \frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2}ag}$
ρ°	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par
0	0,000000 203933	0,000000 203739	0,000000 8895	0,7408247 — 144229	0,000000 277997
5	0,0203933 199209	0,0203739 197505	0,0008895 26002	0,7264018 — 82616	0,0277997 275814
10	0,0403142 199299	0,0401244 194575	0,0034897 43136	0,7181402 — 25702	0,0553811 278019
15	0,0602441 204125	0,0595819 194677	0,0078033 61381	0,7155700 + 28920	0,0831830 284687
20	0,0806566 214049	0,0790496 197755	0,0139414 81913	0,7184620 83320	0,1116517 296214
25	0,1020615 229898	0,0988251 203922	0,021327 106155	0,7267940 139390	0,1412731 313328
30	0,1250513 253104	0,1192173 213465	0,0327482 135993	0,7407330 198950	0,1726059 337196
35	0,1503617 285969	0,1405638 226875	0,0463475 174086	0,7606280 263895	0,2063255 369608
40	0,1789586 332130	0,1632513 244872	0,0637561 224384	0,7870175 336125	0,2432863 413278
45	0,2121716 397389	0,1877385 268470	0,0861945 292985	0,8206300 417430	0,2846141 472492
50	0,2519105 491194	0,2145855 299018	0,1154930 389688	0,8623730 509230	0,3318633 553474
55	0,3010299 629347	0,2444873 338148	0,1544618 530786	0,9132960 611670	0,3872107 667116
60	0,3639646 841010	0,2783021 388335	0,2075404 745985	0,9744630 720310	0,4539223 832818
65	0,4480656 1178537	0,3171356 451007	0,2821389 1088830	1,0464940 825390	0,5372041 1084230
70	0,5659193 1754921	0,3622363 527715	0,3910219 1673697	1,1290330 900010	0,6456271 1495880
75	0,7414114 2851538	0,4150078 617186	0,5583916 2783950	1,2190340 894400	0,7952151 2257818
80	1,0265652 5513732	0,4767264 719686	0,8367866 5466560	1,3084740 733500	1,0209969 4100500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4310469

X x 3

TABLE



T A B L E Subsidiaire.

ang. Φ	$p = \text{tang } \Phi$	$\text{tag } \Phi \text{ sec. } \Phi$	$1/\text{tg}(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)$	P
0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583844	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980189	0,1931766	0,1955976
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2141464
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
16	0,2867454	0,2983010	0,2829544	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040162	0,4357164	0,3937709	0,4147637
23	0,4244478	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4451287	0,4873633	0,4316947	0,4595190
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
26	0,48777326	0,5426522	0,4702126	0,5064314
27	0,5095254	0,5718538	0,4897151	0,5307845
28	0,5317094	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773103	0,6666666	0,5493059	0,6079863

T A B L E Subsidiare.

ang. ϕ	$p = \tan \phi$	$\tan \phi \sec \phi$	$\log(45^\circ + \phi)$	P
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
31	0,6008606	0,7009840	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107173	0,6925287
34	0,6745085	0,8136044	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	0,8390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688398
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907040	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329189
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345196
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	2,3903296

T.A.



T A B L E Subsidiaire.

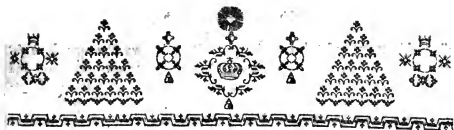
Ang. ϕ	$p = \tan \phi$	$\tan \phi \sec \phi$	$\lg(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)$	P
60°	1,7320508	3,464102	1,3165572	2,390330
61	1,8040478	3,721147	1,3524042	2,536776
62	1,8807265	4,006050	1,3889854	2,697518
63	1,9626105	4,323721	1,4267876	2,874904
64	2,0503038	4,677095	1,4659075	3,071501
65	2,1445069	5,074337	1,5064535	3,290396
66	2,2460368	5,522093	1,5485467	3,535320
67	2,3558524	6,029344	1,5923233	3,810834
68	2,4750869	6,607161	1,6379381	4,122549
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,477441
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,884250
71	2,9042109	8,920438	1,7877114	5,354075
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,901161
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,544048
74	3,4874144	12,652184	1,9622566	7,307220
75	3,7320508	14,419540	2,0275887	8,223570
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,338073
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,713657
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,440411
79	5,1445540	26,961800	2,3403999	14,651100
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,54793
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,45123
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,89318
83	8,1433464	66,82850	2,7942178	34,81136
84	9,5143645	91,02174	2,9486902	46,93522
85	11,4300520	131,11452	3,1313001	67,12291
86	14,300666	205,0084	3,3546723	104,1815
87	19,081137	364,5898	3,6425320	184,1162
88	28,636253	820,5348	4,0481241	412,2915
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,690
89° 30'	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,250
89° 44'	214,85762	45164,31	6,0631256	23085,19
89° 52'	429,71757	184657,7	6,7562739	92332,30
89° 56'	859,43630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58'	1718,8732	2954526,	8,1425680	1477267,

ME/MOL

M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
SPÉCULATIVE.*

* * *




DES
ECRITS ET DE LA DOCTRINE
D'ANAXAGORE,

PAR M. HEINIUS.

Traduit du Latin.

I.

près avoir examiné en détail les circonstances de la Vie du célèbre Philosophe *Anaxagore* (a), nous allons apporter le même soin à rendre compte de ses Ouvrages & de ses opinions. L'importance & la variété des matieres que nous serons appellés à discuter, nous paroissent propres à rendre ce Mémoire digne de l'attention de ceux, qui se plaisent à l'étude de l'Histoire ancienne de la Philosophie.

II. Nous commencerons par un passage de *Diogene Laërce*, sur le véritable sens duquel les Savans ne sont pas d'accord. Cet Auteur

Y y 2

(a) Voyez le Mémoire inséré dans le Tome précédent, p. 313 & suiv.



dit, qu'*Anaxagore fut le premier qui mit au jour un Ouvrage de sa façon* (b). Que veut-il dire par là ? Avant *Anaxagore*, on avoit déjà les Ecrits de divers Poëtes ; on avoit ceux de *Pherecyde*, d'*Anaximandre*, & de quelques autres, pour ne rien dire des Pythagoriciens. *Casaubon* avoit conjecturé d'après *Plutarque*, qu'il y avoit un mot omis dans le passage de *Diogene*, sçavoir de la Lune, & que cet Ecrivain avance simplement qu'*Anaxagore* est le premier qui ait écrit sur cet Astre. En effet *Plutarque* dit, que ce Philosophe est le premier qui ait exposé par écrit les raisons des Phases & des Eclipses de la Lune. Mais ce Critique, après avoir pénétré un passage de *Clement d'Alexandrie*, aima mieux retenir l'ancienne leçon. Comme on voit dans ce passage quelle sorte de Livre avoit écrit *Anaxagore*, nous l'allons mettre ici tout entier. „Un certain *Alcmeon*, fils de *Perithe*, Crotoniate, écrivit le premier un Ouvrage sur la Physique, ou sur la Nature (d). „ Mais d'autres prétendent qu'*Anaxagore*, fils d'*Hegésibule*, Clazomenien, est le premier qui ait mis un Ouvrage au jour (e). „ Mais sur quoi ? Sur la Physique sans doute, comme l'exigent expressément les paroles qui précèdent. On ne doit pas former une Objection de ce qui est dit dans la Vie d'*Anaximandre* par *Diogene*, que ce Philosophe fit une exposition abrégée (f) de ses dogmes, ou si l'on aime mieux traduire ainsi, qu'il digéra ses opinions philosophiques en courts Chapitres, en Aphorismes. Un semblable Abrégé ne doit point être comparé à un Ouvrage, où l'on traite les matieres de Physique avec étendue, & en rapportant les raisons des phénomènes. Soit donc : disons qu'*Anaxagore* est le premier qui ait composé une Physique ; &

Diogene

(b) Πρώτος Αναξαγόρας βιβλίον ἐξέδωκε συγγραφήs.

(c) Πρώτος περί Σελήνης καταναγασμῶν καὶ σκιάs λόγον εἰς γραφὴν κατέθετο.

(d) Πρώτος Φυσικόν λόγον συνέταξεν.

(e) διὰ γραφῆs ἐκδῶναι ἰσχυροί.

(f) κεφαλαιώδη ἐκθέσιν.

ad pag. 153.

Fig. 1.



Fig. 2.

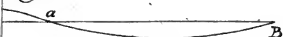


Fig. 3.

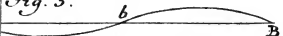


Fig. 4.

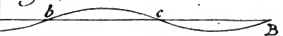
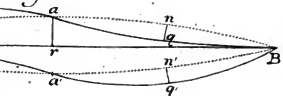


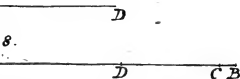
Fig. 5.



Fig. 6.



8.

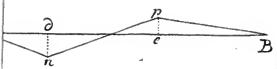
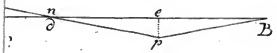
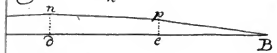
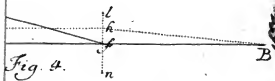
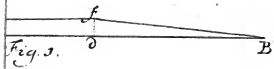


IX pag. 352

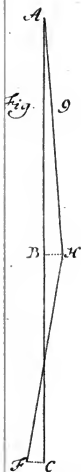
F.H. Frisch sc. Berl.



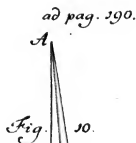
ad pag. 374.



X pag. 352. F. H. Frisch sc. Berl.



pag. 352.



J.H. Frisch sc. Berl.



Fig. 3.

Tab. IV.

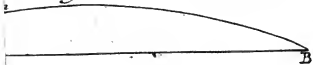


Fig. 2.

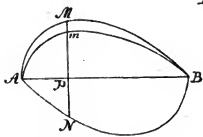
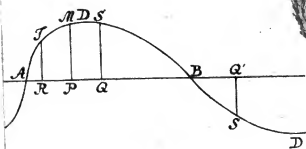
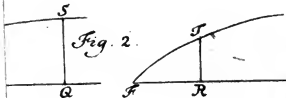
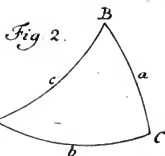
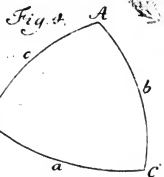


Fig. 4.

Tab. V.



3.



Tom. IX pag. 352.

F. H. Frisch, sc. B.

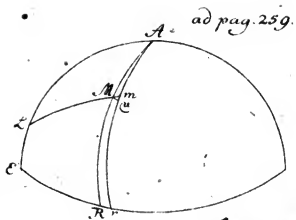


Fig. 2

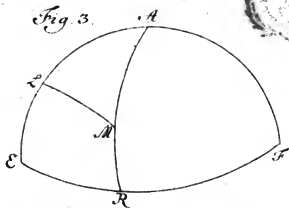


Fig. 3.

IX pag. 352.

J. H. Frisch sc. P.



Tab. VII.

ad pag 321.

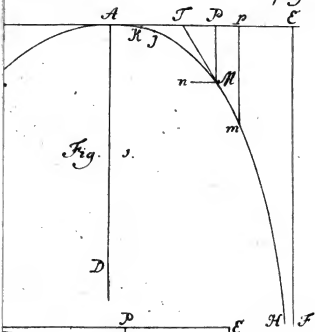


Fig. 1.

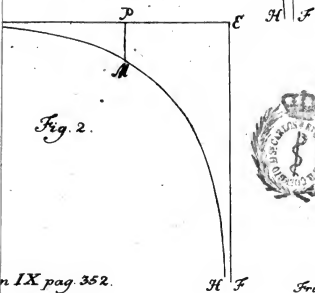


Fig. 2.

n IX pag 352.

H F

Frisch. sc.



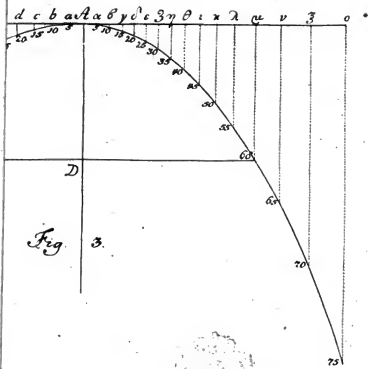


Fig. 3.



Diogene donne d'extrêmes louanges à cet Ouvrage, disant que les graces & le sublime s'y trouvoient réunis (s). *Athenée* le cite *, en L. II. p. 57. l'appellant *Physica* au pluriel, ou *Physice* au singulier. Eusebe lui donne le titre de *Dissertation sur les principes*. „On prétend (b), dit-il, qu'*Anaxagore*, le plus distingué des Philosophes Grecs, dans sa „ *Dissertation sur les Principes*, a établi l'Esprit pour cause universelle. „ Nous tirerons de ce Livre dans la suite quelques fragmens de la Philosophie d'*Anaxagore*. *Platon*, ou *Socrate*, l'avoit lû, comme nous l'apprenons par le *Phedon* †. La Physique d'*Aristote* * fait voir de même qu'il étoit parvenu à sa connoissance. † §. 61. L. I. c. 5.

III. *Anaxagore* doit aussi être rangé parmi les Mathématiciens distingués, comme nous l'enseigne *Proclus* sur *Euclides*. „Après „ *Pythagore*, dit-il, *Anaxagore* de Clazomene traita plusieurs sujets „ de Géométrie (c), & *Oenopidas* de Chio - - & *Theodore* de Cyrene, peu après *Anaxagore*. *Platon*, dans ses *Rivaux*, parle de „ tous ces Philosophes, comme de gens qui se sont acquis beaucoup „ de réputation dans les Mathématiques. „ J'ai fait ailleurs l'Histoire d'*Oenopidas* de Chio. (d) *Theodore* de Cyrene enrichit considérablement la Géométrie. De là vient que *Socrate*, dans *Xenophon*, † † *Memorab.* demande à *Euthydeme*; s'il veut devenir aussi bon Géomètre que *Theodore*. *Platon* l'avoit aussi entendu; car *Apulée* dit, qu'il s'étoit rendu L. IV. c. 10. à Cyrene auprès de *Theodore*, pour apprendre la Géométrie. Consultez aussi *Diogene Laërce*. * *Plutarque* fait mention des travaux * L. III. §. 6.

Y y 3

Philo-

(a) σύγγραμμα ἡδέως καὶ μεγαλοφρόνως ἡρμηνευμένον.

(b) Μόιος ὁ ἔν πρώτῳ Ἀναξαγόρας Ἑλλήνων μνημονεύεται, ἐν τοῖς περὶ ἀρχῶν λόγοις, Νῦν πάντων αἰτίων ἀποφύνασθαι. *Prepar. Evang.* p. 750.

(c) Μετὰ δὲ τούτων (Πυθαγόραν) Ἀναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος πολλῶν ἐφήτατο κατὰ Γεωμετρίαν, &c. L. II. p. 19.

(d) Voyez Tome III. de ces *Mémoires*, p. 401 & suiv.



† Biblioth.
Græc. Tom. I.
p. 814.

* *Proem.* §. 16.

Geométriques d'*Anaxagore*, dans son livre de l'Exil, où il dit, que ce Philosophe, étant en prison, écrivit sur la Quadrature du Cercle, (1) question si agitée parmi les Mathématiciens. *Gassendi*, dans sa Morale, en parlant du courage que le Sage conserve dans les adversités, parle avec admiration d'*Anaxagore*, qui écrivit dans sa prison sur un sujet tel que la Quadrature du Cercle, qui demande les méditations les plus profondes & l'esprit le plus libre. (m) On ne sçait au reste ce que contenoit cet Ecrit. Mr. *Fabricius* † en tire seulement à bon droit la conséquence, que *Diogene Laërce* se trompe, lorsqu'il met *Anaxagore* au nombre des Auteurs qui n'ont fait qu'un seul Ouvrage. *

IV. Mais cet homme si versé dans la Littérature a-t-il été lui-même exempt d'erreur, lorsqu'il ajoute au même endroit, que c'est à cet Ouvrage de la Quadrature du Cercle, que *Vitruve* fait allusion en louant *Anaxagore* dans la Préface de son VII. Livre. En lisant attentivement le passage de *Vitruve*, tel que nous le rapportons au bas de la page, (n) on n'y trouve rien qui se rapporte à la Quadrature; mais il ne faut pas beaucoup de pénétration, pour voir que *Vitruve* y parle de cette partie de l'Optique, à laquelle on donne communément le nom de *Perspective*. Quelques Auteurs à la vérité, & surtout Mr. *Perrault*

(1) Αναξαγόρας μὲν ἐν τῷ δεσμωτηρίῳ τὸν τῷ κύκλῳ τετραγωνισμὸν ἔγραψε. p. 607.

- (m) *Annon celebre est, Anaxagoram carcere detentum egregium conscripisse Librum de Quadratura Circuli; quæ quidem speculatio, ut subtilissima est, ita profecto animi expeditissimum possit?*
- (n) *Namque primum Agatharchus, Æschylæ docente, Tragediam scenam facit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem rescripserunt, quemadmodum oporteat ad actionem oculorum, radiorumque extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere; uti de incerta re certa imagines ædificiorum in scenarum picturis redderent speciem; & quæ in directis planisque frontibus sunt figuratæ, alia abscedentis, alia prominentia esse videantur.*



Perrault, ont prétendu que les Anciens n'avoient aucune connoissance de la Perspective; mais le contraire a été solidement prouvé par Mr. l'Abbé *Sallier*; (*) & la seule inspection du passage de *Vitruve* suffit pour lever tous les doutes à cet égard.

V. Passons à un autre endroit de *Diogene Laërce*, où ce qu'il dit d'*Anaxagore* mérite un moment d'examen: voici ses propres termes. „ Il paroît qu'*Anaxagore*, (suivant le témoignage de *Phavorin* „ dans son Histoire universelle,) est le premier qui ait dit, que le Poë- „ me d'*Homere* a pour objet la Vérité & la Justice; & *Metrodore* de „ Lampsaque, son Ami, a beaucoup contribué à établir cette opi- „ nion. „ Il est aussi constant que celui-ci s'appliquoit à l'étude des Poësies d'*Homere*, relativement aux traits d'Histoire Naturelle qu'elles contiennent. (†) *Phavorin*, qui se rendit célèbre sous *Adrien*, avoit fait plusieurs Ouvrages Philosophiques & Historiques, & entr'autres un Recueil d'Histoire Universelle, sur lequel on peut recourir à *Vossius*, dans son Traité des Historiens Grecs, & à Mr. de Tillemont, dans la Vie de l'Empereur *Adrien*. *Metrodore*, ami d'*Anaxagore*, ne doit pas être confondu avec *Metrodore* l'Epicurien, quoique celui-ci fut pareillement surnommé de *Lampsaque*, comme *Strabon* nous l'apprend. † Ainsi, *Anaxagore*, si l'on en croit *Phavorin*, rapportoit la † *Geog.* p. 189. Mythologie d'*Homere* à la Vérité & à la Justice, c'est à dire, à la Morale; & il suivoit en cela principalement les directions de son Ami *Metrodore*. *Tatien*, dont le nom est illustre parmi les Pères de l'Eglise, répandra du jour là-dessus. „ Assurément, dit-il, * ce *Me- * Orat. ad trodore* de Lampsaque, est tout à fait ridicule dans son Livre sur *Gracos*, cap. 37. „ *Homere*; où il convertit tout en allégories. Il ne veut point que „ Junon, Minerve, ou Jupiter, soient ce que s'imaginent ordinairement ceux qui leur ont assigné des lieux, & bâti des Temples; mais „ il prétend que ce sont certaines choses dans la Nature, certaines com- „ binai-

(*) Dans les Mémoires de l'Acad. Royale des Inscriptions, Tom. XI. p. 152.

(†) περὶ τὴν φυσικὴν πραγματείαν.



„ binaifons des élémens. Il va plus loin encore, & porte le même
 „ jugement d'Hector, d'Achille, d'Agamemnon, d'Helene, de Paris,
 „ & de tous les perfonnages, tant Grecs que Barbares, qui fe trou-
 „ vent dans ce Poëme. „ Mais Anaxagore & fon Ami n'étoient pas
 les feuls de ce fentiment ; car *Empedocle*, & *Heraclide* de Pont, que
 Mr. *Gesner* a traduit en Latin, rapportoient tout le Poëme d'*Homere*
 à des notions de physique ; & le Commentaire de *Proclus*, dont le
 même Savant nous a donné une Traduction, explique les Fables de ce
 Poëte fous des Allégories Physiques, Theologiques, ou Morales.
Gesner a auffi donné un petit Livre d'un Auteur incertain, traduit du
 Grec, où les Voyages d'Ulyffe font confidérés comme une fource de
 préceptes de Morale destinés à former l'homme. On peut trouver
 de plus grands détails là-deffus dans la favante *Apotheofe* d'*Homere*,
 par Mr. *Cuper*.

VI. L'Antiquité a donné à *Anaxagore* un furnom qui rend fa
 Mémoire illuftre : c'eft celui de Νούς, ou d'*Efprit*. *Diogene* (1) &
Strabon (2) en font garans. Il avoit écrit l'Ouvrage dont nous avons
 parlé §. II. & il le commençoit par ces mots : *Tout étoit confondu ;*
enfuite vint l'ESPRIT, qui mit les chofes en ordre. (3) Comme ce
 mot fe trouvoit répété fort fouvent dans la Philofophie, le furnom lui
 en demeura. *Plutarque* rapporte la chofe encore plus au long dans fa
 vie de *Pericles*. „ *Anaxagore* de Clazomene, dit-il, le Maître de
 „ *Pericles*, fut furnommé par fes contemporains l'*Efprit*, (4) foit à
 „ caufe de la haute idée qu'ils fe faifoient de fa pénétration admirable
 „ dans l'étude de la Nature, foit parce qu'il fut le premier qui ne fit
 „ pas dépendre l'Univers de la Fortune, ou du Hazard, comme d'un

„ Prin-

(1) Νούς ἐπεκλήθη. *Schmidii* Anaxag. §. XIII.

(2) Νούς ἐπεκαλεῖτο.

(3) Πάντα χρήματα ἦν ὁμῶ, εἴτα ΝΟΥΣ ἐλθὼν αὐτὰ διεκόσμησε.

(4) οἱ τότε ἀνθρώποι ΝΟΥΝ προσηγόρευον.



„ Principe qui eût réglé tout ce qui s'y passe, (*) mais qu'il établit un
 „ *ESPRIT* pur, répandu partout, & mêlé à tous les êtres, qui sépa-
 „ roit & digérait les ressemblances des parties, ou *homocomeries*. „
 C'est ici qu'il faut rapporter les *Silles* de *Timon*, que *Diogene* nous a con-
 servés. Ce *Timon*, célèbre entre les Philosophes Pyrrhoniens, & chet à
Ptolemée Philadelphé, est cité par *Aulu-Gelle*, comme un Ecrivain
 plein de fiel, qui avoit écrit un Livre des plus mordans, sous le titre de
Silles; où il traitoit fort mal les Philosophes. Les *Silles* sont un gen-
 re de vers piquans, dans le goût de ce que les Romains ont nommé *Sa-
 tire*. On peut consulter l'Ouvrage, que *Cassiodor* a écrit sur la Satire
 Romaine. Voici les *Silles* que *Timon* avoit faits contre *Anaxagore*:

Καί που Αναξαγόρην φασ' ἔμμεναι ἀλκιμον ἦρω,
 Νῦν, ὅτι δὴ νόος αὐτῷ, ὃς ἐξαπίνης ἐπαγείρας
 Πάντα συνεσφίκωσεν ὁμῶς τεταραγμένα πρόσθεν.

Les vers Latins qu'on donne ordinairement pour la traduction de ceux-
 ci, en rendent mal le sens, que *Perizonius* a mieux saisi, de la maniere
 suivante: „ Et où disent-ils qu'est *Anaxagore*, cet illustre Héros,
 „ surnommé l'*ESPRIT*, parce qu'un Esprit existoit dans celui qui
 „ rassemblant toutes les choses qui étoient auparavant dans un état de
 „ desordre & de confusion, les a réunies & réduites en système. „ (*)

VII. Nous avons dit tout ce qui est connu des Ouvrages d'*A-
 naxagore*; il faut passer présentement à ses dogmes. Et, avant que
 d'entrer dans leur discussion, il y a quelques remarques préliminaires
 à faire. D'abord, on ne doit pas s'attendre que nous puissions donner
 un

(u) ἀρχὴν διακοσμήσεως.

(x) Et ubi Anaxagoram esse ajunt, strenuum Heroem, MENTEM dictum, quia
 Mens ipsi fuit, ille qui repente conjungens omnia compegit in certa rerum Syste-
 mata, cum antea fuissent confusa, Chaos quoddam indigestaque moles. Petizo-
 nius ad Ælianum V. H. Lib. VIII. c. 19.



un Système de la Philosophie *Anaxagoréenne*. Ses Ouvrages étant perdus, il ne nous reste que des fragmens découffus, & de simples débris, qui ne fuffifent pas pour construire un édifice complet & régulier. Il s'y trouve nécessairement des vuides & des choses incohérentes, que le tems nous met hors d'état de remplir & de lier. Mais c'est un fort commun à presque tous les autres Philosophes de l'Antiquité; leurs opinions font comme envelopées dans la plus grande obscurité. Ensuite, sachant bien que de très habiles gens ont déjà travaillé sur la doctrine d'*Anaxagore*, nous ne voulons entrer avec eux dans des Controverses, qui nous meneroient fort au delà des bornes d'un Mémoire Académique. Nous aurions à disputer avec *Platon & Aristote*, avec *Aquilien, Gassendi, & Bayle*; & nous rencontrerions encore une foule d'Anciens & de Modernes, qui ont critiqué, ou entierement condamné les opinions d'*Anaxagore*. Nous ne voulons pas de notre côté les adopter & les défendre toutes, par prévention & avec partialité. La tâche que nous nous proposons, c'est de tirer des anciens Monumens tout ce qui reste des Dogmes de ce Philosophe, & d'en mettre le véritable sens dans un aussi grand jour, qu'il nous sera possible. Au reste, comme après les Mathématiques c'étoit surtout la science de la Nature qu'on enseignoit dans l'Ecole Ionique, *Anaxagore* a aussi été très versé dans cette étude, & en a reçu par excellence le surmon de *Physicien*, exprimé même, suivant *Sextus Empiricus*, au superlatif. (1) C'est donc à cette Science qu'il faut rapporter les opinions qui vont faire le sujet du reste de ce Mémoire, aussi bien que les connoissances Astronomiques du même Philosophe, que nous pourrons considérer séparément dans une autre occasion.

VIII. Nous avons déjà rapporté les termes par lesquels *Anaxagore* commençoit son Traité de Physique, cité par *Diogene*. Tout étoit confondu, disoit-il, ensuite vint l'ESPRIT, qui mit les choses en ordre. C'est ici plutôt une Théologie Physique, qu'une simple Physique;

(1) ΠΥΣΙΚΩΤΑΤΟΣ. *Adv. Mathem.* L. VII. §. 90. Not. I.



sique; & *Anaxagore* a la prérogative d'être le premier Philosophe Payen, qui ait fait intervenir en termes exprés un *Esprit*, ou une *Divinité*, pour la production du Monde. *Il est le premier*, dit *Dio-gene*, *qui ait ajouté l'Esprit à la Matière.* (z) *Cicéron* exprime la même chose en ces termes. „ *Anaxagore*, élève d'*Anaximene*, fut „ l'auteur de cette opinion, que le système & l'arrangement de l'Uni- „ vers se doivent à la puissance & à la sagesse d'un Esprit infini. „ (a) *Plutarque* y joint son témoignage. „ *Anaxagore*, dit-il, † donna à † *De placit.*
 „ la matière du monde le nom d'*Homœomerie*; & il crut qu'un Esprit *Philos. L. I. c. 3.*
 „ est la cause efficiente qui a tout disposé. Car il commence ainsi;
 „ *Tout étoit confondu; mais l'Esprit débrouilla* (b) *& arrangea tout.* „
 Et plus bas; „ *Anaxagore* mérite d'être approuvé (c) pour avoir
 „ joint à la Matière un Ouvrier. (d) „ Dans le même endroit *Plu-*
tarque en prend occasion de rejeter la doctrine d'*Anaximene*, Maître
 d'*Anaxagore*, qui n'admettoit qu'un Principe. „ *Anaximene* est dans
 „ l'erreur, dit-il; . . . car il est impossible de regarder la Matière
 „ comme l'unique principe des choses, d'où tout procède, mais il faut
 „ supposer aussi une cause efficiente. Tout comme pour faire une
 3 Coupe, l'argent ne suffit pas, s'il n'existe aussi une cause efficiente,
 „ c'est à dire, l'*Orfèvre*; il en est de même de l'airain, du bois, & de
 „ toute autre matière. „ L'Auteur des *Philosophumena* tient le même
 langage: „ *Anaxagore*, dit-il, posa pour Principes de l'Univers
 „ l'*Esprit* & la *Matière*; l'*Esprit* comme agent, & la *Matière* comme
 „ sujet passif. (e) „ Au reste l'*Esprit* qu'enseignoit *Anaxagore*, ne
 Z z 2 diffé-

(z) Πρῶτος τῇ ὕλῃ Νοῦν ἐπέσκησεν.

(a) *De Nat. Deor.* I. II. de la Traduction de M. l'Abbé d'Olivet. Voici le Texte.
Anaxagoras qui accepit ab Anaximene disciplinam primus omnium rerum descriptionem & modum Mentis infinita vi ac ratione designari & confici voluit. Voyez aussi
Schmid. Anax. Physiol. §. IV.

(b) διῆρε. (c) ἀποδεκτέον. (d) τεχνίτην.

(e) τὸν μὲν Νῦν ποιοῦντα, τὴν δὲ ὕλην γαυομένην. *Philos. c. VIII.*



différoit point de la Divinité. Aussi lisons-nous dans *Plutarque* :

„ *Anaxagore* dit qu'au commencement les corps étoient sans mouve-
 „ ment, mais que l'*Esprit de Dieu* les mit en ordre. „ *Themistius*
 a rendu la même idée en ces termes : „ Il employa le premier l'*Esprit*
 „ & la Divinité dans la fabrique du monde; (f) & il ne dérivait pas
 „ tout de la Nature des Corps. „ Cela s'accorde avec ce que dit

* L. IX. §. 6. *Sextus Empiricus* : * „ *Anaxagore* fait un principe actif de l'*Esprit*,
 „ qui suivant sa pensée est *DIEU*. „ *Hermias*, Auteur assez connu
 par l'Ouvrage où il tourne en ridicule les Gentils, expose avec netteté
 le sentiment d'*Anaxagore* dans le passage qu'on va lire. „ *Anaxagore*
 „ m'enseigne, que l'*Esprit* est le principe de toutes choses, la cause &
 „ le maître de tout, qui fait régner l'ordre où se trouvoit la confusion,
 „ qui donne le mouvement aux choses inanimées, & qui embellit cel-
 „ les qui étoient sans ornement. (z) J'aime *Anaxagore* lorsqu'il
 „ parle ainsi, & j'entre tout à fait dans ses idées. „ (b) Si nous vou-
 lons savoir ce qu'il faut entendre par l'*Esprit*, *Aristote* nous l'appren-

† *Metaph.*
 L. I. c. 7.

dra dans les paroles suivantes. † „ *Anaxagore* dit que tout est d'une
 „ nature mixte, excepté l'*Esprit*, (i) qui seul est exempt de mélange
 „ & pur. (k) C'est ce qui fait, ajoute *Aristote*, qu'il appelle *Princi-*
 „ pes, & cette Unité, simple & sans mélange, & cet autre Etre, (la
 „ Matière,) que nous considérons comme indéterminé, avant qu'il
 „ ait reçu les déterminations qui le rapportent à quelque espèce. „
Aristote entre ensuite dans une Controverse avec *Anaxagore*, à la-
 quelle nous ne nous arrêterons pas, parce qu'elle est étrangère à no-
 tre but. Il vaut mieux écouter l'excellente description que *Simplicius*
 fait de cet *Esprit*. „ Il n'y a, dit-il, absolument aucun mélange dans

cet

(f) τῇ κοσμοποιᾷ. *Them. Orat. XV.*

(z) κόσμον τοῖς ἀκόσμοις.

(b) *Hermias*, dans son Livre de *irrisione Gentilium*, §. VI. Joignez-y *Ensch.*
Prap. Evang. p. 504.)

(i) πλὴν τοῦ Νῦ.

(k) ἀμυγῇ καὶ καθαρῶν.



„ cet *Esprit* : il existe seul, par soi-même, & séparément. Car si
 „ l'Esprit n'étoit pas distinct par lui-même de la Matière, mais qu'il
 „ fut assujéti à quelque composition, il participeroit à toutes choses,
 „ parce que dans chaque individu il entre quelque chose de tous les
 „ êtres : Or, si ces choses étoient ajoutées à l'Esprit, elles lui feroient
 „ en obstacle, & l'empêcheroient de rien obtenir, ou acquérir par lui-
 „ même. *L'Esprit est de toutes les choses la plus subtile & la plus*
 „ *pure ; il a la Science universelle, jointe au pouvoir suprême.* (1)

* IX. Après avoir posé un Dieu, Auteur & Directeur de toutes choses, il faut se servir de cette notion pour expliquer, comment les choses sont, & pourquoi elles sont ainsi, plutôt qu'autrement. Il ne suffit pas de recourir ici à une volonté arbitraire de Dieu. Cet Être suprême possédant la Raison au plus haut degré, on doit reconnoître qu'il ne veut jamais rien sans y être déterminé par la raison du meilleur. C'est ce meilleur qui est la Raison universelle de toutes les choses qui sont, ou qui arrivent ; ce qui est, est toujours meilleur que ce qui n'est pas, & ce qui arrive vaut mieux que ce qui n'arrive pas. La seule raison du meilleur peut être prépondérante dans l'Entendement de Dieu ; & par conséquent c'est elle qui a déterminé sa Volonté à produire le Monde, & à le produire tel qu'il est, & non autrement. La pénétration de *Socrate* ne lui avoit pas permis de méconnoître cette Vérité. C'est pourquoi lorsque l'Ouvrage d'Anaxagore parut, & que *Socrate*, après y avoir jetté les yeux, se fut aperçu qu'il n'avoit point eu égard à la raison du meilleur, il commença à faire moins de cas de sa Philosophie. Le passage mérite d'être rapporté ; il se trouve dans le *Phédon* de *Platon*. (m) *Socrate* y parle en ces termes. „ A-

Z z 3

„ yant

(1) Εἰ γὰρ λεπτότατον πάντων χρημάτων καὶ καθαρώτατον, καὶ γνώμην γε περὶ παντός πᾶσαν ἰσχύει, καὶ ἰσχύει μέγιστον.
Simplic. in Arist. Phys. Lib. I, apud Cadworth. p. 459.

(m) Ch. 63. Ajoutez-y *Eusèbe, Prepar. Evang. p. 750. & suiv.*



„ yant un jour entendu quelcun qui lisoit dans le Livre d'*Anaxagore*, le
 „ passage où il affirme, que *c'est l'Esprit qui a tout arrangé, & qui*
 „ *est la cause de toutes choses*, (n) cette idée me plût infiniment, & il
 „ me paroissoit que tout alloit bien, en admettant l'Esprit, ou la Rai-
 „ son pour cause des choses; cela menoit selon moi à conclurre, que
 „ si l'Esprit arrangeoit le tout, il dirigeoit de même chaque chose en
 „ particulier, de façon qu'il n'y en eut aucune qui ne fut *le mieux*
 „ qu'il étoit possible. Ainsi, pour découvrir la cause qui fait que les
 „ choses naissent, périssent, ou en général existent, je ne voyois pas
 „ qu'il falut trouver autre chose, sinon quelle est la meilleure raison
 „ de leur existence, ou des actions & passions quelconques dont elles
 „ sont susceptibles. D'où résultoit encore que l'homme n'a d'autre
 „ objet à considérer, tant par rapport à soi-même qu'à l'égard des
 „ autres, sinon ce qui est *le plus excellent*, ou *le meilleur*; & que ce-
 „ lui qui est parvenu à cette connoissance, ne sçauroit non
 „ plus ignorer ce qui est le pire; puisque ces deux Sciences revien-
 „ nent à la même. En faisant toutes ces réflexions, je me réjouissois,
 „ croyant avoir trouvé un Maître qui m'expliqueroit les raisons des
 „ choses d'une manière conforme à mes desirs. Je m'attendois, par
 „ exemple, qu'*Anaxagore* examineroit d'abord, si la terre est plat-
 „ te ou ronde; qu'ensuite il donneroit la raison de sa figure, &
 „ en prouveroit la nécessité, par la raison du meilleur, & en
 „ faisant voir qu'il convenoit mieux qu'elle fut telle qu'elle est; &
 „ si elle est placée au centre de l'Univers, qu'il feroit voir pourquoi
 „ il convenoit mieux qu'elle occupât cette place. Après avoir été in-
 „ struit de ces choses, je me préparois à n'admettre plus que des cau-
 „ ses de la même espece. Je l'aurois interrogé sur le Soleil, la Lune,
 „ & les autres Astres, sur leur cours, leurs révolutions, & leurs au-
 „ tres affections, & je comptois d'en recevoir des réponses toujours
 „ propres à convaincre, que chacune de ces choses, tant dans ses
 „ actions que dans ses passions, est le mieux qu'elle peut être. Car
 „ je

(n) ὡς ἂρα Νῆς εἶπεν ὁ διακ:σμιῶντε καὶ πάντων αἴτιος.



„ je ne me ferois jamais imaginé, qu'après avoir posé pour principe,
 „ que l'ordre & l'arrangement des choses vient de l'Esprit, il auroit
 „ assigné d'autre cause de tout ce qui est, sinon qu'il est meilleur que
 „ chaque chose soit, & soit ainsi, que si elle n'étoit pas, ou étoit
 „ autrement Je n'aurois pas donné mes espérances pour
 „ beaucoup, & n'ayant point eu de repos que je ne me fusse procuré
 „ cet Ouvrage, je me mis à le lire avec tout l'empressement imaginable,
 „ brûlant d'impatience de sçavoir en quoi consistoit le meilleur, &
 „ ce qui faisoit le pire. Mais je fus bientôt frustré de cette merveil-
 „ leuse attente. Car en continuant ma lecture, je trouvai un homme
 „ qui ne faisoit pas le moindre usage de son Principe de l'Esprit, &
 „ qui n'alléguoit aucune cause propre à expliquer l'état des choses,
 „ mais qui recouroit à des natures aériennes, éthériennes, à des
 „ eaux, & à d'autres causes semblables, & tout aussi extraordinaires. „
 On peut lire le reste dans *Platon* même; la suite fournit encore quel-
 ques idées qui répandent du jour sur la matiere, mais qui ne regardent
 pas de si près notre sujet. Nous découvrons par là pourquoi *Aristote*
 a aussi repris *Anaxagore*, en disant qu'il s'étoit servi de l'Esprit, com-
 me d'une Machine, pour la production du Monde; (*) car, ajoute-t-il,
 tout l'usage qu'il en fait, c'est de l'appeller à son secours, de le tirer à
 soi, (P) lorsqu'il est en suspens sur la cause pour laquelle quelque cho-
 se arrive nécessairement. Dans tout le reste, il met l'Esprit entiere-
 ment à l'écart, & employe plutôt toute autre cause que celle-là.
Cudworth, qui étoit d'ailleurs un Savant profond, ne porte pas un ju-
 gement assez équitable d'*Anaxagore*, & de quelques Philosophes mo-
 dernes, dans l'endroit de son excellent *Système intellectuel*, * où il rap-
 porte le passage du *Phedon* qu'on vient de lire. Car, après avoir
 dit qu'*Anaxagore* étoit continuellement occupé à courir après les cau-
 ses physiques, & qu'il lui arrivoit très rarement d'employer la sagesse
 & la volonté de Dieu dans l'explication des phénomènes de la Nature,

* Edit. Mos-
 bem. p. 462.

le

(*) μηχανὴ χρηταὶ τῷ Νῶ πρὸς κοσμοποιάν.

(P) τότε ἔλκει αὐτὸν.



le favant Anglois ajoute; „ Je me suis plus étendu dans l'exposition de
 „ la doctrine & des principes de ce Philosophe, que dans celle des
 „ autres opinions, principalement parce que de tous les Anciens, c'est
 „ celui dont le génie ressemble le plus à celui de quelques Philosophes
 „ de notre Siecle. Car nous en avons aussi aujourd'hui, qui font sem-
 „ blant de conserver la Divinité, mais qui n'ont rien plus à coeur que
 „ de bannir toute idée de raison, de dessein, & de plan, de la fabri-
 „ que de l'Univers, en rapportant l'origine de toutes choses aux Loix
 „ éternelles de la nécessité & du mouvement, & en substituant à la
 „ sagesse divine, des tourbillons, des globules, des particules striées,
 „ & d'autres choses semblables. Quoique ces Philosophes se disent
 „ disciples de Jesus Christ, je ne fais pas difficulté de les mettre au-
 „ dessous d'*Anaxagore*, qu'*Aristote* & *Platon* ont transmis à la posté-
 „ rité noté d'infamie. „ C'est aux Cartésiens que *Cudworth* en veut,
 comme Mr. *Mosheim* l'a déjà remarqué, ou plutôt comme on le voit
 dans ses propres paroles. Nous ne prendrons point ici la défense du
 Cartésianisme. Mais il faut rendre à la mémoire de *Cudworth* cette
 justice, qu'il joignoit à ses hautes lumieres une véritable piété. L'enthousiasme de son système l'a jetté dans quelques écarts. Mais d'ailleurs,
 bien loin que l'examen de la Nature, de ses Loix, & de ses forces,
 soit préjudiciable à la sagesse Divine, rien n'est au contraire plus pro-
 pre à en développer l'immensité & la profondeur. Un Etre ne peut
 paroître sage qu'aux yeux d'un autre Etre doué de quelque sagesse;
 de même l'Art merveilleux que Dieu déploie dans les Ouvrages de la
 Nature, ne peut être apperçu que par ceux qui ont quelques notions
 de l'art & du mécanisme en général. Mais, sans pousser plus loin
 ces réflexions, ce que nous avons rapporté jusqu'ici, fait assez connoi-
 tre qu'*Anaxagore* reconnoissoit Dieu pour l'Auteur du Monde, (1) &
 le Monde à son tour pour un véritable Ouvrage de Dieu; (2) ce qui
 suffit

(1) Voyez les *Mémoires de l'Académie Royale des Inscriptions*, Tom. XIV. p. 21.

(2) ποιῖμα τῷ Θεῷ.



suffit pour le tirer de la Classe des Athées. D'autres Savans distingués ont déjà pris soin de le laver de cette imputation ; & nous n'avons rien à ajouter à ce qu'ils ont dit. Nous renvoyons ceux qui en souhaitent davantage à l'*Histoire de l'Athéisme* par Mr. Reimman. †

† Cap. XIX.
pag. 146

X. Attachons-nous présentement à considérer cette fameuse *Homeomerie* d'*Anaxagore*, dont on a tant parlé, & que la plupart des Savans ont mis au rang des absurdités. En mettant à l'écart tout ce qui est étranger à nos vûes, nous expliquerons d'abord, ce qu'*Anaxagore* a entendu par l'*Homéomerie* ; & nous rechercherons ensuite sur quels fondemens sa doctrine pouvoit être appuyée. Le mot d'*Homéomerie* est Grec, *Ὁμοιομήτεια*, & signifie la division de la *matière en parties similaires*. *Lucrece*, cet ardent & ingénieux défenseur d'*Epicure*, dont le Poëme est antérieur aux Ecrits de *Cicéron*, est le premier qui nous donnera une idée de l'*Homéomerie*, qu'il chante dans les Vers suivans :

* Lib. I.
v. 870.

*Nunc Et Anaxagoræ scrutemur Homœomerian,
Quam Græci memorant, nec nostra dicere lingua
Concedit nobis patrii sermonis egestas.
Sed tamen ipsam rem facile est exponere verbis,
Principium rerum, quam dixit Homœomerian.
Ossis videlicet e paucillis atque minutis
Ossibus ; sic Et de paucillis atque minutis
Visceribus viscus gigni, sanguenque creari,
Sanguinis inter se multis coeuntibus guttis,
Ex aurique putat micis consistere posse
Aurum, Et de terris terram concrefcere parvis,
Ignibus ex ignem, humorem ex humoribus esse.
Cætera consimili fingit ratione, putatque.
Nec tamen esse ulla parte idem in rebus inane,
Concedit, neque corporibus finem esse secandis.*



Écoutez à présent l'Ami de *Lucrece*, *Cicéron*, qui s'exprime en ces termes. „*Anaxagore* disoit, que la matière d'où toutes les choses tirent
 „ leur origine est infinie, ajoutant que ses plus petites parties sont
 „ semblables entr'elles, qu'elles étoient d'abord dans un état de con-
 „ fusion, mais qu'en suite elles furent mises en ordre par l'*Esprit*
 „ Divin. (1) „ N'oublions pas ce passage de *Plutarque*. „ *Ana-*

• Placit. I.

6. 3.

„ *xagore* posa pour principes des choses les *Homéomeries*, ou parties
 „ semblables. En effet il ne lui paroissoit pas qu'on pût expliquer,
 „ comment quelque chose peut se faire de ce qui n'est pas, ou se dé-
 „ truire en ce qui n'est pas. Nous prenons, par exemple, conti-
 „ nuoit-il, une nourriture simple & uniforme, nous mangeons du
 „ pain de froment, nous bûvons de l'eau; & ces alimens servent à
 „ nourrir également les cheveux, les veines, les artères, les nerfs,
 „ les os, & les autres parties du corps; ce qui ne sçauroit arriver, si
 „ l'on n'avouë que toutes ces choses se trouvent dans celles dont nous
 „ nous nourrissions, & que c'est de là que procède l'accroissement des
 „ parties de notre corps. Les alimens que nous avons indiqué, ren-
 „ ferment par conséquent les parties procréatrices du sang, (2) des
 „ nerfs, des os, & des autres choses dont notre corps est composé,
 „ lesquelles sont connues de l'*Esprit* seul, (3) ou ne peuvent être
 „ découvertes que par le Raisonnement. En effet on ne doit pas tout
 „ rapporter au jugement des sens, & s'imaginer que ce soient le pain
 „ & l'eau qui forment ces choses; mais il faut plutôt convenir qu'il
 „ y dans ces alimens des parties que l'*Esprit* seul peut appercevoir &
 „ prendre. De cette idée donc, qu'il y a dans les alimens des parties
 „ semblables à celles qui s'engendrent dans le corps, il tira le nom
 „ d'*Homo-*

(1) *Anaxagoras materiam infinitam dixit esse, ex qua omnia gignerentur: sed ex ea particulas similes inter se minutas; eas primum confusas, postea in ordinem adductas Mente divina. L. IV. Acad. c. 37.*

(2) μόρια αἵματος γεννητικά.

(3) ἃ ἦν λόγῳ θεύρητα μόρια.



„ d'*Homocomeries*, qu'il donna aux principes des choses. Il fit de ces
 „ *Homocomeries*, la Matière, & de l'Esprit qui a tout arrangé, la
 „ *Cause efficiente*. (*) „ Recourons aussi au témoignage de *Diogene*.
 „ Il (*Anaxagore*) dit, que les principes des choses étoient des choses
 „ *semblables*. Et que, comme l'or étoit composé de très petites par-
 „ celles d'or, de même ce Tout résultoit de l'assemblage de petits
 „ corps dont les parties étoient semblables; & que l'Esprit étoit le
 „ principe du mouvement. „ (†) Les passages que nous venons
 d'alléguer font assez voir en quoi consistoit l'*Homocomerie* d'*Anaxa-*
gore, & nous dispensent d'en rapporter d'avantage. Cette doctrine
 a non seulement été autrefois vivement attaquée par *Aristote* & par
Lucrece; mais dans ces derniers tems elle l'a été, après plusieurs au-
 tres, par *Bayle*, qui a employé la force peu commune de son esprit,
 & tout l'art de faire des objections dans lequel il excelloit, pour dé-
 truire le fondement de l'*Homocomerie*. Nous sommes surpris que
Lucrece ne se soit pas accommodé de cette doctrine, puisque son Maî-
 tre *Epicure* admettoit une vraie *Homocomerie* dans ses Atomes, &
 n'avoit point d'autre caractère pour les distinguer, comme *Plutarque*
 le déclare expressément. * *Epicure*, dit-il, pose quatre Natures in-
 „ corruptibles, les Atomes, le vuide, l'infini, & les ressemblances,
 „ qu'il appelle aussi *Homocomeries*, & élémens. „ (‡) Si nous en
 croyons le même Auteur, † *Empedocle* n'a pas eu le même éloigne-
 ment pour ce dogme. A l'égard d'*Aristote*, & de *Bayle*, nous nous
 écarterions trop de notre but, si nous voulions discuter leurs Objec-
 tions contre l'*Homocomerie*, & les soumettre à un examen détaillé.
 Nous aimons mieux tourner cet examen sur l'*Homocomerie* même, &
 tâcher de nous en former une juste idée, pour voir en quoi elle consis-

* *Placit. I. 7.*

† *Ibid. I. 13.*

A a a 2

toit

(*) ὁλην . . . Νῶν, τὸ ποιῶν αἰτίον.

(†) καὶ Νῶν ἀρχὴν κινήσεως. Voyez aussi *Sextus Empiricus*, *Hypot. Pyrrh.*
 L. III. c. 3. Not. U. & *adv. Math.* L. X. c. 5.

(‡) αὗται δὲ ἑγόνται ὁμοιομέρεια καὶ σχεῖα.



toir proprement, & si l'on peut y trouver quelque réalité, qui engage à l'admettre dans l'Univers. C'est ce que nous allons faire fort succintement.

XI. Que l'existence de l'*Homéomerie* soit possible, c'est ce qu'il est facile de prouver. Soit donnée une ligne infinie, ou d'une grandeur quelconque, qu'on la coupe dans des points innombrables, ou en parties inégales, ou de façon que plusieurs parties soient égales les unes aux autres. Si elles different toutes en longueur, il n'y aura point d'*Homoeomerie*; & de lignes inégales on ne pourra jamais construire des figures égales. Mais, si plusieurs de ces lignes se trouvent être de la même grandeur, il est manifeste qu'il peut en résulter des figures égales & inégales, ou semblables & dissemblables, des triangles équilatéraux, isosceles, scalenes, des quarrés, des rhomboïdes, des trapezes, &c. qui forment autant de classes différentes relativement à leur ressemblance. La même chose arrivera si vous supposez un plan infini, ou une matiere d'une étendue immense; car, en la divisant en parties égales & semblables, il en naîtra des corps aussi semblables. Or qui est-ce à présent qui pourroit nier, que le Monde soit composé par voye d'*Homoeomerie*, puisque toutes les choses que nous y observons, les plus grandes, les moindres, & les plus petites, se divisent en différentes classes d'individus, qui forment les especes & les genres. C'est ainsi que les Astres, les Planetes, les grands Corps du Ciel, sont rangés sous des notions communes. Et ce Globe de terre & d'eau que nous habitons, fournit des exemples d'*Homoeomeries* innombrables. On ne sçauroit en effet appeller autrement toutes ces especes d'animaux, de chevaux, de chiens, de lions, d'oiseaux, de poissons, d'insectes; il en est de même des arbres & des plantes: cela s'étend aux métaux & aux minéraux; & l'on ne sçauroit s'empêcher d'y joindre les particules d'air, d'eau, de feu, des rayons de lumiere, d'éther, de matiere magnetique, dans lesquelles, si vous refusez d'admettre l'*Homoeomerie*, vous ne viendrez jamais à bout d'expliquer, pourquoi
une



une goutte d'eau est si semblable à une autre, un cheveu à un cheveu, un oeuf à un oeuf. On conviendra peut-être de tout ce que nous venons d'avancer. Mais, ce qu'on reproche surtout à *Anaxagore*, c'est d'avoir soutenu, par exemple, que les os se forment de petits os, la chair de parcelles de chair, les cheveux de petits cheveux, un oeuf de petits oeufs, un oeil de petits yeux, & ainsi à l'infini. Nous ne saurions nous persuader qu'*Anaxagore* ait philosophé aussi pitoyablement. L'Expérience s'oppose trop fortement à ces assertions. Est-ce donc qu'un édifice est composé d'autres petits édifices, ou un lion de petits lions, un homme de petits hommes? Où est l'homme de bon sens qui donneroit dans une pareille chimère? Assurément les choses qui entrent dans un composé ne sont pas de même nature que le composé; autrement un troupeau seroit composé de troupeaux, & une essaim d'abeilles d'essaims. Ainsi nous n'attribuons pas à *Anaxagore* d'avoir admis de pareilles suppositions, ni d'avoir crû que d'une chose quelconque peut se faire toute autre chose; ce qui entraîne la ruine du Principe de la raison suffisante.

Tum varia eludent species, atque ora ferarum.

Fiet enim subito sus horridus, atraque tigris,

Squamosusque draco, Et fulva cervice leæna,

Aut acrem flamma sonitum dabit. . . .

De semblables transformations hétérogènes sont assez réfutées par l'Expérience. Y a-t-il quelqu'un qui soit en état de changer la matière magnétique, ou les rayons de la lumière, dans une autre espèce de corps? *Cicéron* se trompe certainement, lorsqu'il dit : „Et comme il y a quatre sortes de corps, leurs changemens réciproques sont la „ continuité de la Nature. Car l'eau se forme de la terre, l'air de „ l'eau, le feu de l'air : & après en rétrogradant du feu se forme l'air, „ de l'air l'eau, & de l'eau la terre, qui est le plus bas de ces quatre „ élémens, dont tous les êtres sont composés. Ainsi, comme sans

A a a 3

„ cesse



„ celle ils se meuvent, & se rejoignent, en haut, en bas, à droite, à gauche; par là toutes les parties de l'Univers demeurent liées. „ (a) Nous laisserons passer ces idées à *Cicéron* pour son siècle; mais on ne conviendra pas dans le notre, que l'ether puisse à la fin se réduire en terre, puisqu'il n'y a rien de plus éloigné que l'activité de l'ether, & la pesanteur de la matiere terrestre.

XII. Cependant une chose qu'on met en question, & qui paroît favoriser le sentiment d'*Anaxagore*, c'est comment il seroit possible, si tout ne se trouvoit pas dans tout, que de l'herbe, du foin, & de l'eau, produisissent du lait, du sang, des nerfs, des artères, des glandes, des membres, des ongles, de la peau, du poil, &c. Il faut avouer sans doute que les particules de tous ces corps existent invisiblement dans l'herbe & dans l'eau. En effet les plus habiles Physiciens de nos jours ayant fait voir, que les animaux parviennent enfin à un degré de petitesse qui les soustrait entierement à notre vuë, & qui les rélegue dans ce qu'*Hippocrate* appelle la région invisible, (b) d'où, quand ils ont pris un certain accroissement ils se montrent à la lumière; à beaucoup plus forte raison la même chose peut-elle arriver dans des corpuscules non-organisés, qui sont réduits à une ténuité, qui les fait à la fin disparaître entierement. Quand le bois, par exemple, est dissous en pourriture, ou consumé par le feu, la structure du bois périt à la vérité; mais les particules qui le constituent, ne souffrent aucune atteinte. Une Maison qu'on rase jusqu'aux fondemens, perd la forme d'un édifice, mais les differens matériaux dont elle avoit été composée, subsistent,

(a) De la Nat. des Dieux, L. II. c. 33. p. 73. du Tome II. de la Traduction de M. l'Abbé d'Olivet. Voici le Texte. *Et cum quatuor sint genera corporum, vicissitudine eorum Mundi continuata natura est. Nam ex terra aqua, ex aqua oritur aer, ex aere ether: deinde retrorsum vicissim ex aethere aer, ex aere aqua, ex aqua terra infima. Sic Natura his, ex quibus omnia consunt, sursum, deorsum, utro citroque commeanantibus, Mundi partium conjunctio consuetur.*

(b) εν ἀόφ.



tent, & peuvent entrer dans la composition d'une autre Maison. Si l'on veut quelque preuve particulière de la conservation des premiers principes élémentaires dans les corps dissous, le papier seul peut la fournir, qui, après avoir subi toutes sortes de préparations, après avoir été cent fois pilé, bouilli, lavé, donne encore, quand on le brûle, la même huile que fournit la semence de lin. A' l'égard de l'accroissement des Plantes, ce n'est pas seulement l'eau qui y contribue, mais l'air, le nitre, le soufre, & une infinité de particules, qui voltigent de toutes parts, concourent à leur nutrition. *Dickinson*, célèbre Médecin Anglois, pense comme nous, lorsqu'il réfléchit sur l'opinion d'*Anaxagore*, en ces termes. • „ Ce Philosophe, pour ne pas se ren-

• *Physic. Pri.*
• *Nov. p. 37.*

„ dre moins intelligible à ses Disciples, & se distinguer, en leur four-
„ nissant des idées plus développées sur la Nature des choses, que celles
„ de ses Prédécesseurs, introduisit dans son Ecole l'*Homoeomerie*, c'est
„ à dire, la ressemblance des parties; par laquelle il enseignoit non
„ seulement que les corpuscules sont la matiere de toutes choses, mais
„ encore qu'ils existent d'une maniere *homoeomerique*, qu'ils sont sem-
„ blables entr'eux; non qu'il crût que tous les corpuscules aient eu
„ une entiere ressemblance dans leur état de chaos, ou qu'ils aient dé-
„ jà renfermé toutes les formes & les qualités des choses, en sorte
„ que les choses chaudes doivent leur origine à des atomes chauds,
„ les choses vertes à des atomes verts, les os à des atomes osseux, la
„ chair à des atomes de chair, l'or à des atomes d'or, (comme *Aris-*
„ *tote* l'expose avec beaucoup d'injustice, & pour en prendre occasion
„ de décrier la doctrine de cet excellent Philosophe;) mais il étoit dans
„ l'idée, que la premiere combinaison par laquelle les atomes même
„ avoient été formés, & qu'il supposoit antérieure à la formation des
„ élémens, avoit eu pour principes des choses semblables. Car con-
„ cevant, (comme raisonnent ordinairement les partisans des atomes,)
„ qu'il se trouvoit dans le Chaos des particules de diverses grandeurs
„ & de diverses figures; il lui paroissoit tout naturel d'en conclurre,
„ qu'aussi-tôt que cette énorme masse des corpuscules avoit été mise
„ en



„ en mouvement par l'Esprit Divin, & agitée par diverses secousses,
 „ les particules semblables s'étoient réunies les unes aux autres, de
 „ maniere qu'elles avoient formé les unes des parties terrestres, les
 „ autres des parties aqueuses ; celles-ci des parties ignées, celles-là
 „ des parties aériennes, desquelles ensuite par la séparation générale
 „ avoient été faits tous les élémens, & toutes les especes des choses. „
Dickinson lui-même a presque tiré tout ce qu'on vient de lire de l'Au-

* p. 68.

teur des *Philosophumenes*, * dont nous ne rapporterons que ces
 paroles. „ Toutes choses ont été mises en mouvement par l'Esprit
 „ Divin, & de ce mouvement commun est résultée l'union des cho-
 „ ses semblables. L'ordre des choses celestes procède du mouvement
 „ circulaire. Tout ce qui étoit grossier, humide, ténébreux & froid,
 „ & en général toutes les choses pesantes se sont rassemblées au milieu,
 „ & la Terre s'est formée de leur concrétion. Les élémens contrai-
 „ res, le chaud, le lumineux, le sec & le léger, ont gagné la région su-
 „ périeure de l'air. „ (c) Voilà d'où *Anaxagore* tiroit son explication
 de l'origine & de la naissance du Monde ; (d) & s'il vivoit aujourd'hui,
 & qu'il entendit les Objections de nos Physiciens, ou bien si nous
 avions ses Ecrits que le tems a détruits, nous ne doutons pas que cela
 ne fut suffisant pour lever tous les doutes. Assurément la formation
 Cartésienne du Monde ne diffère que peu ou point de l'*Anaxagoréenne*.
 Qu'on jette seulement les yeux sur la troisième Partie des *Principes* de
Descartes. Ajoutons un seul mot. L'Esprit d'*Anaxagore*, Nô^s, ou
 si l'on veut, son Dieu, possédant dans le degré le plus éminent toute
 sorte de perfection, ou, pour ainsi dire, de réalité ; cette idée re-
 vient à celle du DIEU que nous reconnoissons, dont l'essence infinie
 embrasse toutes ces perfections, & qui, en limitant cette force in-
 finie, a produit, par le moyen de son Entendement souverainement
 parfait, les idées des choses finies ; après quoi le même Entendement,
 ou la Raison suprême, a distribué ces idées innombrables en différen-

tes

(c) εἰς τὸ πρῶτον τῶ ἀϊθέρου ὁμηται.

(d) Consultez aussi *Hist. Univers.* Tom. I. p. 47.



tes Classes, ensuite il les a réunies & combinées, d'une manière qui a donné l'existence à ce Monde magnifique, & le meilleur de tous, que nous voyons. C'est dans ce Monde que les individus sont ramenés à leurs espèces, & les espèces à leurs genres : & qu'est-ce là autre chose, sinon l'*Homœomerie*. Mais passons aux autres opinions de notre Philosophe.

XIII. *Anaxagore*, en expliquant ses idées sur la *Nature*, disoit ; Que la génération & la corruption des corps n'étoit autre chose que leur aggrégation & leur dissolution, & que c'est à cela qu'on donnoit le nom de *NATURE*. (*) Ce dogme étoit opposé à celui des Philosophes, qui prétendoient que les choses tiroient leur origine du Néant, & y retournoient en périssant, & qui donnoient en conséquence le nom de *Nature* à cette génération par laquelle les choses qui sont, viennent de celles qui ne sont point. (†) C'est ce que nioit *Anaxagore*, s'appuyant sur le principe commun & véritable, que rien ne se fait de rien. Il ne pouvoit raisonner autrement dans son Systême, qui établissoit une Matière incréée & éternelle ; & la Création de rien étoit une Vérité qu'il ignoroit comme tout le reste des Gentils. Il avoit d'ailleurs pour lui *Empedocle*, avec la plupart des Philosophes. En effet, au rapport de *Plutarque*, * *Empedocle* disoit que la Nature n'est autre chose que le mélange & la séparation des élémens ; (‡) en sorte que les productions naturelles existoient, lorsque les élémens se réunissoient de quelque manière que ce fut, & qu'elles périssent, lorsqu'ils venoient à se séparer.

* *Placit.*
I. 39.

XIV. *Diogene* nous fait entrevoir ce qu'*Anaxagore* pensoit du Globe de la Terre. Il enseignoit que, „l'Esprit ayant imprimé le mouve-

(*) Τὴν φύσιν εἶναι σύγκρισιν, καὶ διάκρισιν, τούτέστι γένεσιν καὶ φθοράν. *Placit.* I. 30.

(†) γένεσιν ἐξ ἄκ ὄντων, φύσιν τινὲς καλῶσι.

(‡) μίξιν τῶν στοιχείων καὶ διάσπασιν.



„ mouvement à la matiere , les corps pesans s'étoient portés vers le
 „ bas, comme la terre ; les corps legers avoient gagné le haut , com-
 „ me le feu ; & que le milieu avoit été occupé par les corps humides
 „ & par l'air. „ Il ajoutoit , „ que la Terre étant une surface plane,
 „ la Mer s'y étoit arrêtée ; & que le Soleil convertissoit l'humidité
 „ en vapeurs. (b) „ Pour bien entendre ces dernieres paroles, il
 faut recourir à l'Auteur des *Philosophumenes*, qui dit ; „ que la Terre
 „ est une étendue applanie, & qu'elle demeure suspendue, tant à cau-
 „ se de sa grandeur (i) que parce qu'il n'y a aucun vuide, ou que la
 „ véhémence de l'air emporte & soutient ainsi la Terre. „ Ces pas-
 sages font voir, que la figure sphérique de la Terre n'étoit pas con-
 nue d'*Anaxagore*. Car, quoiqu'il ait pensé que les mouvemens des
 Astres sont circulaires, cependant les raisons qu'il employe, pour ex-
 pliquer l'espece de suspension de la Terre placée au milieu du monde,
 ne permettent pas de douter que ce Philosophe n'ait eu une idée de la
 figure de notre Globe, tout à fait heterodoxe, & contraire à celle
 qui est reçue aujourd'hui. Cela paroitra encore plus clairement, si
 nous examinons de plus près la maniere dont ces Philosophes de l'E-
 cole Ionique expliquoient le mouvement circulaire des Etoiles. L'Au-
 teur des *Philosophumenes*, en parlant d'*Anaximene*, lui attribue d'avoir
 dit ; „ que les Etoiles ne se mouvoient pas *sous la Terre*, comme
 „ quelques uns l'ont supposé, mais *autour de la Terre*, (k) à peu près
 „ comme un chapeau fait le tour de notre tête ; & que quand le So-
 „ leil se couchoit, ce n'étoit pas qu'il fut sous la Terre, mais qu'il
 „ qu'il étoit alors caché par les parties les plus élevées de la Terre, &
 „ à cause de l'extrême distance où il se trouvoit alors à notre égard. „

La

(b) Οὕτω ἐπὶ τῆς γῆς πλατείας ὕψους τὴν θάλασσαν ὑποστῆναι,
 διατμισθέντων ὑπὸ τῇ ἡλίᾳ τῶν ὑγρῶν.

(i) Τὴν δὲ γῆν σχήματι πλατείαν εἶναι, καὶ μένειν μετέωρον διὰ
 τὸ μέγεθος, &c.

(k) περὶ γῆν - - - ὑπὸ γῆν.



La même chose se trouve dans *Stobée* ; savoir que les Etoiles ne font pas leur révolution sous la Terre, mais autour de la Terre. ⁽¹⁾ L'illustre Savant, M. *Edouard Corfini*, qui a donné depuis peu une très belle Edition du *Traité de Plutarque* sur les Opinions des Philosophes, a parfaitement bien saisi le sentiment de l'Ecole Jonique, en disant ;
 „ Que selon eux les Etoiles n'étoient point emportées par un mouvement circulaire autour de la Terre, mais que la Terre elle-même se trouvant plus élevée dans ses parties Septentrionales, les Astres, après s'être enfoncés à l'Occident sous l'Horizon, tournoient obliquement vers les régions Boréales de la Terre, & continuant à se mouvoir vers l'Orient, remontoient sur l'Horison, ce qu'on appelloit leur lever. „ Ces remarques servent à corriger le passage des *Philosophumenes*, qui parle de la doctrine d'*Anaxagore* sur ce sujet. *Burnet* ne s'accommodant pas de l'idée de la Terre aplaniée, a voulu substituer *βαθείαν* à *πλατείαν*, profonde à étendue, afin de ménager une place à la mer & aux eaux. Mais cette correction n'est pas nécessaire. Car une surface plane peut avoir des lacunes plus ou moins grandes, des cavités, des profondeurs, des réservoirs d'eau, qu'on nommeroit fort bien en Grec *κοιλώματα*. Ceux qui veulent être mieux instruits des raisons de *Burnet* contre la figure plane de la Terre, & du fonds même de son hypothèse, peuvent recourir à son *Archæologie*. Pour nous, nous ne nous chargeons pas de défendre toutes les erreurs des anciens Philosophes sur la figure de la Terre.

* p. 58.

XV. Voici les fragmens qui nous restent de la doctrine d'*Anaxagore* sur les eaux de la Terre, la mer, & les fleuves. *Plutarque* dit d'abord : † „ L'opinion d'*Anaxagore* est que l'humidité croupiroit
 „ au commencement, que le Soleil en faisant son tour la brûla, & que
 „ la partie grasse s'étant convertie en vapeurs, (m) le reste demeura

† *Placit.*
III. 16.

Bbb 2

, comme

(1) ἢ ὑπὸ τῇ γῇ, ἀλλὰ περὶ αὐτὴν σπείρεσθαι τὰς ἀστέρας.

(m) εξατμισθέντος.



„comme un sédiment salé & amer. „ *Origine* ajoute dans les *Philosophumenes*, „ que l'origine de tout ce qu'il y a d'humeur dans la terre „ doit être tirée de la mer; „ (*) ce qui s'accorde exactement avec le récit de Moïse. Il continue en disant, „ que les eaux de la mer se changent à la vérité en vapeurs, mais que le concours des fleuves qui y „ aboutissent, répare cette perte. Qu'à l'égard des fleuves, ils tirent „ leur source, en partie des pluies, en partie des eaux renfermées „ dans le sein de la Terre. „ On ne comprend pas bien comment cette dernière idée pouvoit se concilier avec la figure aplaniée qu'on attribuoit à la Terre.

XVI. L'origine des Vents trouvoit son explication dans le système d'*Anaxagore*. Il disoit, au rapport de *Diogene Laërce*; „ que „ les Vents étoient produits, lorsque le Soleil raréfiolt l'air. „ (*) Sur quoi *Aldobrandin* fait la remarque suivante : „ Le sentiment d'*Anaxagore* sur les vents paroît avoir beaucoup d'affinité avec celui d'*Hippocrate*, qui prétendoit que le vent n'étoit autre chose que l'agitation de l'air. En effet l'air atténué par le Soleil devient plus propre „ au mouvement, parce qu'il est rendu plus subtil. „ Nous y ajoutons, que la chaleur du Soleil augmente la force élastique de l'air. On peut encore emprunter de l'Auteur des *Philosophumenes*, quelque chose qui répand du jour là dessus. Il dit, „ que les vents naissent de l'air „ atténué par le moyen du Soleil, & de ces particules qui, étant comme embrasées, se retirent & sont portées vers les Poles. „ (p) Le froid & la glace dominant aux environs des Poles. L'air étant donc mis en feu, & enflammé dans la Zone Torride autour de l'Equateur, les parties aériennes sont poussées vers les régions polaires, qui se trouvent

(*) τῶν δὲ ἐπὶ γῆς ὑγρῶν τὴν μὲν θάλασσαν ὑπάρξαι.

(ο) Ἀνέμους γίνεσθαι λεπτομένους τῷ αἰέρος ὑπὸ τῷ ἡλίῳ.

(p) τῶν ἐκκαιομένων πρὸς τὸν πόλον ὑποχωρημένων καὶ ἀποφρομένων.



vent plus froides. Mais, lorsque cette grande chaleur vient à cesser, & que le froid prend le dessus, l'air s'en retourne, & il en résulte un vent contraire, de sorte que ces mouvemens alternatifs régissent continuellement dans l'air.

XVII. Venons aux causes du Tonnerre & de la Foudre: *Anaxagore* s'en explique ainsi dans *Diogene*. * „ Le Tonnerre est une „ collision des nuées, & la Foudre en est une friction. „ (1) L'Auteur des *Philosophumenes* dit la chose un peu plus obscurément. „ Le „ Tonnerre & la Foudre existent, lorsque la chaleur tombe dans les nuées. „ (2) Mais *Plutarque*, au contraire y répand du jour, en ces termes. † „ *Anaxagore* dit, que quand le chaud tombe dans le froid, „ c'est à dire la partie éthérienne qu'il croit être un feu, dans la „ partie aérienne, il s'excite un bruit qui n'est autre que le tonnerre. „ *Stobée* appelle au secours l'exemple du bruit que fait une pierre ardente, quand on la jette dans l'eau froide. *Plutarque* continué ainsi; „ La couleur plus brillante, qui se manifeste à cause de „ la noirceur du corps nébuleux qui l'environne, ou des nuées, forme „ l'éclair; & la foudre vient de la multitude & de la grandeur de la „ lumière, ou du feu. „ *Anaxagore* disoit encore que le *typhon*, ou tourbillon de vent, venoit d'un feu plus solide, & le *prester*, ou tourbillon de feu, d'un feu nébuleux. Les Grecs nommoient *prester* un vent accompagné de flamme; & *typhon*, que les Latins rendoient par *turbo*, un vent qui fait tourner l'air. *Senèque* parle de l'un & de l'autre en ces termes. „ Le vent, tant qu'il ne rencontre point d'obstacle, répand librement ses forces. Mais quand il est repoussé par quelque „ promontoire, ou qu'il est rassemblé par la force de quelques lieux „ qui se réunissent, il tourne souvent sur lui-même, & forme un „ tourbillon pareil aux gouffres des eaux. Ce vent ainsi tournoyant,

Bbb 3

„ verti-

(1) Βροντὰς εἶναι σύγκρουσιν νεφῶν; ἀστραπὴς ἐκτριβὴν νεφῶν.

(2) Βροντὰς καὶ ἀστραπὴς ἀπὸ τῆ διεσπῆς γίνεσθαι ἐμπέλοντος εἰς τὰ νέφη.

* Lib. II. §.

† Placit.
III. §.



* *Meteor.*
L. II. c. 9.

† *Placit*
III. 5.

„ vertigineux, & qui environne le même lieu, est le *Tourbillon*. Quo
 „ s'il est extrêmement fort, & qu'il dure longtems, il s'enflamme, &
 „ produit ce que les Grecs appellent *Prestér*. C'est le Tourbillon de
 „ feu. „ (1) *Aristote* décrit ce qu'*Anaxagore* appelloit le chaud, (2)
 „ en disant : „ Il est dans l'idée que le feu consiste en ce qui tombe des
 „ régions les plus élevées en bas, du plus haut de cet éther, auquel
 „ il donne aussi le nom de feu. „ Il semble donc que la foudre d'*Anaxagore*
 „ s'accordoit avec cette matiere ignée, ou étherienne, qu'on
 „ fçait tirer aujourd'hui des corps, en y excitant la vertu qu'on nomme
 „ électrique. Au reste *Anaxagore*, en expliquant la cause naturelle de
 „ la foudre, avoit délivré son disciple *Pericles* de la crainte superstitieuse
 „ que ce phénomène causoit. C'est ce que nous lisons dans *Suidas* :
 „ *Pericles*, dit-il, se trouvant à la tête de l'armée des Athéniens, &
 „ devant les mener au combat, la foudre tomba du Ciel, ce qui causa
 „ une grande consternation ; mais ayant pris deux pierres, & les
 „ ayant frappées l'une contra l'autre, pour en faire sortir du feu, il
 „ dit : Voilà la foudre. „ On fçait que *Descartes* a expliqué le ton-
 „ nerre par le seul choc des nuées, qui arrive lorsque l'une vient à tom-
 „ ber sur l'autre.

XVIII. *Anaxagore* s'étoit fait de fort justes idées de la forma-
 tion de l'Arc-en-Ciel. Citons le témoignage de *Plutarque*. † „ *Ana-*
 „ *xagore* disoit que l'Arc-en-Ciel consistoit dans la réfraction (3) de la
 „ lumière du Soleil, faite dans une nuée épaisse, & qui arrive tou-
 „ jours vis à vis de l'Astre, dont la nuée réfléchit l'image, comme
 un

(1) *Ventus, quamdiu nihil obstat, vires suas libere effundit. Ubi aliquo promontorio repercutitur, aut vi locorum coeuntium colligitur, sapius in se volutatur, similisque aquis facit vorticem. Hic ventus circumactus, & eundem ambiens locum, & se vertigine comitans, turbo est. Qui si pugnacior est, ac diutius volutatur, inflammatur, & efficit, quem prestera Græci vocant. Hic est igneus turbo, Næ. Quæst. L. V. c. 13.*

(2) *Θερμόν.*

(3) *ἀνάκλασις.*

„ un miroir. „ Il expliquoit de la même maniere les phénomènes auxquels on donne le nom de *Parhelies*. Ceux qui voudront connoître plus en détail les idées des Anciens sur l'Arc-en-Ciel, n'ont qu'à recourir à *Senèque*, dans le premier Livre de ses *Questions naturelles*.

XIX. *Diogene Laërce* rapporte l'explication des tremblemens de terre d'une maniere tout à fait succincte & obscure, en disant que c'est un retour de l'air dans la terre. (*) Voyons si *Plutarque* nous dira quelque chose de plus positif sur ce sujet. Voici ses paroles : * *Placit.*
 „ *Anaxagore* est dans la pensée, que la terre tremble, lorsque l'air III. 15.
 „ veut en sortir, parce qu'arrivant à l'épaisseur de la surface terrestre,
 „ il ne trouve point d'issuë, & fait alors un effort, qui produit la se-
 „ couffe dont la terre est ébranlée. „ *Senèque* n'est guères plus clair. † *Natur. quest.*
 Les *Philosophumènes* rapportent, * „ que les tremblemens de terre ar- VII. 9.
 „ rivent par la chute de l'air supérieur sur l'air qui est plus bas que la P. 76.
 „ terre ; parce qu'alors la terre qui nage dans cet air inférieur, par-
 „ ticipé à son ébranlement. „ Accordons un moment d'attention à
 „ *Aristote*. „ *Anaxagore*, dit-il, affirme que l'éther, qui est très pro-
 „ pre à se porter en haut, meut la terre, lorsqu'il se renferme dans
 „ ses veines & dans ses cavernes. Car il prétend que les parties qui
 „ forment la surface de la terre sont unies entr'elles par le secours des
 „ pluyes, que toute la terre est spongieuse, que nous habitons sa par-
 „ tie supérieure, & qu'il y a vis à vis une partie opposée. „ Peut-
 „ être qu'on pourroit entendre la chose ainsi. *Anaxagore* croyoit que
 la surface de la terre étoit plane, & que les hommes habitoient sur cer-
 te espece de plaine. L'air, selon lui, ne se trouvoit pas moins au des-
 sus qu'au dessous de la Terre. Lors donc que l'air inférieur, qui de
 lui-même tendoit toujours vers le haut, faisoit effort pour rompre la
 terre, mais qu'il étoit forcé de demeurer renfermé dans ses cavernes,
 ou cavités, c'est alors que le tremblement de terre se faisoit sentir.
 Cela nous apprend ce que veut dire *Diogene* avec son retour de l'air
 dans

(*) ἀπονόησιν αἰέρος εἰς γῆν.



dans la terre. Et l'on peut aussi entendre par là ce passage de *Senèque* : „ *Anaxagore* estime que les secousses de l'air & de la terre procedent „ à peu près de la même cause ; lorsque le vent dans la terre inférieure „ se porte vers ce qu'il rencontre, cherchant une issue, & „ sépare ce qui lui fait obstacle, jusqu'à ce qu'en s'infinuant par des „ routes étroites il trouve un chemin qui le mène au Ciel, ou s'en „ fait un par force. „ *Anaxagore* se trompoit, en faisant la terre aplanie. Au reste presque tous les Physiciens reconnoissent aujourd'hui, que les tremblemens de terre sont produits par l'air renfermé dans les cavernes, & embrasé par le feu souterrain.

XX. Nous voici parvenus à une des idées d'*Anaxagore*, dont on a le plus parlé. Communément on lui attribue d'avoir enseigné, que la Neige étoit noire. La plupart ont sifflé & tourné en ridicule un sentiment aussi paradoxé. Nous ne copierons point tout ce que les Savans en ont dit. *Mr. Brucker* fournit là-dessus de quoi satisfaire la curiosité : & l'on peut y joindre l'Auteur des *Observations Halensës*, qui a pris la défense d'*Anaxagore* *. Essayons de découvrir nous-même ce qu'il y a de mieux à dire sur cette opinion de notre Philosophe. *Cicéron* en avoit parlé en ces termes : „ Le Sage aura plus de complaisance pour accorder que la neige est blanche, que n'en avoit *Anaxagore* ; qui, non seulement nioit qu'elle le fut, mais qui assurait qu'elle ne lui paroïssoit pas même telle, parce qu'il sçavoit que l'eau „ d'où elle se forme, est noire. (y) „ Ainsi *Anaxagore* avoit déclaré, que la Neige ne lui paroïssoit pas même blanche. La lance va plus loin, & tire cette conclusion, que la neige lui paroïssoit comme de l'encre, † ce que nous ne lisons nulle part qu'il ait dit. Sur quoi il se récrie ailleurs à la folie : „ Que peut-on penser, dit-il, de celui qui a dit que „ la

* *Tom. II. Observ. 15.*

† *Liv. V. 3.*

(y) *Sapiens facilius erit, ut albam nivem esse probet, quam erat Anaxagoras : qui id non modo ita esse negabat, sed sibi, quia sciret aquam nigram esse, unde illa contracta esset, albam ipsam esse, ne videri quidem. Acad. Quest. IV. 31. Voyez aussi Sextus Empiricus, Pyrrhon. L. I. c. 13. n. c.*



„ la neige étoit noire ? Ne devoit-il pas en tirer la conséquence, que „ la poix est blanche ? „ C'est là le génie ordinaire de cet Auteur Ecclésiastique, qui se livre trop aisément aux conjectures. De ce que quelcun refuse la blancheur à la neige, il ne s'ensuit point qu'il affirme qu'elle est noire. *Anaxagore* avoit dit que la neige ne lui paroïssoit pas blanche, c'est à dire, que cette couleur qu'on y observe, n'est pas une couleur stable & constante, comme celle de la chaux, de la craye, & des autres corps blancs ou colorés, tels que sont ceux dont les Peintres se servent, mais que ce n'est qu'une vaine apparence, qui n'a rien de solide, & qu'un moment fait évanouïr, sans qu'il en reste aucune trace : & qu'ainsi la neige paroît blanche, sans l'être effectivement ; qu'il ne faut point se fier à cette couleur ; qu'elle n'est utile à quoi que ce soit : & que celui-là se tromperoit beaucoup, qui emploieroit de la neige à blanchir des habits. Il n'y a rien dans tout cela qui soit indigne de notre Philosophe.

XXI. *Plutarque* rapporte *, comment *Anaxagore* expliquoit les accroissemens du Nil. „ Il dérive, dit-il, les débordemens de ce „ fleuve de la neige qui se trouve en Ethiopie, laquelle se fond à la vé- „ rité en Été, mais se conserve pendant l'Hyver. *Les Philosophumenes* disent pareillement †, que le Nil s'accroît par les neiges qui se „ fondent en Été, & dont les eaux s'y jettent. „ Traiter ici la matière du Nil, ce seroit répéter des choses cent fois dites. Ce fleuve a été un objet d'admiration pour toute l'Antiquité ; ses sources, ses caractères, son cours, ses eaux, son accroissement, ses embouchures, ont été autant de merveilles. Aussi *Wendelin* a-t-il publié un Ouvrage sous le titre de *Merveilles du Nil*, où il a tiré & rassemblé de trois cent dix-huit Auteurs, Grecs & Latins, anciens & modernes, tout ce que le Nil a fourni de singularités remarquables. Il s'agit ici de son accroissement annuel, dont les Egyptiens se glorifioient beaucoup. Car, ayant appris que la Grece étoit arrosée par les pluyes, & non par des fleuves, comme leur pays, ils dirent, que quelque

* *Placit.*
IV. 4.
† p. 76.

C c c

jour

Mém. de l'Acad. Tom. IX.



jour ils se trouveroient frustrés de leurs espérances, & que si Jupiter leur refusoit la pluie, ils périroient misérablement de soif. *Herodote* * L. II. c. s'est moqué de cette ridicule vanterie, & l'a fort bien repoussée. 13. 14. Quoiqu'il en soit, les Egyptiens eux-mêmes ignoroient la cause des inondations du Nil. De là tant de conjectures des Philosophes, que *Wendelin* a rapportées au nombre de onze, dans l'Ouvrage que nous venons d'indiquer. *Anaxagore* regardoit donc les neiges qui fondoient en Ethiopie, comme le principe de cet effet. *Pomponius Mela* adopte la même raison. „ Il s'accroît, dit-il en parlant du Nil, parce „ que les neiges que la grande chaleur de l'Été fait fondre, coulent du „ sommet des grandes montagnes d'Ethiopie avec une abondance que „ le lit de ce fleuve ne sçauroit contenir. „ (z) *Herodote* est contraire à cette opinion, & demande, comment le Nil, qui vient de l'Afrique, & traverse le milieu de l'Ethiopie, pour arriver en Egypte, s'accroît par les neiges, puisqu'il passe d'une contrée extrêmement chaude à un autre extrêmement froide. *Lucain* s'est servi du même raisonnement, † pour rejeter cette idée.

*Vana fides veterum, Nilo, quod crescat in arva
Æthiopum prodesse nives. Non Arctos in illis
Montibus aut Boreas. Testis tibi sole perusti
Ipse color populi, calidique vaporibus Austri.*

C'est aussi de là que *Wendelin* tire quelques Objections contre la doctrine d'*Anaxagore* ; mais il avouë lui-même qu'elles ne sont pas d'un grand poids. Au reste, de l'aveu d'*Herodote*, les sources du Nil étoient un secret pour les Anciens ; & si l'on ne s'arrête pas aux récits fabuleux des Portugais, on trouvera qu'elles ne sont guères mieux connues aujourd'hui, comme l'a fait voir avec beaucoup d'évidence un des Savans les plus distingués de nos jours, & qui est surtout profondément

(z) *Crescit porro, sive quod soluta magnis aestibus nives, ex immanibus Æthiopia jugis, largius quam accipi queant, defluunt.* Geogr. I. 9.



dément versé dans les Antiquités Egyptiennes, Mr. Jablonski. * Ainsi c'est avec peu de fondement qu'on oppose les grandes chaleurs de l'Ethiopie à l'existence des neiges dans ce pays; car les célèbres per-
sonnages, qui ont visité depuis peu les contrées de l'Amérique, & se sont transportés sur le sommet des plus hautes Montagnes du Perou, y ont trouvé une quantité incroyable de neige, & un froid presque insupportable, tout près de l'Equateur, & à la même latitude où l'on place les Montagnes d'Abyssinie. *Thevenot* a aussi rencontré des neiges sur les Montagnes même d'Ethiopie. (a) Les *Philosophes* ajoutent un petit mot, qui ne paroît pas devoir être passé sous silence : c'est que le Nil tire son accroissement des neiges Septentrionales. (b) Qu'est ce que cela veut dire? Comment la neige du Septentrion est-elle transportée en Ethiopie? *Ammien Marcellin* nous l'expliquera d'après l'opinion de *Democrite* : „ Quelques Physiciens, dit-il, affirment, que dans les régions pla-
cées au Septentrion, lorsque la rigueur des hyvers resserre tout, il se gèle des amas de neige, que dans une autre saison la véhémence des chaleurs résout en eaux, & qu'il s'en élève des vapeurs dont se chargent les nuages que les vents Etesiens chassent vers le Midi, où se déchargeant ils fournissent, à ce qu'on prétend, avec abondance de quoi grossir le Nil. „ Mais à quoi bon tous ces détours? Le Nil commence à s'enfler lorsque les vents Etesiens soufflent; ces vents partent du Septentrion, & en Ethiopie ils ne peuvent qu'être accompagnés de la plus grande chaleur, puisqu'ils ont traversé la Zone torride. Ainsi les neiges fondent à leur approche, & se précipitent de manière que le Nil ne peut plus contenir ses eaux ainsi accrus.

XXII. La première origine des Animaux avoit aussi fait l'objet des recherches d'*Anaxagore*; mais ce qui nous reste là dessus dans les Anciens ne nous met pas bien au fait de sa doctrine. *Diogene* dit : † que les animaux naquirent premièrement de l'humide & du chaud, &

† L. III. f.

Ccc. 2.

(a) Dans ses Voyages, Liv. II. ch. 69. Ajoutez y *Ludolf*. *Comment.* p. 100.

(b) ἀπὸ τῶν ἐν τοῖς ἀρκτοῖς χιόνων.



de la terre ^(c). Mais *Theophraste* exprime la chose beaucoup plus clairement. „*Anaxagore*, dit-il, décide, que l'air contient les semences de toutes choses, lesquelles étant ensuite emportées par „ par l'eau, & mêlées à la terre, produisent les plantes „ ^(d). Pour l'origine des semences mêmes, c'est une question sur laquelle régné le plus profond silence parmi les Anciens; ou, s'ils en disent quelque chose, c'est avec toute la confusion & l'obscurité possible. En effet *Anaximandre*, Auditeur de *Thales*, & ensuite l'un des plus illustres Chefs de l'Ecole Ionique, avoit enseigné que les premiers hommes s'étoient formés dans des poissons, qu'ils s'y étoient nourris pendant quelque tems, mais qu'ensuite ayant acquis assez de force pour se soutenir par eux-mêmes, ils en étoient sortis, & s'étoient emparés de la terre. Ainsi il faisoit venir les hommes d'animaux d'une autre espèce. Il ne paroît pas qu'*Anaxagore* ait adopté ce sentiment; il tiroit plutôt la formation des animaux du concours des élémens dont les parties étoient semblables, comme nous l'apprenons dans *Plutarque*. † *Pythagore* V. 19. avoit encore une autre opinion, c'est le changement réciproque des élémens les uns dans les autres. *Ovide* l'a exprimée en très beaux Vers au XV. Livre de ses *Metamorphoses*. Mais, à dire le vrai, l'origine des semences est un des mystères les plus impénétrables de la Nature, & les plus inaccessibles à tous les Philosophes; les efforts redoublés de leur curiosité n'ont pu le pénétrer, & il semble que Dieu seul puisse en révéler la connoissance. *Anaxagore* l'a aussi appelé en quelque sorte à son secours, en disant que, lorsqu'il mit en ordre la matière du Chaos, il forma en même tems les premiers principes des semences. C'est pourquoi *Aristote* lui donne des éloges à cet égard, & dit qu'il a été plus modeste que les autres Philosophes de l'Antiquité, & qu'il

a mon-

(c) ζῷα γενέσθαι ἐξ ὑγρῶ, καὶ θερμῶ, καὶ γένους.

(d) Αναξαγόρας μὲν τὸν αἶρα πάντων φάσκων ἔχειν σπερμᾶτα καὶ ταῦτα συγκαταφερόμενα τῷ ὕδατι γενᾶν τὰ φυτά.
Histor. Plant. L. III. c. 2.



a montré une véritable sagesse, en posant le premier l'Esprit pour la cause du Monde & de tout l'ordre qui y régné. Si quelcun desiré d'être mieux instruit de la maniere dont *Anaxagore* expliquoit la génération, nous le renvoyons à l'Ouvrage que *Scipion Aquilien* a écrit sur les opinions des Philosophes, qui ont vécu avant *Aristote*. Il s'y étend beaucoup sur l'opinion d'*Anaxagore* par rapport à la cause de la génération. (*) Mais, comme cela n'a pas un rapport direct à notre sujet, nous ne nous y arrêterons pas. Les sentimens des Anciens sur cette matiere en général, & sur la premiere origine des hommes, ont été savamment recueillis par *Censorin*, * & éclaircis par *Lindembrog* dans ses Notes sur cet Auteur.

* De die natali, Cap. IV.

XXIII. Nous nous bornerons à indiquer ici ce qui peut encore avoir quelque rapport à cette matiere. *Censorin* témoigne, qu'*Hippon* de Samos étoit dans l'idée, que l'origine de l'homme & des animaux vient de la moëlle; mais qu'*Anaxagore* réfutoit cette opinion avec les autres. Le même Auteur ajoute: „ On a aussi été par-
 „ tagé sur la question; si l'enfant vient seulement du père, ou aussi
 „ de la mère, comme *Anaxagore* le pensoit. „ (f) Encore, suivant le même *Censorin*, † notre Philosophe estimoit que le cerveau, d'où
 † *Ibid.* cap. VI.
 procedent tous les sens, prenoit son accroissement avant toutes les autres parties; & qu'ensuite la chaleur étherienne arrangeoit les membres. Il ajoutoit que l'enfant recevoit sa nourriture par le nombril; & que les mâles s'engendroient du côté droit, les femelles du côté gauche. *Diogene Laërce* a dit les mêmes choses dans les mêmes termes, & *Menage* a fait là-dessus des observations fort étendues. *Censorin* continuë, & rapporte „ qu'*Anaxagore* expliquoit la ressemblance des enfans au père ou à la mère, à ce que l'un des deux avoit

Ccc 3

plus

(*) L'Ouvrage de *Scipion Aquilien* a été imprimé à Venise en 1620. voyez p. 17. & f.

(f) *Illud quoque ambiguum fecit inter Auctores opinionem, utrumne ex patre tantummodo pariri nasceretur, an etiam ex matre, quod Anaxagora visum est.* *Censor.* Cap. V.



„ plus contribué à la formation du fœtus. „ (g) Ici s'ajuste un fragment qu' *Athénée* nous a conservé. „ *Anaxagore*, dit-il, enseigne que ce qu'on appelle *le lait de poule*, est le blanc de l'œuf. „ (b) Et il faut y ajouter une Histoire, rapportée par *Plutarque* dans la Vie de *Pericles*, qui fait voir jusqu'où notre Philosophe avoit poussé ses connoissances Anatomiques. „ On raconte, dit l'Historien Grec, „ qu'un jour on apporta de la campagne à *Pericles* une tête de bœlier „ avec une seule corne, & que le Devin *Lampon*, ayant considéré la „ force de cette corne, & comment elle sortoit du milieu du front, „ dit que c'étoit un présage, que la puissance des deux factions qui „ partageoient alors la Ville, (celle de *Thucydide* & celle de *Pericles*,) se réuniroit en une seule tête, & que cela regardoit celui „ chez qui ce prodige étoit arrivé. Mais *Anaxagore*, ayant disséqué „ l'os de cette tête, montra, que le cerveau n'avoit pas occupé tout „ son espace ordinaire, mais que se terminant en pointe il alloit aboutir à cette seule place de tout le crane, d'où la corne sortoit comme „ de sa racine. Tous les assistans furent ravis sur le champ du savoir „ d'*Anaxagore* ; mais ils ne le furent pas moins bientôt après de la sagacité de *Lampon*, lorsque, le parti de *Thucydide* étant entièrement détruit, toute la République tomba entre les mains de *Pericles*. Tous deux pouvoient avoir raison, l'un comme Physicien, „ l'autre comme Devin, l'un comme observant la cause, l'autre comme prévoyant l'événement. C'étoit en effet au premier à considérer d'où provenoit cette corne, & comment elle s'étoit formée, tandis que l'office du second étoit d'annoncer, pourquoi elle avoit été „ formée, & de quoi elle étoit le signe. Ceux qui prétendent que, „ dès qu'on a découvert la cause d'un semblable fait, il ne faut plus „ l'en-

(g) *Anaxagoram ejus parentis faciem referre liberos judicasse, qui plurimum ad satum contulisset;*

(b) *Αναξαγόρας ἐν τῇ φυσικῇ, τὸ καλῶμενον φησὶν ὄρνιθος γὰρ αὐτὸ ἐν τοῖς ὥϊσι εἶναι λευκόν.*



„ l'envifager comme un préface, ne confidèrent pas bien, que par là
 „ ils détruifent également l'efficace des fignes celeftes & des fignes ar-
 „ tificiels. „ Rien n'empêche que nous ne placions encore ici ce qu'*Anaxagore*
penfoit de la Fortune, fuivant le même Plutarque. * „ Il *Placit.*
 „ difoit, que la Fortune eft une caufe cachée à l'Intelligence humai- *L. 29.*
 „ ne. „ Cela eft parfaitement vrai. Les Stoïciens, & tous les Phi-
 lofophes fensés, n'ont pas penfé autrement.

XXIV. On ne fçait pas bien, ce qu'*Anaxagore* croyoit au fujet de
 l'Ame. Voici ce qu'*Aristote* en dit : † „ *Anaxagore* dit que l'Ame † *De anima,*
 „ (ψυχήν) eft celle qui meut mais il ne s'explique pas affez *L. 1. c. 2.*
 „ clairement là-deffus. Car il dit fouverit que l'Efprit (Νῆς) eft la
 „ caufe de ce qui eft bon & droit; & ailleurs il dit que l'Efprit &
 „ l'Ame font la même chofe, (i) & qu'ils existent dans tous les Anî-
 „ maux, tant grands que petits, dans les plus confidérables & dans les
 „ plus vils. „ Ces idées ne font pas du goût d'*Aristote*, qui ajoute;
 „ qu'il ne paroît pas que l'Efprit fe trouve ainfi partout, c'eft à dire,
 „ un Efprit accompagné de prudence; que les Animaux en font defti-
 „ tués, & qu'il ne convient pas même à tous les hommes. „ Le
 „ paffage de *Plutarque* fur le même fujet eft encore plus obfcur: le
 „ voici. * „ Les difciples d'*Anaxagore* ont dit, que l'Ame étoit une * *Placit.*
 „ fubftance aérienne, & un corps; „ à moins que nous ne voulions *IV. 3.*
 „ reftreindre cette affertion à l'Ame feule, (ψυχήν) & n'y pas comprendre
 „ l'Efprit. En effet il a diftingué ailleurs l'Ame du Corps. † Comme † *Ibid. V. 25.*
 „ ce paffage eft tout à fait ténébreux, le favant *Corfini* l'a fort bien corrigé
 „ & fuppléé d'après *Galien*, & il le traduit enfuite ainfi: „ *Anaxagore*
 „ a été dans l'idée que le fommeil regardoit la faculté corporelle; (k)
 „ que c'étoit une affection du corps, & non de l'ame; mais que la
 „ mort confiftoit dans la féparation de l'Ame d'avec le Corps. (l), „
 La

(i) τὸν Νῆν εἶναι τὸν αὐτὸν τῇ ψυχῇ.

(k) σωματικῆς ἐνεργείας.

(l) ψυχῆς θάνατον τὸν διαχωρισμὸν.



La même chose se trouvant dans *Stanley*, il faut supprimer la Note de l'Editeur, qui révoque en doute, si cet Auteur a bien rendu le sens de *Plutarque*, fondé sur ce qu'on peut aussi entendre les expressions de la séparation, ou désunion, des parties même de l'ame, qui étant aérienne est d'une nature corporelle. On ne trouve pas plus de clarté

* *Ibid.* V. 10. dans cet autre endroit de *Plutarque* ; * „ *Anaxagore* disoit que tous „ les animaux ont une raison active, mais qu'ils n'ont point cet esprit „ passif, qu'on appelle l'Interprète de l'Esprit. „ Il régné plus de netteté dans ce que notre Philosophe disoit pour expliquer la formation

† *Ibid.* IV. 19. de la voix. † „ Il la faisoit consister dans un air agité qui frappoit un „ air solide & plus dense ; de sorte que le retour, ou la repercussion „ de ce choc, parvenoit à nos oreilles. „ Et c'est de la même manière qu'il rendoit raison du son, ou de la voix, qu'on appelle *Echo*.

XXV. Faisons à présent une espee de faisceau des débris de la doctrine d'*Anaxagore*, que nous avons n'avons pas pû employer commodément en d'autres endroits. Il avoit placé dans les mains la cause de la sagesse & de l'intelligence humaine. *Plutarque* censure cette idée en ces termes. „ La Nature a placé presque sous nos yeux des exemples qui prouvent l'utilité des liaisons fraternelles ; elle a fait doubles toutes les parties de notre corps qui sont nécessaires, & l'on peut regarder comme autant de frères & de jumeaux, les mains, les pieds, les yeux, les oreilles, les narines. Son but est de marquer par là que toutes ces choses nous ont été données pour notre conservation, & pour se prêter un secours mutuel, & qu'elles ne sont point divisées en signe de discordes & de combats. En particulier elle a mis tout l'art possible dans la structure de la main, dont les doigts différens & inégaux sont autant d'instrumens si convenables ; en sorte que l'ancien Philosophe *Anaxagore* a crû devoir placer la cause de la sagesse humaine dans les mains. Mais il s'est trompé en cela ; l'homme n'atteint point à un degré éminent de sagesse, parce qu'il a des mains, mais parce que la Nature l'ayant doté de raison &



„ & d'art, lui a aussi fourni les instrumens dont il avoit besoin. „
Anaxagore avoit mis dans le fiel la cause des maladies : sur quoi il est
 repris par *Aristote* : * „ C'est, dit-il, une erreur d'*Anaxagore*, d'a- * *De part.*
 voir crû que le fiel est la cause des maladies aiguës ; (m) car il assure *anim. L. IV.*
 que, quand la bile y abonde, elle se répand dans le poulmon, *c. 2.*
 dans les veines, & dans les côtés. Mais les mêmes accidens ar-
 rivent à peu près aux Animaux qui n'ont point de fiel. „ *Aris-*
tote ajoute qu'on le remarque, lorsqu'on en fait la dissection. Il
 nous instruit aussi du sentiment d'*Anaxagore* sur la respiration des
 poissons. „ *Anaxagore*, dit-il †, & *Diogene*, après avoir dit que † *De Respir.*
 tout respiroit, ont ajouté de quelle maniere se faisoit la respiration *c. 2.*
 des poissons & des huîtres. *Anaxagore* dit, que les poissons,
 quand ils font sortir l'eau par les bronchies, attirent l'air qui se pro-
 duit dans leur bouche, & le respirent, parce qu'il ne sçauroit y
 avoir de vuide. „ (n) *Diogene Laërce* nous a encore conservé le
 trait suivant. * „ Comme quelcun lui demandoit si les Montagnes de * *Lib. II.*
 Lampsaque se trouveroient un jour sous la Mer, on dit qu'il répon- *s. 10.*
 dit : Oul, à moins que le tems ne manque. „ (o) Lampsaque
 étoit entourée de montagnes qui étoient autant de vignobles. La Vil-
 le en tiroit de grands avantages, & c'étoit le meilleur revenu de ses ha-
 bitans. Peut-être qu'*Anaxagore* avoit dit dans quelque occasion,
 qu'il arriveroit un Deluge, une inondation, & que la Mer couvriroit
 la Terre, comme l'expriment ces deux Vers :

Vidi ego, quod fuerat quondam solidissima tellus
Esse fretum, vidi factas ex æquore terras.

La

(m) αἰτίαν τῶν ὀξέων νοσημάτων.

(n) ὃ γὰρ εἶναι κενὸν εἶδέν.

(o) εἰδὼ γὰρ ὅτι χρόνος μὴ ἐπιλήσῃ.



Là dessus quelque Citoyen de Lampsaque, inquiet pour sa vigne, aura fait cette question à *Anaxagore*, dont la réponse étoit très juste; *Où, à moins que le tems ne manque.* Car les fleuves, les tourbillons, détachant tous les jours quelques parties terrestres des montagnes, & des rivages, les précipitent au fonds de la Mer, qui doit par conséquent s'élever sans cesse d'avantage, tandis que la surface du Continent s'abaisse; d'où s'ensuivra nécessairement un jour quelque inondation, à moins que d'autres causes n'y mettent obstacle. On voit encore aujourd'hui près des ruines de Lampsaque des collines chargées de vignes. Finissons par ce trait, qui nous a été conservé dans l'Ouvrage de *Stobée*: „*Anaxagore* disoit, que deux choses sont pour „ nous des doctrines de la mort; l'une, le tems qui a précédé notre „ naissance, l'autre le sommeil. „ (p) Celui-ci en est en effet une image bien parlante; & chaque jour il vient inviter les hommes à se souvenir de ce long sommeil qui les attend.

XXVI. Voilà ce que j'ai pu rassembler de plus digne d'attention sur la Vie, les Ouvrages, & les Opinions d'*Anaxagore*. Je ne crois pas devoir m'arrêter à justifier au long l'utilité d'un semblable travail. Il sert d'abord à faire connoître le desir véhément qui pousse tous les hommes à acquérir des connoissances, & à s'élever jusqu'aux Sciences. Tandis que le vulgaire demeure plongé dans les erreurs les plus grossières, & n'a d'autre guide que la superstition; des Génies d'un ordre plus élevé, s'attachent à découvrir la véritable origine des choses, à indiquer les causes les événemens naturels; ils y travaillent avec application, & nous voyons qu'en plusieurs choses ils atteignent au but. Cela nous mène en second lieu à remarquer, que, quelles que soient les prérogatives de notre Siècle sur ceux de l'Antiquité, les Anciens ne laissent pas d'avoir apperçu & dit bien des choses, qu'on ne fait aujourd'hui

(p) Ἀναξαγόρας οὗ ἐλεγε διδασκαλίας ἔναι θανάτη, τὸν τε πρὸ τῆ γενέσθαι χρόνον, καὶ τὸν ὕπνον. Serm. 19. p. 603.



jourd'hui que répéter & retourner en mille manières différentes. C'est ce dont on s'apercevra toujours plus, à mesure qu'on cultivera soigneusement l'étude de la Philosophie ancienne, & qu'en rapprochant, comme plusieurs Savans s'y appliquent à présent, les fragmens qui nous en restent dans les anciens Monumens, on les comparera ensemble pour y répandre un plus grand jour. Les sentimens des Anciens ne peuvent être bien connus & compris, qu'après avoir dégagé le Système de leur Philosophie de toutes les obscurités. Après quoi, en comparant les dogmes des Anciens avec ceux des Modernes, on verra briller aussi-tôt des rayons de Vérité ; & toute cette région ténébreuse de l'Antiquité sera comme illuminée d'une splendeur subite. On ne sçauroit nier que les tems où nous vivons ne possèdent bien des avantages dont on peut se glorifier ; mais, si l'on y regarde de près, combien n'avons-nous pas emprunté des Anciens, & quel n'est pas le nombre des opinions modernes, dont on trouve des traces bien marquées dans leurs Ecrits ? Donnons en quelques exemples. Les Anciens ont dit, que les Etoiles étoient autant de Soleils ; que le Soleil étoit d'une nature ignée ; que les Soleils avoient autour d'eux des Tourbillons ; que des Planetes, semblables à notre Terre, & aux autres corps de notre Système Planétaire, étoient emportées par une révolution, dont ces Soleils étoient le centre ; qu'elles avoient outre cela un mouvement de vertige autour de leur axe ; qu'il y avoit dans la Lune des Montagnes & des Vallées ; qu'elle étoit habitée, & qu'il s'y trouvoit plusieurs Villes ; que les mouvemens des Planetes se faisoient suivant une certaine proportion ; qu'il y avoit une force centrifuge, & une force centripète ; qu'on pouvoit prédire avec certitude les Eclipses de Lune & de Soleil ; que la Voie lactée étoit composée d'un nombre innombrable d'Etoiles ; que les Comètes étoient des Etoiles fort éloignées de nous, & que nous les appercevions lorsqu'elles descendoient vers notre Globe ; que les Météores naissent des exhalaisons enflammées ; que le flux & le reflux de la Mer s'accorde avec les mouvemens de la Lune ; que les qualités sensibles ne sont pas inhéren-



tes aux corps mêmes, mais qu'elles consistent dans la figure, la grandeur, & le mouvement des parties ; enfin que les animaux & les plantes ne tirent point leur origine de la terre, de l'eau, ou de la pourriture, mais que toutes ces productions viennent de semences. Telles sont les opinions, auxquelles on pourroit en joindre quantité d'autres, qui ont déjà été proposées par les Anciens ; & ce sont précisément les mêmes que nos Modernes les plus distingués confirment tous les jours par de nouveaux raisonnemens, & par de nouvelles Expériences. Rien ne sçauroit donc mieux contribuer à donner une idée exacte du véritable accroissement des Sciences, que des recherches bien-faires & soigneusement approfondies sur la vie & la doctrine des anciens Philosophes.





EXAMEN PHILOSOPHIQUE
DE LA LIAISON RÉELLE QU'IL Y A ENTRE LES
SCIENCES ET LES MOEURS,
PAR M. FORMEY.

On a déjà formé de gros Recueils des différens Ecrits qui ont paru sur le sujet que je viens d'indiquer. Il y a dans quelques uns de ces Ecrits beaucoup d'esprit, & dans d'autres une assez vaste érudition; mais généralement parlant, qu'il me soit permis de le dire, j'y aurois désiré un peu plus de Philosophie. Je n'ai point trouvé qu'on y ait posé suffisamment l'état de la Question; & le sophisme, *Post hoc: Ergo propter hoc*, a été presque toujours substitué à des raisonnemens beaucoup plus solides, qu'on auroit pû tirer du fonds même des choses. Attentifs à parcourir les Annales du Monde, les Auteurs des Pièces dont je parle, ont crû qu'il suffisoit de mettre en parallèle les Sciences & les Mœurs, telles qu'elles ont cœxisté dans les différens Siecles, ou chez les différentes Nations, pour en tirer une conclusion démontrée de l'influence que les Sciences ont sur les Mœurs. Rien de plus défectueux que cette induction; on y entasse une foule d'objets & de circonstances, dont on fait, pour ainsi dire, une masse homogène, quoi-qu'il y ait parmi ces objets & ces circonstances des choses, dont les unes ne prouvent rien, & les autres sont mêmes contraires aux conséquences qu'on prétend en dériver. Pour justifier pleinement ce que j'avance, il faudroit soumettre à une analyse exacte celles d'entre les Pièces relatives à cette Question devenuë célèbre, qui en méritent la peine. Ce n'est cependant pas mon dessein; ce travail me paroitroit étranger aux vues de nos Mémoires Académiques. Mais, si je ne me



trompe, je parviendrai, & plus seurement, & plus promptement, au but que je me propose, en reinontant aux principes mêmes sur lesquels roulent toutes ces discussions, & en examinant philosophiquement, si les Sciences, & en général toutes les connoissances humaines, ont sur les Mœurs cette influence qu'on leur a accordée, selon moi, trop légèrement, & qui se réduit à bien moins qu'on ne se l'est imaginé. Il résultera de là qu'on s'est débattu avec chaleur, & qu'on a déployé tous les efforts de l'esprit, & tous les trésors de l'erudition, pour maintenir l'association de deux idées, qui n'ont que peu ou point de rapport entr'elles. On a crû qu'il n'y avoit point de milieu entre ces deux Propositions; Les Sciences ont perfectionné les mœurs; ou, Les Sciences ont corrompu les Mœurs. Et moi je dis; Les Sciences n'ont fait, ni bien, ni mal, aux Mœurs; ou du moins leur efficace à cet égard se réduit à si peu de chose que cela ne valoit pas la peine d'y tant insister. C'est ce que je vais établir par deux Considérations générales auxquelles je rapporterai toutes les réflexions particulières, qui peuvent y être subordonnées.

I. Il n'y a que trois états possibles, dans lesquels on puisse se présenter les différentes Nations répandues sur le Globe de la Terre, depuis ces tems les plus reculés que nous appellons l'origine du Monde, jusqu'à ceux où nous vivons. Le premier de ces états, c'est l'ignorance primitive & naturelle, dont les Peuples Sauvages qui ont été découverts dans ces derniers Siècles, renouvellent le tableau. Le second est celui des Nations qui se sont tirées de cet état, & qui ont acquis successivement les diverses connoissances qui forment aujourd'hui l'Encyclopédie des Sciences & des Arts. Le troisième état enfin est celui des contrées où la lumière s'est éteinte, & a fait place à de nouvelles ténèbres; c'est le sort présent de l'Egypte, de la Grece, & de presque tout l'Orient; c'est ce qui est arrivé en Europe pendant ces siècles d'ignorance, de fer & de plomb, qui ont précédé la renaissance des Lettres. Il s'agit de juger sans prévention de ce qui a rendu les hommes
meil-



meilleurs, ou plus mauvais, dans ces différentes Epoques relatives aux Sciences, & de décider si leurs mœurs ont eu un rapport si immédiat & si constant à ces Epoques, qu'on ne puisse s'empêcher de les en faire dépendre.

1. D'abord dans le premier de ces états, dans celui de l'ignorance naturelle, je ne vois qu'une table rase, une pierre d'attente, je n'y apperçois, à proprement parler, ni vertu, ni vice. Les hommes y ont les penchans que la Nature leur a donnés, & les suivent d'une manière qui laisse fort peu de différence entre eux & les animaux. Cette remarque est beaucoup plus importante qu'elle ne le paroît d'abord ; & je me persuade d'en convaincre ceux qui feront attention à ce que j'ajoute pour la développer. Ou sçait sur la foi de Relations authentiques, que les Nations sauvages diffèrent considérablement entr'elles à l'égard du caractère. Il y en a de féroces & d'intraitables, qui n'ont point voulu s'appriivoiser avec les Européens, qui se sont réfugiées dans des lieux inaccessibles, ou qui, lorsqu'on les a comme domptées & enchaînées, ont donné des marques de perfidie & de cruauté, qui ont obligé, ou de les détruire entièrement, ou de renoncer à tout commerce avec elles. D'autres au contraire ont témoigné une disposition beaucoup moins farouche, elles ont répondu aux avances de commerce qu'on leur a faites, elles ont montré une espece d'équité, de candeur, de modération, dont on a fait de grands éloges, tandis qu'on a qualifié les premières de monstres, & que les noms d'Antrophages & de Cannibales réveillent une véritable horreur. Il s'agit de réduire tout cela à sa juste valeur ; & nous le ferons en disant que ces Peuples ont entr'eux la même différence que vous trouvez entre les animaux, & que ce qui arrive en passant des uns chez les autres est équivalent à ce qui arriveroit en passant d'une campagne remplie de Chiens, ou de Lièvres, à une autre remplie de Loups, ou de Tigres. Ce n'est point dégrader l'humanité que de faire une semblable comparaison ; ce Sauvage, Loup ou Chien dans son état actuel, demeure toujours



jours un homme, entant qu'il n'y auroit qu'à lui donner de l'éducation, & lui inspirer des principes, pour le tirer de cet état ; mais, si vous y prenez garde, le fonds du caractère demeureroit toujours. Les Anglois, les Italiens, les François, les Nations Septentrionales sont des Tigres, des Renards, des Singes, des Ours, qui ont reçu les leçons humanifantes, si je puis ainsi dire ; mais le fonds, le naturel, est-il effacé ? C'est le vrai cas de la Maxime : *Naturam expellas furcâ ; tamen usque recurret.* Le premier état dont je viens de parler, n'a donc aucun rapport à la Question débattue. Il est inutile de dire d'une part ; Voyez les vices qui régneront parmi ces peuples, parce que les Sciences y manquent ; ou de l'autre : Voyez les Vertus qui y subsistent, parce que les Sciences ne les en ont point bannies ; car on fourient ces deux Theses opposées. Je les rejette l'une & l'autre, & je dis : Ne voyez rien, où il n'y a rien ; ces Peuples n'ont ni vertus, ni vices ; les idées leur manquent aussi bien que les noms ; & vous tombez ici dans la même incongruité, que quand vous parlez de la chasteté des Tourterelles, ou de l'hypocrisie des Chats.

2. L'Aurore se leve ; le Soleil paroît ; le flambeau des Sciences brille & répand son éclat. C'est le second état du genre humain. Mais cela se fait-il avec la même rapidité qu'on le raconte ? Ne faut-il pas des siècles entiers pour défricher les esprits, qui résistent bien plus longtems à la culture que les terres ? On en peut juger par la manière dont les Sciences se sont propagées, & se propagent encore tous les jours vers le Nord ? Et encore cette voye d'en juger n'est pas suffisante. Car aujourd'hui l'amas est tout fait, les Sciences sont formées, les Nations peuvent, pour ainsi dire, se les livrer de la main à la main ; il ne s'agit dans les contrées où l'ignorance & la barbarie avoient jusqu'alors régné que de dégrossir les esprits : & c'est l'ouvrage d'une ou deux générations, comme on a en eu un exemple des plus remarquables dans cet Empire qu'un seul homme a créé en l'éclairant. Mais ce n'est point ainsi que les Sciences sont nées ; & se sont accrues. Pierre
le



le Grand en peu d'années de voyages a recueilli tout ce que les autres Siecles & les autres Nations avoient produit de plus précieux : il a enlevé, si je puis m'exprimer ainsi, tout un brasier de ce feu sacré, dont les étincelles étoient autrefois dispersées, & cachées sous la cendre. Qu'on se rappelle les voyages des anciens Philosophes, & les vérités qu'ils en rapportoient. Qu'on suive l'Histoire des découvertes depuis Thales jusqu'à Descartes, & qu'on voye où en étoit l'édifice des Sciences, commencé par le premier, lorsque le second ne vit de jour à bâtir qu'en détruisant tout, & en partant du doute universel, où tout au plus du sentiment de sa pensée, d'où il inféroit son existence. Je réserve pour ma seconde Consideration générale l'examen intrinsèque des Sciences, destiné à faire voir jusqu'où elles peuvent influer sur les moeurs; & pour le présent je m'en tiens à demander si ce petit levain de connoissances vagues, imparfaites, & ce qu'il faut bien remarquer, restreintes surtout dans ces anciens tems à un petit nombre d'adeptes, avoit une liaison sensible avec les actions morales des hommes.

Je sens néanmoins, qu'en combattant des sentimens que je fais envisager comme des extrémités, je dois éviter de tomber moi-même dans une autre. Les Sciences, & surtout les Arts qui marchent à leur suite, changent incontestablement la face d'un Etat, d'une Ville; & la changent même quelquefois au point de la rendre méconnoissable. Mais ce n'est pas tant en créant de nouvelles moeurs qu'en développant, pour ainsi dire, celles qui étoient en germe, & qui n'attendoient que l'occasion de se manifester. Ulysse donna-t-il de nouvelles moeurs à Achille en étalant à ses yeux une armure complete & brillante? Point du tout. Ce jeune Guerrier s'enflamme à cette vue, parce qu'il avoit un principe de valeur militaire, qui comme un feu secret vivoit & résidoit dans son coeur, mais qui n'avoit pû encore paroître, faute d'objet, ni s'accroître, faute d'aliment. Tous les hommes sont dans le même cas. Chacun a son penchant, son tempérament, son caractère inné; mais, si vous supposez qu'il ne soit jamais à portée de l'objet au-



quel ce penchant, ce tempérament, ce caractère, se rapportent, on ne s'en appercevra point; & la plus longue vie s'écoulera, sans que ce principe occulte se développe. La Maxime commune est fautive, ou du moins mal exprimée : *Les honneurs changent les mœurs*. Ils ne les changent point; ils les manifestent. Un Parvenu, qui a joué les rôles les plus humilians & les plus rampans dans son état de bassesse, n'est fier & insolent depuis son élévation que parce qu'il a toujours été tel. Voilà précisément, si je ne me trompe, l'effet des Sciences & des Arts. Leur clarté nous découvre des objets, que nous ne connoissons point du tout, ou que nous ne connoissons pas sous certaines faces. Aussi-tôt nous sortons de cet état d'indifférence où l'on est nécessairement à l'égard des objets inconnus, pour nous porter vers ce qui nous plaît, & qui favorise des penchans, que nous croyons excités & produits, lorsqu'ils ne sont que développés & déclarés. Je n'ai garde de contester aux connoissances humaines, ou du moins à quelques unes d'entr'elles, cet acte d'illumination, qui leur est propre. Mais ce n'est que très improprement qu'on peut appeller cet acte la cause des effets qui viennent à se manifester ensuite. Un homme en cherche un autre à tâtons dans l'obscurité pour le tuer; on apporte de la lumière, il le tue. Est-ce la lumière qui est la cause efficiente de ce meurtre? De même notre coeur cherche à tâtons les objets qui lui conviennent; mais, s'il ne les découvre pas, ses efforts sont à pure perte, ou plutôt il ne sçait positivement à quoi ils tendent; il sent qu'il lui manque quelque chose, sans pouvoir l'indiquer. Les grands Génies & les grandes passions sont également étouffés dans les siècles d'ignorance, & dans les pays de barbarie. Il y a des Césars & des Alexandres, des Newtons & des Leibnitz, des Catilinas & des Cromwells, chez les Hurons & chez les Iroquois; mais ils y sont en brut, & jamais il n'y aura dans les circonstances externes de raison suffisante de leur développement. Ce ne seroit, comme nous le verrons dans la suite, qu'autant que les Sciences fournissent des règles de conduite, & des motifs à l'observation de ces règles, qu'elles influeroient sur les mœurs



mœurs par une action immédiate; mais jusqu'ici nous n'apercevons en elles qu'une fonction purement indifférente. Le total des objets qu'elles nous font appercevoir est pareillement indifférent; on peut en faire un bon & un mauvais usage. Dieu n'a point créé d'êtres dont la connoissance nous porte invinciblement, ou même plus fortement, au mal qu'au bien. L'homme éclairé connoit mille objets, ou mille usages des objets, au lieu que l'homme ignorant n'en connoit que dix ou vint. Il y a toujours parité. C'est du coeur, de ce fonds naturel dont j'ai parlé, que dépend le reste. C'est ce coeur qui fera tourner en bien ou en mal ce surcroît de connoissances, qui d'elles-mêmes n'ont rien qui le détermine à l'un plutôt qu'à l'autre, en supposant que ces connoissances ne sont pas subordonnées aux Maximes d'une Morale saine, ou corrompue. Et c'est ce qu'il faudra vérifier tout à l'heure.

Je passe auparavant au troisième état dont les hommes réunis en Etats & en Peuples sont susceptibles; c'est l'ignorance & la barbarie qui succèdent aux Sciences. On pourroit tracer une espece de Carte de la route des Sciences sur notre Globe, qui seroit aussi bizarre & aussi variée que celle des voyages du Prince d'Ithaque. Au lieu que la position de la Terre à l'égard du Soleil demeure toujours la même, ou du moins n'a changé depuis 40 siècles que d'une manière presque imperceptible, on a vu l'Esprit, le Goût, la Philosophie, passer successivement d'un point de la surface terrestre à l'autre; & après avoir commencé dans le voisinage de notre Tropique, s'avancer insensiblement au point de venir presque se confondre avec les Aurores Boréales. De bonne foi l'Histoire des mœurs est-elle liée avec ces révolutions, & n'est-ce pas par machine, par artifice, qu'on y crée des rapports qui sont presque tous d'imagination? Rien n'est plus propre à en convaincre que le succès presque égal de ceux qui ont soutenu l'affirmative & la négative. Ils ont trouvé dans les Fables de quoi décrier les Sciences, aussi bien que de quoi les accréditer. Et pourquoi!



C'est ce que les faits qu'ils allèguent en preuve ne font, ni pour, ni contre les Sciences. C'est qu'à leur arrivée elles ont trouvé les hommes avec leurs passions naturelles, qu'elles ne sçauroient ni créer, ni anéantir ; & qu'à leur départ elles les ont laissé tels qu'elles les avoient trouvé. Voilà la véritable clé de cette Enigme, qu'on a plus embrouillée jusqu'ici qu'expliquée.

Je ferai cependant deux Observations particulieres sur ce troisieme état dont je parle à présent, sur celui où les hommes se trouvent, lorsque par des causes quelconques ils perdent les lumieres qu'ils avoient acquises, & rentrent dans l'ignorance. Premièrement, on confond souvent ici les mœurs étrangères qu'ont apportées avec ceux ces déluges de Barbares qui ont inondé l'Occident & l'Orient, Huns, Vandales, Gots, Alains, Sarrafins, Turcs, Tartares, avec les mœurs des Peuples dont ils envahi le territoire. Et alors on suppose un changement où il n'y en a point. Ce ne sont point les mœurs des Romains changées & altérées que nous trouvons dans l'Histoire depuis la décadence de l'Empire Romain ; ce sont celles des Peuples, qui comme autant d'essains de sauterelles, ont broué & dévoré cet Empire. Cette remarque, très aisée à justifier par des autorités & des citations, dont je ne veux pas grossir ce Discours, cette remarque, dis-je, est très essentielle dans la Controverse que je traite, & met fin à bien des raisonnemens inutiles. J'y en joins une seconde ; c'est que l'état d'un Peuple qui a possédé les Sciences, est toujours plus fâcheux & plus corrompu, lorsqu'il rentre dans la barbarie, que s'il n'étoit jamais sorti de l'ignorance naturelle. La raison en est, que ce développement d'idées, causé par la lumiere des Sciences dont j'ai parlé, ayant favorisé la naissance des Vices aussi bien que celle des Vertus, ceux-ci se développent beaucoup plus difficilement que celles-là, parce que le coeur a un foible pour eux & les chérit ; de sorte qu'un Vice une fois né est presque indestructible, & se transmet héréditairement, & indépendamment des causes externes. Les Vertus au contraire, les vraies, Vertus,



Vertus, les habitudes de l'Ame, qui la portent au bien, cessent bientôt, pour peu que les motifs qui les avoient fait naître, s'affoiblissent. Mais, comme on le voit, les Sciences n'ont qu'un rapport accidentel à ces diverses révolutions morales ; & c'est ce que je voulois prouver dans ma première Considération, par l'espece de revue du genre humain qui vient de nous occuper. Je vais à présent fournir des preuves plus directes encore, tirées de l'idée & de la nature même des Sciences.

II. Le terme de Sciences est du nombre de ces expressions vagues, qui sont répandues, communes, & continuellement répétées, sans que ceux qui en font usage soyent en état d'en fixer le sens, ni croient même qu'il soit nécessaire d'y travailler. A' en juger d'après l'usage, on entend en gros par les Sciences cet amas de connoissances sur toutes sortes de sujets, que les hommes ont formé à l'aide de l'expérience & du raisonnement, mais qui est plus composé d'opinions que de vérités, qui dépend des causes externes, du goût dominant, de la mode, & qui en conséquence de cela varie de siècle en siècle, & de climat en climat, & n'a jamais un état de véritable consistance. De cet amas chacun suivant son goût particulier tâche de s'approprier une portion dont il fait son objet, & à la faveur de laquelle, lorsqu'il y a fait certains progrès, ou qu'il vient à bout de persuader aux autres qu'il les a faits, il passe pour Savant. Ainsi l'Empire des Sciences est un domaine partagé entre plusieurs Citoyens, qui prétendent être égaux, & jouir de tous les privilèges de cette égalité naturelle ; la supériorité de talens reconnu dans quelques uns d'entr'eux ne faisant qu'augmenter l'étendue de leur territoire, sans leur donner aucun droit sur celui des autres. Mais, quoique cette idée d'Empire des Sciences, de République des Lettres, ne soit pas entièrement déstituée de réalité ; quand après cela il s'agit de procéder à une vérification exacte, on se trouve assez embarrassé de dire, où commencent les Sciences réelles, solides, dignes de ce nom, & jusqu'où elles peuvent être poussées sans donner dans la chimère ; on l'est encore plus

E c c 3

peut-



peut-être à distinguer une foule d'Avanturiers, qui se faux-filent parmi les Naturels du pays, qui se donnent de grands airs dans un séjour où en bonne police ils ne devraient pas être admis, qui prétendent les premières places, & dans certains tems qui favorisent leur audace, les usurpent, & y exercent une tyrannie insupportable. Il n'y a assurément point d'Etat plus mal réglé que celui dont nous donnons ici la description ; tous les siècles ont vu le faux savoir éclipser le véritable, l'orgueil qui est le supplément de l'ignorance, opprimer la modestie inséparable des vrais talens : & si quelquefois un mérite rare, éminent, incontestable, se fait jour, & surmonte ces obstacles, ce phénomène est rare & de courte durée. Je demande donc à ceux qui ont entrepris d'établir que les Sciences étoient utiles aux Mœurs, ou qu'elles leur sont nuisibles, s'ils ont bien fait attention à ce qu'ils appelloient Sciences, & s'ils ont travaillé avant toutes choses à débrouiller le chaos auquel on est accoutumé de donner ce nom. Il ne me paroît pas qu'ils aient pris des précautions suffisantes à cet égard ; & alors leurs raisonnemens ne sauroient sortir d'une généralité, qui les prive de toute leur force.

Les Sciences, si elles font quelque chose, & s'il est possible de démêler ici l'ombre d'avec le corps, sont les théories qui contiennent des principes, développés jusqu'à un certain point, desquels on tire une suite non interrompue de conséquences, qui conduisent à un dernier but, ou terme, qui n'est pas le *non plus ultra* de la théorie, mais qui est le dernier effort auquel est actuellement parvenu l'esprit humain à son égard. De là vient l'accroissement possible, & effectif, des Sciences, ou théories. Un Savant prend la Science qu'il cultive, telle que l'ont laissée ses prédécesseurs ; mais il fait valoir cet héritage, il l'améliore, il défriche des terres incultes, il aggrandit des bâtimens commencés, & laisse en finissant sa carrière à ceux qui viendront après lui l'avantage de profiter de ses travaux, & la tâche de les continuer. Si les Sciences avoient été traitées & cultivées de siècle en siècle de la

façon



façon que j'indique, il y a longtems qu'elles auroient atteint le degré de perfection, où nous les voyons de nos jours; & nous aurions probablement déjà anticipé sur plusieurs découvertes réservées à une postérité encore éloignée. Mais en vertu de l'anarchie & des désordres dont je parlois tout à l'heure, on a perdu un tems infini en plans chimériques, en châteaux en l'air: toute l'ancienne Philosophie des Grecs n'a été qu'un vain babil, un étalage de Principes arbitraires, d'où l'on vouloit dériver l'explication des choses qui y avoient le moins de rapport; tout le Règne de la Scolastique a été l'esclavage & l'opprobre de l'esprit humain; & depuis qu'on se pique tant de raison, d'évidence, de démonstration, on a peut-être poussé les choses jusqu'à déraisonner, c'est à dire, à vouloir tirer des forces de l'Entendement humain ce qu'elles ne sont pas capables de produire. Montrez-nous la véritable Science en la dégageant de dessous les Atomes, les Attractions, les qualités occultes tant anciennes que modernes, les hypothèses qui se succèdent sans cesse les unes aux autres; épurez, affinez au creuset, donnez-nous l'or pur, & exempt de tout alliage. Cette opération n'a point encore été faite, & il y a lieu de douter qu'elle se fasse jamais. Les hommes parlent beaucoup de la Vérité; ils disent qu'ils l'aiment, & qu'ils n'aspirent qu'à la voir toute nue; & cependant ils ne font guères autre chose que la farder, la déguiser, l'accoutrer, les uns, il est vrai, avec plus d'art que les autres: mais cet Art est toujours un voile qui couvre la Nature. A' présent mettez les moeurs des hommes vis à vis de tout cela, & voyez s'il y a beaucoup de rapport entr'elles, & cette prodigieuse diversité de dogmes de toute espèce, qui composent l'histoire des Sciences. Si vous conserviez quelque doute à cet égard, je vais entrer dans des détails propres, si je ne me trompe, à les dissiper.

Et d'abord quelle est la proportion entre le nombre de ceux qui portent le nom de Savans, (ici je mets libéralement dans cette Classe tous ceux qui veulent y entrer,) & le nombre de ceux qui restent



tent dans l'ignorance. Elle varie, cette proportion, je l'avoue, relativement aux tems & aux lieux. Autrefois, par exemple, à Lacédémone, à Thebes, il n'y avoit peut-être qu'une demi-douzaine de personnes qui eussent quelque teinture de ce qu'on appelloit alors Sciences, tandis qu'à Athenes tout le monde raisonnoit, jugeoit, décidoit, & que les Citoyens de cette Ville prétendoient former un Aréopage aussi respectable en ce genre, que l'étoit celui de leurs Magistrats en fait de justice. Rome n'a-t-elle pas été ensuite pendant bien longtems la seule Ville où les Muses eussent des Temples & des Autels; & quoique je ne dise pas cela dans un sens absolument exclusif, je puis le dire au moins dans un sens de prééminence très considérable. Aujourd'hui comparez l'Espagne, la Pologne, la Russie même, avec la France, l'Angleterre, & quelques Païs de l'Allemagne; combien y a-t-il de têtes scientifiquement pensantes dans ces premiers Royaumes, en comparaison de celles qui se trouvent dans les seconds? Je n'oserois fixer aucun tarif d'évaluation, mais personne ne me niera que la disproportion ne soit des plus considérables. Cela étant, je pose en fait qu'à l'égard des lieux où les Amateurs des Sciences sont si clairsemés, & si bornés eux-mêmes dans leurs connoissances, (car tel Docte du premier ordre dans un endroit, seroit à peine un Ecolier distingué dans un autre,) je pose en fait, dis-je, que ce petit nombre de Gens qui ont quelque supériorité sur le vulgaire, n'influënt en quoi que ce soit sur lui, & que le cercle étroit de lumiere qu'ils ont tracé autour d'eux, est conligé aux ténèbres les plus épaisses. J'en appelle à la preuve de fait, & je la crois assez connue pour ne devoir pas y insister.

Mais, dira-t-on, il n'en sera pas au moins de même dans les régions où tout a l'air pensant, où l'on trouve, dans les grandes Villes au moins, un vingtième, un quinziesme, un dixiesme peut-être de personnes qui ont l'esprit cultivé, de la lecture, quelque genre d'étude, où chaque Science a un certain nombre de partisans, qui s'y appliquent, les uns par goût & par un principe d'émulation, les autres parce qu'ils
font



font appellés à l'enseigner, à la professer, qu'ils appartiennent à des Corps, qui en font comme dépositaires, tels que les Universités, & les diverses sortes d'Académies. Ces gens-là assurément doivent donner le ton, on pense d'après eux, on se fait une gloire de leur ressembler en quelque chose ; & en voilà assez pour caractériser les mœurs d'une Nation. Ceci est spécieux ; mais il ne laisse pas d'y avoir extrêmement à rabattre.

Ne demeurons plus dans la dénomination vague des Sciences ; décomposons la masse, prenons chaque Science en particulier, indiquons son objet & ses occupations, & voyons ce qui peut en résulter pour les mœurs. Il n'importe par laquelle je commence, Le Physicien, le Géometre, le Chymiste, le Botaniste, l'Astronome, l'Erudit, le Poète même & l'Orateur, marchent ici d'un pas égal ; & j'ai la même chose à en dire. Le Physicien s'attache à l'étude de la Nature, il en examine les différentes parties, il s'étudie à en découvrir les ressorts, les causes cachées, les opérations secretes ; il rassemble ses découvertes, & les employe à grossir le Trésor de celles qui ont déjà été faites. Renfermé dans l'exercice de cette fonction, (car si vous l'en faites sortir, pour le transformer en un Prédicateur, ou en un Missionnaire, cela change le point de vuë & la question,) renfermé, dis-je, dans sa sphère, quel principe de réformation ou de détérioration en résultera-t-il pour ceux qui vivent à portée de le connoître, d'être témoin de ses occupations, & même d'en acquérir certaines notions ? Je ne vois pas la moindre influence de l'une de ces choses sur l'autre. Cela fera encore plus vrai de Sciences plus abstraites, & dont les recherches sont moins à la portée de tout le monde. Que le plus grand Géometre prenne le vol plus élevé, qu'il atteigne à ce que son art a de plus sublime ; qu'un Chymiste infatigable opère dans son Laboratoire les prodiges les plus surprenans ; qu'un Botaniste grossisse le Catalogue des Plantes par centaines, & découvre dans leur structure ce que personne n'y avait encore vû ; que l'Astronome voyage dans les



Cieux, & y fasse, pour ainsi dire, des conquêtes; que l'Erudit débrouille les plus anciennes origines des Peuples, explique les usages les moins connus, porte le flambeau de la Critique dans les recoins les plus obscurs: je suis fort trompé si le Soldat, l'Artisan, l'homme non-lettré, de quelque condition qu'il soit, en apporteront le changement le plus léger à leur façon de vivre, & aux actions qu'ils sont appelés à commettre dans la vie ordinaire.

De toutes les preuves la plus forte & la plus abrégée que je puis en donner, je la tire des Savans eux-mêmes. Quel effet produisent sur eux les connoissances qu'ils ont acquises? Naturellement ils doivent en ressentir des effets immédiats & bien marqués. Ne craignez point que je veuille m'ouvrir ici un champ à la Satyre. Elle seroit très déplacée; & quand je serois fondé à m'y livrer, je la déteste comme un fléau très pernicieux, qui ne corrige jamais, mais qui aigrit & envénime tout ce à quoi elle touche. Je demeure fidèle au principe qui doit être regardé comme fondamental dans ce Mémoire, c'est que les Sciences laissent les hommes tels qu'elles les trouvent; & il me paroît exactement vérifié par l'expérience. Qu'un homme naturellement vain, violent, malin, perfide, qu'un de ces Tigres, ou de ces Serpens, dont je parlois plus haut, étudie les Sciences, & qu'aidé de cette force d'imagination, de génie, de raisonnement, qui sont des qualités naturelles & indifférentes, il devienne un vrai Coryphée dans la Science qu'il professe, ses moeurs, son caractère moral & personnel, seront ce qu'ils auroient été, indépendamment de ces connoissances; & s'ils paroissent avoir empiré, comme cela arrive ordinairement, c'est qu'il a plus d'armes, plus d'instrumens, plus de moyens, plus de secours pour ourdir ses trahisons, & faire éclater tous ses vices, qu'il n'en auroit eu, s'il fut demeuré dans l'ignorance & dans l'obscurité. D'un autre côté qu'un homme doux, intègre, généreux, humble, plein de droiture & de candeur, ait les mêmes avantages naturels, & fasse les mêmes progrès dans les Sciences, ce sera un grand homme à tous égards,

égards, & en qui les grands talens brilleront avec d'autant plus d'éclat qu'ils seront rehaussés par de grandes Vertus. Il en est de même des Savans subalternes ; chacun d'eux n'amende, ni n'empire en étudiant : mais chacun d'eux trouve pareillement suivant l'étendue de son savoir & le rang qu'il tient dans la Société, des occasions de se distinguer en bien & en mal, qui lui auroient manqué s'il avoit vécu dans un état abject, dans une profession mécanique. Or ici, par une erreur perpétuelle, on attribue à la Science ce qui vient de l'homme ; & l'on exagère avec aussi peu de fondement les Vertus qu'on en croit les fruits, que les Vices qui l'accompagnent. La chose n'est point telle qu'on se la représente : ces Vertus & ces Vices sont en semence dans le coeur comme dans un terroir ; les Sciences sont le Soleil, la pluie, & les autres causes externes de la végétation, qui ne sauroient assurément changer l'espèce de la semence ; elle croit, elle sort de terre, elle arrive à maturité ; & si ses fruits sont salutaires, ou venimeux, ce n'est encore une fois nullement par une action efficiente & formante de causes, qui ne sont qu'excitantes & développantes. Aussi voit-on parmi les Savans précisément la même différence morale qu'entre les autres Classes d'hommes, modifiée seulement par le genre de vie qu'ils mènent, & les récompenses auxquels ils prétendent. C'est à dire, que comme parmi les gens de guerre il y en a de bons & de mauvais, mais que généralement parlant leur profession les porte à un certain genre d'excès, ou d'actions irrégulières ; comme parmi les Négocians, il y a d'honnêtes gens, & des fripons, mais que généralement parlant l'esprit du négoce les rend intéressés, & les porte à certaines obliquités ; & ainsi du reste : de même parmi les Savans il y en a qui sont dignes du plus grand respect, & d'autres du plus juste mépris, mais qu'aussi généralement parlant la vie de Cabinet, en les rendant sédentaires, & quelquefois atrabilaires, leur donne de l'humeur, de la hauteur, des caprices, & le genre de récompenses auquel ils aspirent, ce laurier, cette fumée, dont ils sont si avides, tourne leur esprit à la jalousie, à la malignité, aux manœuvres par lesquelles ils cherchent à se déprimer les uns les autres,



en un mot à ces vices qui semblent les caractériser d'une façon particulière, mais qui sont du même genre que les vices inhérens aux autres Professions. Je ne sai si je me fais illusion, mais il me semble que voilà une idée bien précise de ce que produit la Science sur le Savant même qui la possède : & si cela ne va point à changer le fonds même des moeurs, ai-je besoin de m'arrêter encore à prouver, qu'à beaucoup plus forte raison ne doit-on lui attribuer aucun effet moral sur ceux à qui elle est étrangère & inconnue ?

Mais quoi ! N'y a-t-il donc rien dans toute l'étendue des Sciences qui soit applicable aux Mœurs, & dont elles puissent recevoir quelque avantage ou quelque détriment ? Je n'ai garde de finir ce Mémoire, sans avoir répondu à une Question aussi judicieuse ; & la réponse que j'ai à y faire, fournira même des ouvertures finales & décisives pour terminer pleinement la Controverse générale qui nous occupe. Je dis donc premièrement, que toutes les Sciences, ou peu s'en faut, ont en effet un côté moral, des usages de pratique, qui pourroient être pressés, inculqués, & employés au profit commun de la Société. Dans tous les sujets dont l'esprit humain cherche à pénétrer les profondeurs, il rencontre, tantôt des merveilles jusqu'alors cachées qui le conduisent droit au Souverain Etre, seul Auteur de toutes choses, tantôt des profondeurs encore inaccessibles, qui en le convainquant de ses propres bornes, doivent produire le même effet. Tout est subordonné aux fins de la Nature, aux vues de la Providence ; tout est propre à nous mettre devant les yeux les perfections de Dieu : & dès qu'on est parvenu jusque là, rien de plus aisé que d'en déduire les motifs qui doivent nous engager à régler nos actions d'une manière conforme à l'idée que nous avons du premier Etre. Voilà peut-être, ou plutôt sans contredire, les plus magnifiques avantages des Sciences ; c'est de conduire à Dieu & à la Vertu : mais est-il ordinaire de les envisager de ce côté-là ? Il y a, je l'avoue, quelques Ouvrages qui se rendent recommandables par cet endroit ; mais ils sont
en



en trop petit nombre, pour qu'on puisse dire des Sciences en général qu'elles se lient avec les Mœurs, par l'application qu'on y en fait. Ainsi je répons d'abord à la Question que je m'étois proposée, qu'il y a réellement dans presque toutes les Sciences de quoi rendre les hommes meilleurs, s'il le vouloient; mais que c'est à quoi l'on pense le moins, soit en se déterminant à les cultiver, soit lorsqu'on y a fait les progrès même les plus considérables. Ceux qui en tirant ces salutaires usages, ne le font, suivant mon principe fondamental, que par ce qu'ils sont naturellement bons & vertueux. (*) C'est les cas des alimens, qui dans un corps bien constitué se transforment en liqueurs propres à la conservation, tandis que dans un corps cacochyme il s'en forme un mauvais chyle, & un sang chargé d'impuretés.

Ce n'est pas là pourtant encore tout ce que j'avois à dire à cet égard: au contraire l'essentiel me reste. Outre le côté moral des Sciences, j'en apperçois une distincte de toutes les autres, qui s'appelle MORALE, parce qu'elle a les mœurs pour objet, & qui par conséquent est faite pour les régler, en sorte que suivant la nature de ses directions, les mœurs seront bonnes ou mauvaises. Si donc la culture des Sciences ramène celle de la Morale, & que réciproquement la ruine des Sciences entraîne celle de la Morale, il en résultera que les Sciences influent sur les Mœurs, sinon par elles-mêmes & toutes ensemble, au moins parce qu'elles renferment dans leur cohorte, si je puis m'exprimer ainsi, la Science des Mœurs. Ce raisonnement seroit de la dernière justesse, s'il étoit aussi vrai qu'on le suppose, que dès que l'on se met à cultiver les Sciences, la Morale est du nombre, &

F f f 3

tient

(*) Je trouve dans *Philippe de Comines* un mot qui prouve que ce judicieux Ecrivain avoit saisi l'idée qui régit dans tout ce Mémoire: *Un Prince*, dit-il, (Liv. V. vers le commencement du Chap. 18.) *un Prince, ou homme de quelque estat qu'il soit, ayant force & autorité là où il demeure, & par dessus les autres, s'il est bien lettré, & qu'il ait vu ou leu, cela l'amendera ou l'empirera: car les mauvais empirent de beaucoup sçavoir, & les bons amendent.*



tient parmi les autres le rang qu'elle mérite. Mais si je consulte l'Histoire & l'Expérience, je trouve premièrement que les Sciences ne sont pas plus liées avec la Morale qu'avec les Mœurs, & que de tout ce qui peut être réduit en Théorie & en Corps de doctrine, il n'y a rien à quoi on ait moins pensé qu'à la Morale; & secondement, que lorsqu'on s'est avisé de toucher à cette belle Science, la seule qui intéresse au fonds véritablement l'homme, on l'a fait d'une manière si imparfaite, on a posé des principes si vagues, si peu propres à faire naître des motifs à la détermination des actions humaines, que les hommes sont demeurés, comme nous ne cessons de le dire, tels qu'ils étoient, vivant suivant leurs goûts & leurs penchans, & ne se mettant guères en peine de les subordonner à d'autres Loix qu'à ces Loix positives qui sont armées contre le crime. Ici que l'on se rappelle d'un coup d'oeil l'Histoire de la Morale. Je ne parle point de ce Peuple privilégié à qui Dieu donna lui-même sa Loi; il fait un très grand objet aux yeux de la Foi, mais il a fait une très petite figure dans l'Univers, & n'entre presque pour rien dans le Tableau qui représente les révolutions du genre humain, sans compter qu'il n'a gueres bien profité lui-même des secours extraordinaires qui lui ont été dispensés. Mais je prens les hommes de tous les tems & de tous les lieux, tels que les Annales du Monde nous les font connoître, & je ne vois qu'une seule Nation qui ait fait son capital de la Morale, qui l'ait envisagée comme une Science immédiatement & continuellement applicable à la vie & aux actions des Citoyens, & qui en ait ouvert des Ecoles, non de simple théorie, mais de pratique, où l'on est formé à la vertu, comme on l'est ailleurs aux exercices du Corps, aux Arts & aux Sciences. Vous reconnoissez aisément à ces traits le fameux Empire de la Chine, le plus ancien, le plus florissant, & à cet égard le plus respectable qui ait jamais existé. La Morale connue, & traitée comme elle l'a été dans cet Empire, influé sans contredit sur les mœurs; & il seroit même puérile de mettre la chose en question. Mais trouverez-vous dans tous les autres Empires anciens & modernes quelque chose de semblable? Jusqu'à
Socrate



Socrate a-t-on parlé de Morale? Martyr de sa doctrine, son exemple a-t-il été fort encourageant pour les autres? Ceux qui ont recueilli cette doctrine ont presque uniquement tourné leur vues du côté de ces spéculations creuses & métaphysiques, qui régner dans Platon. Epicure a-t-il eu une Morale? Aristote & tous les Peripateticiens, jusqu'à l'extinction du nom & de la Secte, ont-ils été au delà de ces divisions & de ces distinctions qui exercent la subtilité de l'esprit, sans faire le moindre effet sur les inclinations du coeur? Les Stoïciens semblent faire une exception; ils ont été tout occupés de la Morale, ils ont même exalté jusqu'aux nuës les prérogatives de celle qu'ils enseignoient. Mais quels fondemens ont-ils posé? Quels paradoxes n'ont ils pas débité? Et leur Sage n'a-t-il pas plutôt l'air d'un Citoyen des petites Maisons que d'un Membre utile à la Société? Je n'ai garde de nier qu'il ne se trouve de belles Maximes, d'admirables préceptes dans Epictète, dans Marc Aurele; mais cela ne fait point une Morale: & quand on a bien vanté ces Maximes & ces préceptes, on est tout surpris de ne découvrir pour encouragemens à leur pratique, que l'orgueil ou le desespoir: car j'appelle desespoir toutes ces Consolations Philosophiques prises de la destinée, & de la nécessité immuable des événemens. Voilà pourtant tout ce que l'Antiquité nous fournit de mieux; & quand cela vaudroit beaucoup d'avantage, je demande si l'on s'en mettoit fort en peine hors des Ecoles, & si ces dogmes n'étoient pas d'une stérilité parfaite. La raison en est que la Morale, toute Morale qu'elle est, n'enfluera jamais sur les moeurs, qu'autant qu'elle fera partie d'une Religion; & voilà pourquoi le Christianisme a changé à cet égard la face de la Terre, quoique la corruption humaine ait considérablement altéré le renouvellement qu'il auroit dû produire. Depuis l'établissement de cette Religion, il ne faut pas confondre les lumieres qu'elle a données avec ce que nous avons appelé jusqu'ici les Sciences. Mais encore malgré ces lumieres, où en est la Morale aujourd'hui même, considérée comme une Théorie, une Science claire, solide, continuellement applicable
à la



à la pratique ? Où sont les Manuels à la portée de tout le Monde , dont on ait vû des effets frappans , ou dont on puisse s'en promettre pour la suite ? Il se trouve donc , pour mettre le comble à la démonstration que j'ai entreprise , que la Science des Moeurs elle-même a été & demeure parfaitement inutile aux mœurs , qu'elle rentre à cet égard dans la catégorie des autres , & que toutes ensemble n'ont jusqu'à présent contribué en rien à produire sur le Théâtre du Monde ces changemens favorables ou sinistres qu'on ne cesse de leur attribuer. Les Arts sur lesquels j'ai moins insisté , sont compris également dans mon assertion ; & je n'aurois pas plus de peine , si on l'exigeoit , à démêler leurs effets naturels & propres , de ceux qu'il faut attribuer au caractère inné & essentiel des Nations où ils ont fleuri. Partout je me fais fort de retrouver non seulement l'homme , mais encore l'homme d'une telle espece , c'est à dire , doué d'un tel caractère naturel , relatif au climat & à d'autres causes physiques , & que les causes externes qu'on a coutume d'appeler morales , ne font tout au plus que modifier , & encore d'une manière qui à des yeux clairvoyans & philosophiques , laisse toujours voir le fonds & le base de ces modifications. En un mot les Sciences & les Arts , quelque rang qu'elle tiennent chez une Nation , ne font à son égard que comme les couleurs à l'égard du corps ; elles ne changent que la surface , le corps reste ce qu'il étoit , bois , pierre , métal , ou telle autre matière , dont toutes les couleurs successives n'altéreront jamais la substance.



EXAMEN
D'UNE QUESTION
CONCERNANT
LA LIBERTÉ.
PAR M. MERIAN.

S'il y a un Fatalisme grossier, qu'on reconnoit au premier abord, parce qu'il ne prend pas la peine de se déguiser ; il y a aussi un Fatalisme subtil, qui se cache sous les dehors les plus spécieux, qui se pare des dépouilles de la Liberté, qui en usurpe le nom & les prérogatives : vrai Protée, qu'on ne découvre sous sa forme naturelle qu'après en avoir étudié, avec soin, les diverses transformations. C'est ce que j'ai essayé de faire dans deux Mémoires, (*) où je tâche de fixer la notion d'un Principe vraiment actif, qui pourroit nous rendre responsables de notre conduite.

Mais ce Principe, ainsi que je le détermine, ne seroit-il pas une simple limitation, ou le résultat d'une limitation ; & par conséquent une imperfection essentielle à notre être, comme les limites le sont à une figure ? La fatalité ne lui seroit-elle pas, & préférable de sa nature, & infiniment plus avantageuse à l'homme ? Enfin un être illimité & tout-parfait ne seroit-il pas exclus, par là-même, de la classe des agens libres ? C'est là une question sur laquelle on me permettra de dire mon sentiment.

Le libre arbitre résulte de la limitation ; cela est bientôt dit : mais je demande à ceux qui le disent qu'ils me fassent voir, par une analyse exacte,

(*) Histoire de l'Académie pour l'année 1750. p. 459 & 486.



exacte, comment ces deux notions tiennent ensemble : qu'ils me développent distinctement cette origine de la faculté soi-mouvante, en la faisant sortir, comme à vue d'oeil, des bornes dont les êtres finis sont environnés.

Déjà, si l'on prend le terme de limitation dans toute l'étendue du sens qu'il peut recevoir, la proposition est insoutenable ; ou du moins tire-t-elle à des conséquences fort étranges. Non seulement il s'ensuivroit que tous les êtres limités sont des agens libres ; ils seroient d'autant plus libres qu'ils seroient plus limités : les pierres & les métaux deviendroient de tous les êtres connus ceux qui jouïroient du plus haut degré de liberté.

Il importe donc de connoître, de plus près, cette espece particulière de limitation qui nous soustrait à l'empire de la nécessité : peut-être n'est-il question que de la limitation des Intelligences : la chose mérite d'être examinée.

Mais icy se présente d'abord une observation fâcheuse ; c'est que le manque de liberté est tout aussi compatible avec l'intelligence finie que ne l'est la jouissance de cette faculté. Quand nous accorderions que tous les esprits finis fussent libres, il faudroit pourtant convenir qu'ils ne le sont ni toujours, ni en toutes leurs modifications. Ainsi tout n'est pas libre en eux, quoique tout y soit fini : leur liberté ne sauroit donc être une conséquence nécessaire de leur limitation.

On peut concevoir, en quelque façon, la production d'un esprit fini par la position des limites. Qu'on suppose une intelligence illimitée, qui, dans notre cas, ne sera point libre : qu'on ôte de l'idée de ses attributs l'idée de l'infini : on se formera ainsi, par une espece de création mentale, des intelligences bornées de diverses classes, selon qu'on en élargira ou resserrera les bornes. Mais comment conçoit-on que de cette opération puisse résulter un esprit fini, doué du *principe soi-déterminant*, rien de pareil n'étant supposé dans la substance finie

finie



finie, dont on l'aura, pour ainsi dire, retranché ? Je propose ce problème à des Philosophes profonds, qui le résoudreont à coup sûr, s'il y en a une solution à espérer.

Ce qui m'empêche, en particulier, d'être de leur avis, c'est qu'après tout les limites ne sont que des négations, pendant que le libre arbitre est un principe positif, qui se manifeste par des effets réels. Seroit-ce donner une bonne raison de la production de ces effets que de les attribuer à un défaut dans leur cause ? Ce qui n'est pas, peut-il être l'origine de ce qui est ?

Cependant c'est là ce qu'ils sont obligés de soutenir : leur doctrine les engage à démontrer un raisonnement à peu près comme celui-ci : Les propriétés des êtres finis sont toutes bornées ; donc ils en ont une que l'être infini n'a point : l'homme n'est pas Dieu : donc l'homme est libre : Mais où sont les idées moyennes qui lient ces deux propositions ?

Je ne pense pas qu'ils confondent les limites de la liberté avec la liberté elle même ; la méprise seroit trop palpable. La sphère de notre activité est fort étroite sans doute : nous ne sommes libres que jusqu'à un certain point ; mais de ce qu'un pouvoir est limité s'ensuit-il qu'il n'existe qu'en vertu de ses limites, ou qu'il ne soit lui-même qu'une limitation ? Ils savent trop bien qu'il s'ensuit tout le contraire, & que pour pouvoir être limité il faut être quelque chose.

Envisageons la question sous un autre point de vûe, & demandons si un être dont toutes les actions seroient déterminées par la nécessité surpasseroit, en perfection, un être, ou essentiellement libre, ou qui auroit reçu la liberté en présent, présent funeste, dit-on, vraie boîte de Pandore, source de tous nos crimes & de tous nos malheurs.

II.

Un contraste remarquable régné icy entre les sentimens des Philosophes. Tandis que les uns refusent la liberté à l'homme, de peur de



le trop élever, & d'en faire comme un petit Dieu ; les autres croient le dégrader beaucoup en la lui accordant. Tenons, s'il est possible, un juste milieu, & tâchons de nous représenter notre condition telle qu'elle est, c'est à dire, ni trop brillante, ni trop abjecte.

A' ne comparer, comme on devoit le faire, que la nature d'agent libre à celle d'automate, je ne crois pas qu'on pût trouver cette discussion fort embarrassante. Les causes agissantes par elles-mêmes, autant que causes, sont d'un ordre si visiblement supérieur aux agens nécessaires & aux causes mécaniques, (je n'excepte point le mécanisme spirituel le plus raffiné,) que cette seule considération suffiroit pour décider. Ces dernières causes produisent toujours leurs effets déterminés, & n'en sauroient produire d'autres, parce qu'elles obéissent à un principe externe ; au lieu qu'il est essentiel aux premières de pouvoir prendre un parti de leur chef & d'être maîtresses de leurs actions. Or, entre les idées d'indépendance & de dépendance, entre agir & pâtir, entre mouvoir & être mù, la différence est trop marquée pour pouvoir être méconnue.

C'est donc ne pas saisir le vrai point de la controverse que de demander, par exemple, si une montre qui va bien, n'est point préférable à un homme qui se conduit mal : assurément qu'elle est plus parfaite dans son genre ; mais ce n'est pas à dire que le genre des machines, ou des automates, soit préférable à celui des agens libres.

Il ne faut que quelques réflexions très simples pour faire sentir l'incongruité du principe dont on se sert icy pour apprécier la perfection.

Si la liberté étoit un défaut, parce qu'on peut se déterminer au mal ; elle seroit un avantage, parce qu'on peut se déterminer au bien ; elle seroit donc perfection & imperfection tout à la fois.

Si tout ce qui peut contribuer au désordre physique ou moral, étoit imperfection ; toutes les facultés de notre corps, toutes celles de
notre



notre ame devoient être rangées dans cette classe, tout aussi bien que la liberté ; vû qu'il n'y en a aucune qui ne puisse devenir l'instrument du crime ou de la douleur : ces facultés tant célébrées qui nous distinguent de la brute seroient celles précisément qui rendroient notre nature le plus défectueuse : & les êtres inanimés seroient le chef-d'oeuvre du Créateur.

Mais la vérité est que la substance libre ne peut faire le mal que parce que sans cela elle ne pourroit pas faire le bien, & qu'à proprement parler elle ne pourroit rien faire. C'est donc donner une définition bien étrange de la liberté que de la nommer *le pouvoir de faire le mal* ; c'est comme si on définissoit la vûe la faculté de loucher, ou la parole la faculté de mentir.

Mais supposons encore que des choses aussi hétérogenes puissent être comparées ; comment s'y prend-on, pour l'ordinaire, en pesant les avantages de la fatalité contre ceux du libre arbitre ? On se forge, à plaisir, une machine pensante, comblée de perfection & de bonheur ; & puis on oppose à cet être romanesque un agent libre, rempli de vices & de dérèglemens : c'est sur une supposition aussi précaire que celle-ci qu'on décerne les honneurs du triomphe à la fatalité.

Rendons au moins la fiction égale des deux côtés ; & faisons paroître la liberté & la nécessité, chacune dans son plus grand éclat. Je me figure un homme déterminé fatalement à une suite non-interrompue de bonnes actions : je m'en figure un autre qui tient librement la même conduite : auquel des deux ajugera-t-on la palme ? ou plutôt peut-on douter un instant qui des deux la mérite ? Les actions du premier sont susceptibles, tout au plus, d'une beauté physique : ce sera, si vous voulez, une piece curieuse, mais où il n'y a pas plus de vraie vertu que dans une pendule de Graham ; au lieu que les actions du second, outre ce parfait physique, auquel la liberté ne déroge en rien, brillent d'une perfection morale, perfection au dessus de laquelle



le il n'y en a point à imaginer. Un univers rempli de merveilles ne vaut pas un être qui se détermine librement au bien.

Si nous réfléchissons en suite sur le fruit de nos oeuvres ; sans doute que le plaisir le plus doux, le plus pur, & le plus noble qu'on puisse recueillir d'une conduite irréprochable, c'est cette satisfaction interne qui naît d'une bonne conscience, c'est à dire, d'une conscience qui atteste que nous nous sommes acquittés librement de nos devoirs. Or c'est là un sentiment que l'honnête - homme machinal ne sauroit éprouver ; à moins que le même destin propice dont il est le bienheureux instrument, ne lui persuade fatalement qu'il a agi par lui même : Et le besoin de cette illusion emporte déjà la balance en faveur de la liberté.

On peut observer, à cette occasion, que si en effet nous ne sommes pas libres, & si le franc-arbitre n'est qu'une belle chimère, c'en est au moins une dont nous nous berçons très volontiers autant de fois que nous y trouvons notre compte ; & qu'à cet égard nous sommes fervis, à souhait, par la destinée. Tant que nous croyons bien faire, & que le vent de la prospérité enflé nos voiles ; nous ne nous avisons guères de faire honneur de notre conduite à la fatalité : nous nous enorgueillissons du succès de nos entreprises, comme si la gloire nous en appartenait en propre : entraînés par le courant du destin nous tenons fierement le gouvernail, & nous nous applaudissons de nos belles manœuvres. Ce n'est que lorsque nous aurions mal manœuvré, & que la barque va périr, ce n'est qu'alors, dis-je, que nous nous souvenons de la fatalité pour la charger de notre infortune & de nos malédictions. Dès lors ce n'est pas le héros *qui a fait la faute* ; c'est *Jupiter*, c'est *la Parque*, c'est *la Furie qui marche dans les ténèbres*. (*)

Dès-

(*) - - - - ἐγὼ δ' οὐκ αἰτιός εἰμι,

Ἄλλὰ Ζεὺς, καὶ Μοῖρα, καὶ ἡεροφῶιτις Ἑρμῆς.

Homerus, Iliados Rh. XIX.



Dès que la Liberté est reconnue pour une faculté réelle & pour une perfection , il n'est plus permis de la refuser à Dieu ; elle lui appartientra , au contraire , dans le degré le plus indépendant & le plus sublime de tous ; soit qu'on l'envisage simplement comme l'être tout-parfait , l'être par excellence ; soit qu'on révere en lui la cause première de notre existence & de nos réalités , le créateur & le modérateur de l'univers. III.

L'idée de la Divinité est trop grande , si j'ose ainsi m'exprimer , pour la petitesse de notre entendement. Le seul moyen de nous en tracer un foible crayon , c'est de concevoir d'abord un esprit fini le plus parfait possible , & d'écarter en suite la notion des limites. De cette façon nous voyons , d'un côté , toutes les propriétés de cet esprit fini s'exalter & s'élever à leur plus grande perfection , & de l'autre nous voyons disparaître tous les défauts qui provenoient de sa limitation. Si donc le principe actif étoit de ce dernier nombre ; notre opération devroit le laisser en arriere & l'anéantir avec les limites ; mais il n'y a aucune raison de l'affirmer ; il est visible , au contraire , que ce principe doit prendre une réalité infinie , & devenir toute puissance de puissance bornée qu'il étoit. Son élévation ne peut pas non plus lui faire changer de nature ; & personne n'oseroit soutenir qu'une liberté infinie , la plus grande de toutes , fût la même chose qu'une nécessité absolue , la plus grande des nécessités.

Cette liberté divine se manifeste encore avec plus d'évidence , lorsqu'on considère l'être suprême comme auteur de toutes choses. Dès lors on ne peut la révoquer en doute sans violer les loix les plus simples du raisonnement , sans poser des effets plus grands que leur cause , sans tomber dans l'inconvénient d'admettre une liberté finie qui fût la production fatale d'une infinie nécessité.

Nous avons vu les prérogatives de l'exercice libre de la vertu en nous en tenant à l'homme ; mais toutes les réflexions que nous avons faites



faites à ce sujet peuvent également être appliquées à la Divinité. Le manque de liberté la priveroit également de la perfection & de la félicité morale, tandis que les intelligences finies pourroient jouir d'une perfection & d'une félicité aussi transcendantes ; ce qui certainement ne formeroit pas un Système des plus liés.

Je pourrois insister sur d'autres inconvéniens de la même nature, comme par exemple sur le contraste que produiroit une infinie nécessité en se réglant fatalement sur les déterminations variables de notre libre arbitre. Un Dieu de cette espèce, soit dit sans blesser le respect que ce nom inspire, ne ressembleroit il pas à une machine immense, que nous remuerions à notre gré, & dont notre fantaisie détermineroit & variroit à chaque instant les mouvemens ? En un mot, quelle vénération mériteroit un être qui ne nous auroit produits que parcequ'il ne pouvoit pas se passer de notre existence ? & qui ne disposeroit de nous, soit en bien soit en mal, que parcequ'il n'en peut pas disposer autrement ?

Cecy me conduit à justifier une thèse que j'ai avancée d'après un des plus grands esprits de l'Angleterre : j'ai dit que nous ne devrions pas à un tel Dieu plus de remerciemens pour sa bonté que nous ne lui en devrions pour son éternité, parce qu'il seroit aussi nécessairement bon que nécessairement éternel, & que la reconnoissance ne peut avoir pour objet qu'un bienfait librement accordé. Dans le Système que je combats cela seroit d'autant plus vrai que le moindre retour de la créature libre seroit d'un prix infiniment supérieur aux bienfaits d'une fatale création & d'une fatale providence.

On me dit icy que remercier Dieu n'est autre chose que l'aimer, & que nous devons de l'amour à quiconque nous fait du bien ; puisqu'à cet égard il est impossible de demeurer dans l'indifférence. Je prendrai la liberté de faire voir que ce n'est pas s'exprimer avec trop de justesse que de s'exprimer ainsi, & qu'on n'a pas bien compris le sens des paroles du Docteur Clarke.

D'abord



D'abord ; n'est il pas visible qu'on confond l'amour en général avec la reconnoissance ? On peut aimer une personne à qui l'on n'a aucune obligation , il ne faut que des qualités aimables pour exciter de l'amour ; mais le sentiment de la reconnoissance ne peut être produit que par une générosité librement exercée : il n'est donc que cette espece particuliere d'amour, & tout autre sentiment n'est pas de la reconnoissance. En effet, que puis-je reconnoître dans une substance qui ne me fait du bien que parce que la nécessité de sa nature l'y porte inévitablement ? Me lui sentirai-je plus redevable qu'au feu qui m'échauffe ou à l'air qui me rafraichit ? Il est naturel de se plaire à toutes les sensations agréables ; mais tant qu'elles ne sont point dispensées librement, elles ne peuvent devenir la source d'aucune obligation morale.

Et c'est icy qu'on tombe dans une seconde méprise en confondant un sentiment avec un devoir. Ce n'est pas assurément par devoir que nous aimons ; & il ne dépend point de notre libre arbitre d'aimer ou de n'aimer pas. Or, dans le passage de *M. Clarke*, il s'agit d'un hommage libre, que l'on doit au suprême bienfaiteur ; & cet hommage c'est la reconnoissance, non plus considérée comme sentiment, mais la reconnoissance active, que nous nommons remerciement, de quelque façon qu'il s'exprime.

Remercier Dieu n'est donc pas simplement l'aimer ; peut-être eut on mieux parlé en disant que c'est l'imiter, que c'est se conformer aux regles éternelles du juste : c'est là, en effet, à quoi la reconnoissance nous oblige, à quoi elle nous engage comme un puissant motif ; mais à quoi elle ne nous contraint pas. Et c'est à cet exercice libre de notre devoir envers Dieu que j'ai dit que nous ne sommes obligés qu'autant qu'il nous accorde des graces qu'il pouvoir nous refuser, ou qu'autant qu'il nous en accorde librement. J'aurois pû ajouter



que c'est là l'unique fondement sur lequel on puisse établir une religion & un culte raisonnable de la divinité.

Il faut rendre justice aux intentions de ceux qui se plaisent à croire un Dieu qui n'est pas libre : ils se figurent un fort plus gracieux, un état plus fixe sous l'empire du destin qu'ils ne penseroient se le pouvoir promettre en plaçant la liberté sur le trône de l'univers. A bien examiner la chose, cela ne vient-il pas de ce qu'ils supposent d'avance que c'est une fatalité heureuse, qui amenera toutes choses à bien, & nous rendra tous, tant que nous sommes, fortunés & contents ?

Mais pourquoi, s'il ne s'agit que de supposer, ne supposerions-nous pas les mêmes desseins à une providence libre ? Et s'il s'agit d'espérer avec vraisemblance ; cette espérance flatteuse me paroît infiniment plus fondée sous le gouvernement d'un esprit tout-puissant & parfaitement sage, inspecteur & juge éclairé de nos actions, dont il est seul capable d'apprécier la moralité, qui en fait la vraie valeur. Il me semble qu'un honnête homme se trouveroit plus à son aise sous cette domination que sous le despotisme d'une souveraine fatalité, qui régleroit toutes choses sans pouvoir se régler elle-même. (*)

Si l'on veut regarder comme incertain le sort qu'un Dieu libre nous prépare dans l'avenir ; sait-on mieux quelle sera l'issue du labyrinthe où la fatalité nous promène ? Quelle certitude de plus y a-t-il qu'elle veuille fatalement notre bonheur, & que nos noms soient écrits en lettres d'or dans le livre des destinées ? Si nous voulions tirer cette agréable conséquence des biens répandus sur le globe terrestre ; il feroit à craindre que d'autres ne trouvassent une preuve du contraire dans les maux qui y sont peut-être en plus grand nombre.

Vous

(*) - - - *Qui mundum cogeret quicquid*

Cogitur ipse, potest.

Luc. Ph. L. VI.

Vous me dites, à la vérité, que ce sont des maux de passage, qui se redresseront : & au milieu de vos miseres vous vous écriez, comme autrefois la Corneille du Capitole, que *tout sera bien* (*). Je le fouhaite de tout mon cocur ; mais qu'en savez-vous ? Si vous êtes malheureux aujourd'hui ; quelle contradiction y a-t-il que vous le foyez dans mille ans d'icy ? Et si vous êtes satisfait de votre état présent ; cet état ne durera pas toujours ; & l'expérience vous apprend qu'il peut empirer aussi bien que devenir meilleur. Et si c'étoit le rebours de ce que vous dites ? Si les plaisirs frivoles dont nous jouissons n'étoient qu'une libéralité cruelle de notre inexorable destinée pour nous accabler d'autant plus par leur privation imprévûe que nous y aurions attaché nos coeurs ! Si sous ce parterre fleuri où nous nous amusons comme de vrais enfans ; si sous les pas de ce grand génie qui démontre, avec beaucoup d'importance, le Systême du bonheur, se creusait déjà l'abyme qui doit nous engloutir à jamais, nous, le docteur & la doctrine !

On peut déclamer éternellement sur ce sujet & avec un avantage à peu près égal des deux côtés ; mais ce qu'il y a de sûr c'est qu'un Dieu libre conserve au moins le pouvoir de nous rendre heureux ; au lieu que la fatalité peut nous perdre sans retour, & sans nous laisser même la triste consolation de former de justes plaintes.

Je prévois qu'on m'arrêtera icy pour me dire qu'après tout un Dieu parfaitement libre peut faire le contraire de ce qu'il fait être le meilleur ; & que par conséquent rien ne nous garantit que son choix soit toujours conforme à la raison.

H h h 2

II

(*) *Nuper Tarpejæ qua sedit culmine cornix,
Est bene, non potuit dicere, dixit : erit.*
Sueton. in Domit. c. 23.

Il est très sûr que si Dieu est libre il a le pouvoir physique de choisir le pire ; & il n'y a point de démonstration à la rigueur qu'il ne le fasse jamais ; parce que démontrer une chose à la rigueur c'est prouver l'impossibilité absolue de son contraire. Cependant tous les bons esprits conviennent qu'il y a des certitudes morales , équivalentes à de pareilles démonstrations par rapport à l'effet qu'elles produisent sur l'esprit humain , & sur lesquelles nous nous réglons, tous les jours, sans la moindre défiance. Or la plus forte certitude qu'il soit possible d'imaginer dans ce genre, est sans doute celle qui nous assure qu'un être infiniment sage ne cessera point de se montrer, dans ses actions, infiniment juste & infiniment bon. Si un honnête homme vît en assurance sous le regne d'un monarque éclairé, quelque libre, quelque puissant qu'il soit ; & même d'autant plus en assurance que son souverain est plus éclairé & plus agissant par lui-même ; un bon citoyen du monde se repose, avec infiniment plus de raison, sur une providence dont la sagesse & le pouvoir n'ont point de bornes.

Il y a des philosophes qui prétendent qu'un être souverainement libre ne pourroit suivre aucun plan fixe dans ses opérations ; & qu'il devroit agir quelquefois contre la raison pour faire parade de sa liberté ; ceci , je l'avoue , me paroît une grande erreur. Quoi donc ! Parce qu'on a le pouvoir de faire toujours le bien ; on fera nécessité de faire quelquefois le mal ? Et si l'être suprême ne relève de personne ; si sa liberté est absolue ; par quoi fera-t-il nécessité ? Un homme de bien, à ce compte, ne pourroit passer
pour



pour libre ; à moins qu'il ne fit, de tems en tems, des écarts ! tout comme si l'on agissoit moins librement en faisant toujours son devoir qu'en y manquant ! Certainement , si les conduites bizarres & déraisonnables sont les patentes de la liberté ; je ne conçois pas qu'on ait jamais pû mettre en question , si nous sommes libres.

Mais on cherche le caractère de la liberté dans la variation de notre conduite ; & l'on soutient que si, le même cas revenant, par exemple, un millier de fois, nous nous conduisions toujours de la même façon, on pourroit conclure, en toute sûreté, que nous ne sommes pas libres.

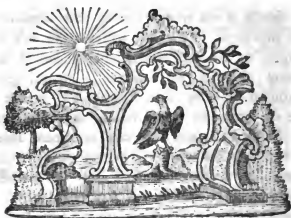
Je ne fais si je me trompe ; mais cette conclusion me paroitroit fort précipitée. Le même pouvoir qui m'a mis en état d'agir librement la première fois subsiste encore à la millième ; & ma liberté s'éclipse, au contraire , dès que quelque chose peut le troubler. Plus cette liberté est grande , plus je suis capable de former des plans vastes, & de les exécuter avec régularité : Et ce n'est que d'un être infiniment sage & infiniment libre tout à la fois qu'on peut attendre une conduite infiniment uniforme & infiniment parfaite dans son uniformité. Les loix constantes selon lesquelles cet être gouverneroit le monde, loin de donner atteinte à son libre arbitre, ne feroient que le manifester & le confirmer, en montrant que rien n'en peut déranger l'exercice dans l'exécution du plan qu'il a préféré.

En un mot, choisir le meilleur n'est que faire un bon usage du pouvoir de choisir : si donc Dieu choisit toujours le meilleur,

H h h 3



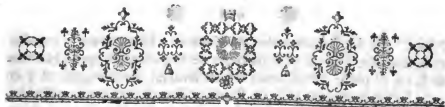
leur, c'est qu'il fait un bon usage de sa liberté ; & je ne vois pas qu'on en puisse rien conclure davantage. Au reste je suppose icy que les partis proposés different en degré de bonté ; & je ne prétends pas nier la possibilité du choix dans le cas de l'indifférence. Si l'on pouvoit prouver l'existence de ce cas ; on en tireroit une démonstration sans réplique de la liberté divine & humaine. Mais je ne touche point icy aux preuves de la réalité ou de la non-réalité du libre arbitre : & je me renferme dans les bornes de la question proposée.



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE BELLES-
LETTRES.*





A B R E' G E'

DE LA VIE

DE *BOGISLAS X.* DUC DE POMERANIE,
SURNOMME' LE GRAND,

PAR M. PELLOUTIER.

Tous les Princes à qui on a donné le nom de Grand, ne l'ont pas mérité à si bon titre, que ceux qui ont fondé, ou rétabli cette Académie. *Bogislas X.* Duc de Poméranie, est ordinairement désigné par les Historiens, sous le nom de *Bogislas le Grand*. Peut-être qu'un juge équitable se contenteroit tout au plus, de le mettre au rang des Princes médiocres. Ce n'est pas que ce Prince n'eut de belles & de grandes qualités ; mais soit par un défaut d'éducation, soit à cause de la barbarie de son Siècle, dans lequel les grands Seigneurs ne s'étudioient qu'à dresser un Cheval, à pousser un Cerf, à manier une lance, les avantages qu'il avoit reçus de la nature, ressembloient véritablement à un Diamant brut. Il faut être connoisseur, pour le distinguer d'une pierre commune, & encore plus pour en déterminer le prix. Mon dessein n'est point du tout, de donner ici un abrégé suivi de la vie de ce Prince



Prince. Ce détail n'auroit rien d'intéressant. Mais comme le caractère de *Bogislas X.* avoit quelque chose de singulier, & que l'Histoire de sa vie est pleine d'événemens extraordinaires, entre lesquels il y en a qui semblent presque tenir du Roman, j'ay crû faire plaisir au Public, de lui en donner une idée générale.

Bogislas étoit né à *Stolpe*, le (a) 28 de May 1454. (b) Il étoit fils d'*Eric II.* Duc de *Volgast*, & de *Sophie*, qui étoit une Princesse de la même Maison, mais d'une autre branche. Pour bien entendre ce qui doit suivre, il est à propos de remarquer ici, que la Maison des Ducs de Poméranie, étoit alors partagée en trois différentes branches (**). La première avoit deux Princes, savoir *Eric II.* Père de notre *Bogislas*, & *Wratislaf X.* frere d'*Eric II.* Celui-ci portoit le nom de Duc de *Volgast*, parce qu'il y résidoit. *Wratislaf X.* avoit pour son partage, le país de *Barth*, & l'Isle de *Rügen*, de sorte que ces deux Princes possédoient ensemble, ce que nous appellons aujourd'hui la *Poméranie Suedoise*.

La seconde branche de cette Maison, étoit maîtresse de la Poméranie ultérieure, & résidoit ordinairement à *Rugenwalde*, ou à *Stolpe*. Elle s'éteignit en 1459. par la mort d'*Eric I.* Duc de Poméranie, qui après avoir abdiqué les Couronnes du Nord, étoit venu finir ses jours (***), dans ses país héréditaires, où il mourut en 1459. âgé de 73 ans. Il étoit petit-neveu de la célèbre Reine *Marguerite*, que l'on appelloit la *Semiramis* du Nord, & qui le déclara non seulement son héritier, mais encore son Successeur, avec le consentement des Etats. Comme cet *Eric I.* n'avoit point d'enfans, des raisons de famille le déterminèrent

(a) *Klemzan*, pag. 60. & *Kanzau*, Liv. II, pag. 104. disent le 29. de May 1454.

(b) *Nicol. Klemzovii*, *Chronicon Pomeraniæ*, Ms. Biblioth. Regiæ sub N. 33.
Thoma Kanzevii, *Chron. Pom.* Ms. Bibl. Reg. sub N. 28.

(**) *Joh. Micralis*, *Alta Pommer-Land, Stettin und Leipzig*. 1723. p. 267.

(***) *Micralis*, Lib. III. p. 259. 264. 267.



à marier la seule (*) Princesse qui restât de sa branche, à *Eric II.* Duc de *Volgast*, qui devoit être un de ses héritiers ; & en considération de ce mariage, il légua à la Princesse *Sophie*, ses meubles, sa vaisselle, ses joyaux, son argent comptant, & en général tout le trésor qu'il avoit apporté de *Suede*, & de *Danemarck*. Ce trésor étoit extrêmement considérable, & contenoit entre autres pieces de grand prix, un denier d'or, que *Philippe*, Infante de *Portugal*, avoit apporté pour Dot au Roi *Eric*. C'étoit un lingot d'or, marqué aux armes de *Portugal*, qui valoit cent mille florins d'or. (c)

Enfin la troisième branche étoit celle de *Stettin*. Elle s'éteignit en 1464. dans la personne d'*Otton III.* (d) qui fut emporté à l'âge de 22 ans, par la peste qui ravageoit alors la Ville de *Stettin*. Après sa mort les Ducs de *Volgast*, & de *Barth* voulurent s'emparer de la Duché de *Stettin*. Mais ils eurent à soutenir de violentes oppositions de la part de *Frederic II.* Electeur de *Brandebourg*, qui prétendoit que la Duché de *Stettin* lui étoit dévoluë, soit en sa qualité de Seigneur direct, * soit en vertu de l'ex-
* *Micral. L.*
III. 111.

I i i 2

son

- (b) Cette Princesse qui s'appelloit *Sophie*, étoit fille de *Bogislas IX.* mort en 1440, un an après le retour d'*Eric*, son Cousin Germain, qui abdiqua les Couronnes du Nord en 1439. *Micralius*, III. 160. *Frideborn*, Chroniq. *Stettin* p. 100.
- (c) On trouve dans *Schumacher*, & dans *Micralius*, l'Inventaire de ce trésor. Il renfermoit avec le Denier d'or, un Jesus d'or d'Arabie, de la grandeur d'un jeune homme de quinze ans ; les douze Apôtres d'argent fin, de la grandeur d'un garçon de douze ans ; un Monoceros tout entier ; un Tabernacle de pur or, pour le St. Sacrement ; une Oye de pur or ; & outre cela beaucoup de joyaux & de vaisselle. *Micral. Liv. III. p. 165. Andr. Schumacher, Extrait des Croniques Venedes, autant qu'elles concernent la Poméranie.* MS. Biblioth. Regia ad calcem Klemzovii sub No. 33. Germanice.
- (d) *Micral. Lib. III. p. 219. 244. 282. 287. Komer. Lib. II. p. 311.*



son expectative, ils prétendoient cependant, qu'elle ne pouvoit avoir lieu, qu'après l'extinction totale de la maison des Ducs de Poméranie, qui subsistoit encore dans une de ses branches. Plusieurs Princes s'étant employés inutilement pour accommoder le différent, ces contestations furent enfin suivies d'une guerre ouverte, qui dura depuis 1468. jusqu'en 1472 (*). Elle fut véritablement facheuse pour *Eric II.* parce que son ennemi lui étoit infiniment supérieur, & que manquant lui-même d'argent & de troupes, il étoit réduit le plus souvent à s'enfermer dans quelque place forte, d'où il ne sortoit que pour harceler son ennemi, sans oser en venir à une action décisive. La maladie & la mort de l'Electeur *Frederic II.* procurerent quelque relache à *Eric*, & lui donnerent le tems de remettre un peu ses affaires. Comme le nouvel Electeur *Albert*, surnommé l'*Achille*, qui succéda à son frere, étoit occupé ailleurs, il se prêta facilement à un accommodement, dont *Henri*, Duc de Meklenbourg, se rendit le Médiateur. Le Traité qui fut conclu & signé à *Prentzlau* (**) en 1472. le 3 Juin, portoit 1^o. qu'*Eric* reconnoitroit, & confirmeroit l'expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie, 2^o. qu'il recevroit des mains de l'Electeur l'investiture de la Duché de *Stettin*: ce qui fut executé, & la Cérémonie s'en fit d'une maniere fort simple, l'Electeur s'étant contenté de frapper dans la main du Duc, en lui disant ; *Je vous investis de vos Etats.* A l'égard de *Wratislaf X.* frere d'*Eric*, il ne fut point compris, ni seulement nommé dans le Traité, auquel il refusa absolument d'acquiescer.

Il paroît par ce détail que la branche de *Wolgast* hérita des deux autres ; & bientôt il ne resta de cette dernière branche, que le seul *Bogislas X.* dont j'écris l'Histoire ; de sorte qu'à cet égard il fut effectivement plus grand qu'aucun de ses Prédecesseurs, parce qu'il réunît sous sa Domination toutes les terres, qui avoient été partagées jusqu'alors entre plusieurs Princes.

La

(*) *Kenzov*, L. III. p. 10. *Schumacher*, p. 418.

(**) *Klemm*, p. 123. *Kenzov*, Lib. III. p. 22. *Mérel*, Lib. p. 194.



La riche Succession qui étoit échuë en 1459. à la Duchesse Sophie, Mere de *Bogislas*, rendit cette Princesse extrêmement fiere, & si j'ose le dire, véritablement arrogante. Elle reprochoit tous les jours à son Mari, qu'elle l'avoit tiré de la misere, en lui apportant non seulement un grand trésor, mais encore toute la Poméranie ultérieure. * *Klemzev.*
 Ce qu'elle disoit n'étoit pas exactement vrai. La Poméranie n'étoit pas un de ces fiefs héréditaires, qui tombent en quenouille. Mais elle avoit cependant raison dans un sens (*), parce qu'*Eric II.* son Mari, avoit refusé de partager la Poméranie ultérieure, non seulement avec *Otton III.* Duc de Stettin, mais encore avec son propre frere *Wratislaf X.* sous prétexte que cette Province lui avoit été apportée par sa femme. Il ne faut pas douter qu'*Eric*, qui étoit d'un naturel doux & tranquille, ne souffrit beaucoup des hauteurs de sa femme, dont l'humeur étoit incompatible avec la sienne. Il y eut une autre chose qui acheva d'aigrir ce Prince (**). Comme il avoit grand besoin d'argent pour subvenir aux fraix de la guerre où il étoit engagé avec l'Electeur, il demanda à la Princesse une avance, avec promesse de l'en faire rembourser, lorsque la guerre seroit finie. Mais elle refusa absolument de faire part au Duc de son trésor, sous quelque condition que ce fut. De tout cela il résulta nécessairement une grande désunion, & un très mauvais ménage, entre le mari & la femme. Le Duc avoit de l'éloignement pour une femme avare & impérieuse. La Duchesse ne pouvoit ni voir ni souffrir un mari, qui ne se laissoit pas commander à baguette, & qui ne l'entretenoit pas d'une maniere convenable à son rang †. Ainsi, lorsque *Frederic II.* Electeur de Brandebourg, se fut approché en 1468. de la Ville de Stettin, faisant mine de vouloir l'assiéger, la Duchesse qui craignoit pour sa personne, pour sa famille, & encore plus pour son trésor, obtint facilement de son mari la permission de se retirer dans l'intérieur du païs, pour y être plus en sureté. Elle se

* *Klemzev.*

p. 127.

† *Klemzev.*
p. 110. 117.(*) *Schumacher* p. 428. *Mitral.* Lib. III. p. 267. 268.(**) *Kanzov.* Lib. III. 15. *Klemzev.* p. 127.



transporta donc à *Rügenwalde* avec toute sa Cour. Des huit enfans qu'elle avoit de son mari, le Pere ne garda auprès de lui que le Prince *Wratislaf*, qui étoit l'aîné des fils (*). Les Princes *Casimir*, & *Bogislaf*, & les Princesses *Sophie*, *Marguerite*, *Catherine*, *Elisabeth* & *Marie*, suivirent la Mère dans sa retraite, où elle fut visitée fort rare-

* *Klemzov*.
p. 126.

ment par son mari *. Je n'en suis pas surpris. Il avoit sur les bras une guerre fâcheuse, qui ne lui permettoit pas de s'éloigner beaucoup de l'ennemi; d'ailleurs il ne faut pas trouver étrange, qu'après avoir essuyé les fatigues & les travaux d'une campagne, presque toujours mauvaise pour lui, ce Prince ne fut pas d'humeur d'aller établir son quartier d'hiver auprès d'une méchante femme, pour soutenir une nouvelle guerre, & pour y mourir tous les jours plusieurs fois. Au reste pour être éloignée de son mari, la Duchesse n'étoit pas pour cela dans la destitution. Elle pouvoit vivre fort honorablement de son propre bien; il paroît d'ailleurs clairement par certaines circonstances que j'aurai occasion de toucher dans la suite, que le Duc lui laissoit les revenus, & même le gouvernement de la Poméranie ultérieure. Ces attentions ne fléchirent en aucune maniere la Duchesse, qui parut toujours mécontente de son mari. Les Historiens remarquent unanimement que le Public ne pouvoit comprendre, que cette Princesse fit si peu de cas de son Mari, & qu'elle temoignât tant d'indifférence, & même d'aversion pour *Eric*, qui passoit, disent-ils, pour un des plus beaux hommes, & des meilleurs Princes de son Siècle.

Cependant *Klemzov* qui ne dissimule rien, & qui rapporte les † *Klemzov*, choses avec une grande ingénuité, en donne deux raisons † qui me paroissent très pertinentes. D'un côté elle étoit remplie d'un orgueil * *Hoffmeister*. qui ne plioit jamais. De l'autre elle avoit un *Grand-Maitre* * de sa Maison, *Jean Maffius*, dont elle faisoit, dit-on; plus de cas, qu'il ne convient à une femme mariée.

Quoi-

(*) *Klemzov* p. 127. *Micralius* ne fait mention que de quatre Princesses. Liv. III. p. 295.



Quoiqu'il en soit, pendant le séjour que la Duchesse fit à *Rügenwalde* avec sa famille, elle négligea entièrement l'éducation de ses deux Princes. Elle avoit à sa Cour un Grand-Maitre, & plusieurs Officiers, ou Domestiques; elle y entretenoit des Bouffons, & d'autres bouches inutiles. Mais elle ne se croyoit pas obligée de donner à ses fils ni Gouverneur, ni Précepteur, ni Maître d'exercices. Ils étoient cependant fort en âge d'en avoir, puisque le plus jeune étoit dans sa quinzième année, lorsqu'ils arrivèrent à *Rügenwalde*. La Mère s'imaginait selon les apparences, que ces soins regardoient uniquement le Duc son Mari. Ou plutôt mécontente du Duc, irritée de l'indifférence, & de la froideur qu'il lui rémoignoit, elle en faisoit porter la peine à ses deux fils, à qui on refusoit jusqu'à des Domestiques pour les servir. Cependant, afin que les Princes pussent apprendre quelque chose, sans qu'il en coûtât, on les envoyoit avec les enfans des Bourgeois, à l'Ecole publique de la Ville, où ils apprirent effectivement à jargonner quelques mots de Latin de cuisine. Ce qu'il y avoit de plus fâcheux pour eux, c'est qu'ils paroïssent dans cette Ecole avec des habits sales & déchirés, qui leur attiroient à la vérité la compassion des honnêtes gens, mais en même tems le mépris des autres Ecoliers, qui ne reconnoïssent point les fils de leur Souverain, au travers des lambeaux, & des haillons dont ils étoient couverts. D'ailleurs, comme personne n'avoit l'oeil sur la conduite des Princes, il arrivoit de là qu'on les voyoit courir les rues, se battre avec leurs camarades, & revenir quelquefois à la maison, les yeux pochés, & le corps meurtri de coups; le plus souvent ils préféroient même d'aller manger, & coucher chez le Bourgeois, où on leur faisoit toute sorte d'honneurs, & de bons traitements, plutôt que de retourner au Chateau, où ils n'étoient ni regardés, ni soignés. La manière dont *Klemm* raconte tout cela est si naïve, que je ne saurois mieux faire que de rapporter ici ses propres paroles. *Non seulement la Duchesse ne faisoit aucun bien à ses fils, & n'en tenoit aucun compte, mais de plus elle les haïssoit. Ils pouvoient venir manger, & coucher au Chateau; mais, s'ils y man-*

* *Klemm*,
p. 126.

p. 127.



p. 118.

quoient, on ne s'en mettoit point en peine. Elle souffroit qu'ils allaissent à l'Ecole avec des habits déchirés, & dans un si pauvre équipage, qu'un simple bourgeois auroit eu honte, de ne pas équiper micux ses enfans. De la maniere qu'elle en agissoit avec ces deux Princes, il sembloit qu'elle auroit pris plaisir à les voir périr. Il arrivoit de là que ces enfans craignoient & fuyoient leur Mere, & passaient la plus grande partie de leur tems dans la ville, ou le bourgeois leur faisoit toute sorte d'honneurs, & leur en auroit fait davantage, s'il n'avoit craint de choquer la Duchesse. Il ne faut pas être surpris après cela que ces Princes fussent sauvages, qu'ils n'apprirent rien, & qu'ils n'eussent aucun des sentimens, qui conviennent à de grands Seigneurs. Ils couroient les rues avec les enfans de la ville, & se battoient avec leurs camarades, sans qu'il y eut aucune distinction entre le maitre & le sujet. Au milieu d'un état si méprisé, Bogislas avoit cependant plus de cocur, & des sentimens plus nobles que son frère. Dans les contestations qu'il avoit avec ses camarades, il ne vouloit jamais avoir du dessous. Quand on l'attaquoit, il égratignoit le visage de ses antagonistes, & les trainoit par les cheveux; ce qui déplut à quelques bourgeois, dont il avoit maltraité les enfans, de sorte qu'il n'étoit plus le bien-venu dans ces maisons, au moins autant qu'il l'avoit été autrefois. Voilà sans contredit un triste sort pour de jeunes Princes, dont le Père étoit actuellement vivant, & maitre d'un beau païs. J'avoué que je ne saurois comprendre qu'Eric, qui ne pouvoit pas ignorer ce qui se passoit à Rügenwalde, n'y apportât aucun remede.

† p. 118.

p. 119.

Cependant la maniere dont Bogislas commença à sortir de cette destitution, a quelque chose de plus extraordinaire encore. Continuons d'entendre Klemzau †. Il y avoit au Village de Lantzke, dans le voisinage de Rügenwalde, un bon païsan, nommé Jean Lange, qui venant souvent au marché, pour vendre ses denrées, avoit occasion de voir les fils de son Souverain en très mauvais équipage. Il s'affectionna sur-tout à Bogislas, qui étoit le plus éveillé des deux, & l'aborda un jour
pour

pour lui dire : Duc Bogislas, je te vois dans un triste équipage ! Tu n'as, ni un bon habit sur le corps, ni de bons souliers aux pieds ! Ta Mère refuse, telle donc de t'en donner ? Bogislas qui étoit naturellement fier, lui répondit fort sèchement : Mesle toi de tes affaires ! Si je n'ay rien, tu ne me donneras assurément pas ce qui me manque ? Ces mots furent prononcés d'un ton, qui marquoit la surprise où étoit le Prince, qu'un païsan s'embarassât de ses affaires. Lange ne se rebuta pas pour cela, & répondit sans hésiter, tu te trompes, Bogislas ! La chose me regarde, & m'importe même beaucoup. Tu dois être un jour mon Seigneur & mon Maître ; & si tu n'avois personne, qui fut chargé de prendre soin de toi, je me ferois un plaisir de t'habiller au moins tous les ans. Ainsi ne fais pas tant du dédaigneux, parce qu'un païsan a osé t'aborder & t'entretenir ! Peut-être pourrois-je te dire bien des choses, qui ne tourneroient pas à ton dommage. He bien donc, repliqua Bogislas, que pourrois tu me dire, pour mon avantage ? La réponse du Païsan étoit toute prête. Cet homme, qui sous un extérieur grossier & rustique, cachoit un discernement, & si j'ose le dire, une délicatesse peu commune aux personnes de sa condition, vouloit rendre service à Bogislas. Mais il comprenoit en même tems, qu'il ne convenoit pas à un Païsan, de faire la charité au fils de son Souverain. Il sentoit d'ailleurs, que s'il donnoit, ou s'il prêtoit de l'argent à ce jeune Prince, il pourroit en être recherché par la Mère. A force de chercher, il avoit imaginé un expédient, au moyen duquel il ne faisoit qu'acquitter une dette, en fournissant à Bogislas les choses dont il manquoit. Les païsans de Poméranie étoient alors, comme ils le sont encore aujourd'hui, des gens de main morte, que le Seigneur peut donner, engager, & vendre, avec la terre à laquelle ils sont attachés. Cette condition de Lange lui avoit fourni l'expédient dont il fit l'ouverture en ces termes. Si j'étois ton Païsan, dit-il à Bogislas *, & que je te payasse tous les ans des droits suffisans pour t'habiller, cela ne te plairait-il pas ? Beaucoup, répliqua le Prince ; mais comment pourrois tu donc devenir mon Païsan ? Là dessus Lange exposa en détail son projet, les moyens de le faire réussir, & les vûes qu'il avoit dans cet-

* Klemzer.
P. 129.



p. 130.

(Ländisch-
Tsch.)

• Klemzov.

p. 131.

te affaire. Toi Bogislas, & Casimir ton frere, vous êtes nos Seigneurs. C'est la chose du monde la plus hontense & la plus criante, que ceux qui y sont beaucoup plus obligés que moi, ne s'informent point de vous. Votre Mère vous abandonne. Ni la Noblesse, ni le bourgeois, ne s'inquietent point de vous voir dans un état si pitoyable. C'est pour cela que j'ai compassion de vous, & surtout de toi, Bogislas, parce que je vois que tu as encore de l'honneur, & des sentimens nobles, de sorte que je verrois avec plaisir, que tu fus un peu mieux habillé. Je vais donc te donner un bon conseil sur la maniere dont tu dois t'y prendre pour réussir. Prie ta Mère, ou fais la prier par un autre, qu'elle te donne le païsan Jean Lange. Alors je serai en état de te pourvoir d'habits, & du nécessaire. La chose plut à Bogislas, qui désespéroit cependant, que sa Mère voulut lui accorder une pareille demande. Lange voyant son embarras, ajouta; adresse toi à Jean Massau, qui obtiendra très facilement cette grace. Le Prince suivit le conseil, parla au Grand-Maitre, à la priere duquel la Duchesse accorda, que Lange fut désormais le païsan du Prince. Sur le champ Lange mène Bogislas chez un Marchand, lui achete du Drap écarlate pour un justeau-corps & des culottes, & de la futaine pour une camifole. Il lui donna aussi des souliers neufs; en un mot il l'équipa si bien, que Bogislas commença à avoir meilleure opinion de lui-même. Il marchoit gravement, & se miroit dans son habit, comme s'il eut été de drap d'or. Il ne vouloit plus être pair & compagnon avec ses anciens camarades. Les Païsans & les Bourgeois se réjouissoient de le voir si brave. La Mère aussi en conçut une especce de jalouse, & par dépit, elle fit habiller de neuf le Prince Casimir. Mais pour tout cela la Duchesse ne faisoit pas plus de cas de ses deux fils.

La païsan au contraire s'affectionna de plus en plus à Bogislas. Il l'appelloit son Seigneur, & venoit souvent en ville, pour s'informer non seulement de sa santé, mais aussi de sa conduite.

Ce fut, autant que je puis en juger, vers la fin de 1473, ou au commencement de 1474. que Bogislas fit la connoissance de Jean Lange

Lange. Ce Prince étoit alors dans la vingtième année. Il arriva dans ce même tems que le Duc son Père, après avoir vécu séparé de son Epouse pendant l'espace de cinq ou six ans, pensa enfin à la rappeler. Ce bon Prince, qui commençoit à devenir infirme, vouloit mettre sa conscience en repos, & faire cesser le scandale, que le divorce où il vivoit avec la Duchesse, donnoit à sa famille, & au Public. Peut-être aussi qu'il se reprochoit d'avoir négligé trop longtems ses enfans, & qu'il vouloit les avoir auprès de lui, pour leur donner une éducation plus convenable que celle qu'ils recevoient à *Rügenwalde*. Par ces raisons il se détermina à faire lui-même toutes les avances pour ramener l'esprit aigri de la Duchesse *, & lui écrivit une lettre fort amiable, par laquelle il l'invitoit à le venir trouver à *Volgast*, où elle pourroit vivre désormais en pleine sûreté, parce qu'il étoit délivré de la guerre qui l'avoit obligé à envoyer sa famille dans la Poméranie ultérieure. Il la prioit en même tems de lui amener tous ses enfans. Comme il y avoit près de deux ans, que la paix étoit faite avec l'Electeur, la Duchesse trouva que son mari auroit du la rappeler plutôt, & lui répondit avec sa hauteur ordinaire; qu'il pouvoit la venir prendre, sans quoi elle ne se résoudroit jamais à retourner auprès de lui (*). Une réponse si sèche affligea tellement le pauvre Duc, qui selon les apparences étoit aussi malade d'esprit que de corps, qu'il se mit au lit, & mourut de chagrin, le 6 de Juillet 1474. Le Prince *Wratislaw*, son fils aîné, qui demouroit avec lui à *Volgast*, paya quelques jours après le même tribut à la nature, de sorte que la Duchesse recut presque en même tems, la double nouvelle de la mort de son mari, & de l'ainé des fils issus de leur mariage †. Elle sentit alors la faure qu'elle avoit faite, de ménager si peu, & de traiter avec tant de dureté, les Princes *Casimir* & *Bogislas*, qui alloient devenir ses Souverains. Elle craignit même, que ces Princes ne se vengeassent avec éclat, de tout ce qu'ils avoient eu à souffrir de sa part. Mais comme cette femme altière étoit incapable de fléchir, elle crut devoir prévenir ses fils, & prit la réso-

K k k 2

* *Klemm*,
p. 126.† *Klemm*,
p. 131.(*) *Klemm*, p. 58. 126-131. *Cramer*, Lib. II. cap. 45. p. 126.



lution désespérée de s'en défaire. Le Prince *Casimir* mourut au bout de quelques jours. On disoit à la Cour, qu'il avoit été emporté par
 † *Klemzan*, une fièvre ardente. Le public soutenoit hautement † qu'il étoit mort
 P. 131. d'un poison, que sa Mère lui avoit fait donner. *Bogislas* étoit plus sur ses gardes, que ne l'avoit été son frere, & ne voyoit guères la Duchesse. Cela n'empêchoit pas qu'il ne se trouvât dans le plus grand de tous les embarras. Par la mort des ses deux freres, il se voyoit le seul heritier des Etats, que le Duc *Eric* leur Père avoit possédés. Cependant personne ne s'informoit de lui. La Duchesse sa Mère, au lieu de le feliciter de sa Dignité; & de la Succession qui lui étoit échue, gardoit un profond silence à son égard. Aucun Vassal ne paroissoit pour lui offrir les hommages, que l'on s'empresse ordinairement de rendre au nouveau Souverain. Après qu'il eut passé quelques jours dans une cruelle incertitude, sans savoir absolument à quoi se déterminer, la Duchesse le fit enfin appeller, & contre sa coutume, au lieu de le gronder, & de le traiter durement, elle le caressa beaucoup. A la fin de la conversation, comme il étoit sur le point de se retirer, elle ordonna même à un Domestique qui se trouvoit là, de lui faire donner une beurrée. La chose parut toute extraordinaire à *Bogislas*, qui n'étoit pas accoutumé à recevoir de pareilles politesses de la part de sa Mère. Il fit pourtant le semblant, en sortant de la Salle, de vouloir manger la beurrée;
 • *Klemzov*, & peut-être l'auroit il fait *, si le Bouffon de la Princesse ne l'avoit suivi
 134. avec empressement, pour lui dire; *Bugsloff frists nit, est ist unrein*, c'est à dire, *Bogislas, garde toi de manger la beurrée, car elle n'est pas nette*. La Prince profita de l'avis, & jetta la beurrée à un chien, qui en créva le lendemain.

Je dois avertir ici, que *Jean Micraelius* Recteur du College de *Stettin*, qui publia son Histoire de Poméranie en 1639, a quelque penchant à douter de la verité des faits que je viens de rapporter. A
 † *Micrael. L.* juger dit-il †, de la chose charitablement, on conviendra qu'il n'y a
 III. P. 295. aucune apparence, qu'une Mère ait eu la criminelle pensée d'empoisonner
 ses



ses propres enfans, d'autant plus qu'il ne pouvoit lui revenir aucun avantage d'un crime si atroce. Comme l'autorité de *Micraelius* pourroit en imposer ici, parce qu'on le regarde comme le *Tite Live* de la Poméranie, & que son Ouvrage, qui n'est pas sans défaut, est cependant l'un des meilleurs, & des plus complets, qui aient paru sur l'Histoire de ce païs, il est à propos de faire ici quelques remarques, qui serviront à confirmer les faits dont il s'agit, & qui montreront que *Micraelius* n'avoit aucune raison legitime de les contester.

10. Je conviens avec cet Auteur, que, ni la charité, ni même l'équité naturelle, ne permettent pas que l'on porte un jugement défavantageux, & sinistre, aussi longtems qu'on peut en faire de favorables. Mais il me semble aussi, que l'amour de la vérité ne permet pas à un Historien de révoquer en doute des faits constans & avérés, sous prétexte qu'il n'est pas croyable qu'il y ait des Mères assez dénaturées, pour vouloir se défaire de leurs propres enfans. Tous les Historiens antérieurs à *Micraelius*, tel, que sont *Kanzau*, *Klemzau*, & *Eikstedt*, rapportent, qu'on faisoit courir le bruit que la Duchesse avoit fait empoisonner le Prince *Casimir*. Ils s'expriment d'une manière qui marque que la chose leur paroît assez vraisemblable, quoiqu'ils ne veuillent pourtant pas la garantir. Mais ils assurent en même tems, que la Duchesse fit présenter à *Bogislas* une beurrée empoisonnée; & que ce Prince la jeta à un chien, qui en mourut le lendemain. Ils détaillent ce fait, avec toutes les circonstances que nous avons rapportées. Je ne vois pas après cela, qu'on puisse douter raisonnablement de la validité de leur témoignage. *Kanzau*, dont l'Ouvrage a été copié presque mot à mot par *Micraelius*, & par *Cramer*, étoit Secrétaire de la Régence de *Volgaß*. Comme il avoit accès aux Archives, il s'en servit utilement pour composer sa Chronique de Poméranie, qui n'a jamais vu le jour, soit parce que l'Auteur, qui mourut à la fleur de son âge, en 1542. n'avoit pas eu le tems d'y mettre la dernière main, soit parce qu'elle contenoit plusieurs Anecdotes, dont on ne jugeoit pas à propos



de régaler le Public. *Kanzau* ordonna en mourant, que l'on envoyât son Manuscrit à *Nicolas de Klemzau*, qui en fit tirer quelques Copies que l'on trouve dans nos Bibliothèques. Ce *Klemzau* étoit Gentil-homme ordinaire à la Cour du Duc *Barnim*, fils de notre *Bogislas*. C'étoit un homme de grande considération, que les Ducs de Poméranie

* *Klemzau*, employèrent dans des Ambassades *, & dans d'autres affaires importantes; & l'honneur que lui fit le Duc *Philippe*, petit fils de *Bogislas*, de le choisir pour parrain d'un de ses fils (*), ne permet pas de douter qu'il n'eut toute la confiance de ses Maîtres. Comme il avoit une parfaite connoissance des affaires de son pays, & que la Chronique de

Micral. Lib. VI. p. 353. *Kanzau* lui paroissoit incomplète, & mal digérée, il écrivit en 1551. une nouvelle Histoire de Poméranie, sous le titre de *Genealogie des Princes de l'illustre Maison de Poméranie*. Deux ans après, c'est à dire en 1553. *Valentin d'Eikstedt*, qui étoit alors Gentil-homme du Duc

Eikstedt, p. 107. 108. *Philippe* dont je viens de faire mention, & qui fut ensuite élevé à la dignité de Chancelier, écrivit aussi ses Annales de Poméranie, & les dédia au Prince héréditaire *Jean Frederic* (f). Peut-on s'imaginer que ces trois Historiens, qui écrivoient par ordre de leurs Maîtres, sous leurs yeux, & pour l'instruction des Princes de la Maison, eussent osé avancer des faits extrêmement graves, à la charge d'une Princesse, qui étoit la Grand-mère, & la Bisayeule des Ducs régnans, si ces faits n'avoient été de notoriété publique, & si *Bogislas* lui-même ne les avoit racontés à ses enfans, & à ses petits enfans, en leur parlant de la destitution ou il s'étoit trouvé, & des dangers qu'il avoit courus pendant sa jeunesse ?

20. Une

(*) Le Prince *George II.* né en 1540. eut pour parrains, entre autres personnes de distinction, *Nicolas de Klemzau*. *Schumacher, p. 428.*

(f) Les Chroniques de *Thomas Kanzau*, & de *Nicolas de Klemzau* sont en Manuscrit à la Bibliothèque Royale, & m'ont été communiquées fort obligeamment par M. *Nenburg*, Conseiller & Bibliothécaire du Roi. Ou a imprimé à *Grypswalde* en 1728. un Abrégé des Annales d'*Eikstedt*, Val. *Eikstedt, Epitome Annalium Pomeraniae, Gryphiswald. 1728.*



20. Une autre remarque qu'il faut faire ici, c'est que la raison sur laquelle *Micralius* se fonde, savoir que la Duchesse n'avoit aucune raison de se défaire de ses fils, est manifestement fautive. D'un côté elle craignoit, comme le dit *Klemzeu* * qu'ils ne se vengeassent de la dureté avec laquelle elle les avoit traités, leur refusant jusqu'à des habits, pour couvrir leur nudité. Peut-être aussi qu'elle n'étoit pas sans appréhension, que les Princes ne se ressentissent des hauteurs qu'elle avoit eues pour son mari, & du mauvais commerce qu'elle entretenoit avec le Grand-Maitre de sa Maison. D'un autre côté, on voit clairement qu'elle se promettoit de garder la Poméranie ultérieure, après la mort de ses fils, parce que son mari lui en avoit toujours laissé le gouvernement, & qu'il avoit reconnu la tenir du chef de sa femme, s'étant servi de ce prétexte, pour la garder toute entière, & pour n'en faire aucune part aux autres Princes de la Maison.

* P. 124

30. A ces deux remarques j'en ajoute encore une troisième. C'est que *Micralius* supprime plusieurs circonstances que j'aurai occasion de toucher dans la suite, & qui prouveront que la Duchesse ne se sentoît que trop coupable du crime qu'on lui imputoit, & que *Bogislas* de son côté ne doutoit point du tout qu'elle n'eût attenté à sa vie.

Pour revenir à notre *Bogislas*, on comprend facilement †, que ce qui s'étoit passé dans l'entrevue qu'il avoit eue avec sa Mère, dut lui causer de violens soupçons, & augmenter l'embarras & la perplexité où il se trouvoit déjà. Comme il promenoit son chagrin, il passa heureusement à la place du marché, & y rencontra son Païsan, qui étoit venu vendre quelques denrées en ville. Le regardant comme un Ange tutelaire que la Providence lui envoyoit, il courut à lui, le tira à l'écart, & après lui avoir déchargé tout ce qu'il avoit sur le coeur, il finit en disant qu'il avoit grand besoin d'un bon conseil, parce qu'il ne savoit absolument à quoi se déterminer. Le Païsan, après l'avoir écouté tranquillement, lui répondit, qu'il n'y avoit pas à balancer, ni de tems à perdre ; qu'il falloit qu'il sortit incessamment d'un Ville, où sa vie

† *Klemzeu*,
P. 132



vie n'étoit pas en sureté, & qu'il allât trouver son Oncle *Vratislaf*, pour lui demander ses bons avis, sur le parti qu'il avoit à prendre. Sur le champ *Jean Lange* va lui acheter une épée, un bouclier, des bottes, des éperons, avec tout ce qui appartient à l'équipage d'un Cavalier, monte à cheval avec lui, le conduit au Château d'un Gentil-homme voisin, & de là chez toute la Noblesse des environs. Dans l'espace de quelques jours, il se forma une confédération des principaux Gentils-hommes du païs, qui s'étant assemblés au nombre d'environ 300. reconnurent avec joye leur nouveau Souverain, firent un emprunt pour l'habiller & pour l'équiper d'une manière qui répondit à sa naissance & à sa dignité, & le conduisirent en pompe à *Barth*, où il fut reçu par son Oncle *Vratislaf* avec de grandes démonstrations d'amitié. L'avis de ce Prince fut, qu'il étoit à propos que *Bogislas* retour-
* *Klemm*,
ub sup. nât sur ses pas, & qu'il se rendit à *Rügenwalde* avec toute sa suite *, pour ôter à la Duchesse sa Mère la Régence du païs, & pour s'assurer de sa personne, jusqu'à ce qu'on eut éclairci tous les différens articles qui étoient à sa charge. Ce conseil qui étoit peut-être un peu violent, ne put qu'avoir l'approbation du nouveau Duc, qui étoit plein de ressentiment contre sa Mère. Aussi se hâta-t-il de l'exécuter. Mais la chose ne fut pas tenue si secrète, que la Duchesse n'en eût quelque vent. Elle comprit d'ailleurs, que si son fils revenoit avec tant de diligence, ce n'étoit pas qu'il fut impatient de la revoir, & que ce n'étoit pas aussi pour lui faire honneur, qu'il menoit avec lui une escorte de 300. Gentils-hommes. Ainsi, d'abord qu'elle eut appris que son fils s'étoit mis en chemin pour revenir à *Rügenwalde*, elle ramassa promptement tout ce qu'elle avoit de précieux, & se retira avec *Jean Massin* & toute sa Cour à *Danzig*. *Bogislas*, qui avoit eu le tems de réfléchir, eut assez de prudence pour comprendre, qu'il ne devoit, ni lui courir après, ni la réclamer. Effectivement il ne convenoit guere à un fils, de faire le procès à sa Mère, & encore moins de lui faire chez des étrangers un affront, dont la honte auroit réjailli de la personne coupable, sur toute sa Maison.

Pour



Pour ne pas interrompre ce que j'ay à dire du caractère, & des actions de *Bogislas*, j'acheverai de rapporter ici, ce qui se passa dans la fuite entre ce Prince & sa Mère. La Duchesse demeura à *Dantzic*, dix ans entiers. Comme le Duc étoit charmé de la savoir loin, & de n'en entendre plus parler, elle se félicitoit de son côté, de n'être plus observée, & de vivre à l'abri de toute recherche. Mais elle dépensa insensiblement la plus grande partie de son trésor (*). Lorsqu'elle commença à se trouver à l'étroit, elle écrivit à son fils des lettres pleines de soumission, dans lesquelles elle le prioit d'oublier le passé, de lui rendre son amitié, & de lui permettre de revenir en Poméranie. Comme ces lettres n'eurent pas le succès qu'elle s'en étoit promise, elle s'adressa au Roi de Pologne, à l'Electeur de Brandebourg, & à d'autres Princes, & les pria avec les plus fortes instances, de lui accorder leur intercession, * pour engager son fils à lui pardonner les fautes qu'elle avoit commises à son égard. „*Bogislas* refusa pendant quelque
 „ tems de se rendre à ces sollicitations. A la fin cependant il se laissa
 „ fléchir. Il considéroit, dit *Klemm*, que quelque sujet qu'il put
 „ avoir de se plaindre de sa Mère, il ne devoit pourtant pas l'abandon-
 „ ner, ni la laisser périr. Il la reçut donc en grace en 1485. & lui
 „ déclara, que non seulement il lui pardonnoit du fonds de son coeur
 „ tout le passé, mais qu'afin qu'elle pût vivre en Princesse, il lui as-
 „ signoit encore pour son Douaire, le Chateau, la Ville, & le Baillage
 „ de *Stolpe*. Après cette réconciliation, c'est toujours *Klemm*
 „ qui parle, la Duchesse témoigna une véritable repentance d'en
 „ avoir si mal usé avec ses enfans, avouant sa faute, à Dieu & aux
 „ hommes, & montrant par la pénitence, ou elle passa tout le reste
 „ de sa vie, qu'elle se la reprochoit continuellement à elle-même.
 „ Quand elle avoit occasion de voir le Duc, elle s'humilioit devant lui,
 „ & s'inclinoit beaucoup plus, que n'auroit pû le faire le dernier des
 „ sujets.

* *Klemm*,
 P. 161.

(*) *Klemm*, p. 167. *Micralius*, Lib. III. p. 295. *Dan. Cramers Pommerisches Kirchen Chronicon*. . . *Stettin* 1628. Lib. II. cap. 46. p. 121.



„ fujets. Les lettres auffi qu'elle lui écrivoit, étoient pleines de tendresse & de foudmiffion, & le fils y lifoit avec plaifir, l'entier chagement qui s'étoit fait dans le coeur de fa Mére. Elle finiffoit ordinairement ces lettres, en priant Dieu, qu'il eut plus de foin de la perfonne du Duc, qu'elle n'en avoit eu elle même. Auffi *Bogiflas* évita-t-il de lui donner jufqu'au moindre chagrin. Au contraire, il lui rendit toute forte d'honneurs, & pourvut largement à fon entretien. Elle mourut tranquillement & raffafée de jours fur la fin de l'an 1497. „

A l'égard de *Jean Lange*, qui vivoit encore en 1498. il conferva pendant toute fa vie la confiance, & les bonnes grâces du Duc (g), qui toutes les fois qu'il le voyoit, fe faifoit un plaifir de raconter aux perfonnes qu'il avoit autour de lui, les bons & importans fervices qu'il avoit reçus de *Lange*. Ce Païfan (*), qui, quelques offres qu'on lui fit, ne voulut jamais changer de condition; ni quitter fon habit & fon village, avoit la permiffion de venir à la Cour, quand il le jugeoit à propos; & les Officiers de la Maifon avoient ordre non feulement de le bien traiter, mais encore de lui fournir généralement tout ce qu'il pourroit demander. Il entroit librement chez fon Souverain, & lui parloit auffi familièrement

* *Klemzeu*, qu'il avoit fait, lorsqu'il l'aborda pour la première fois à *Rügenwalde* *.

P. 234. S'il arrivoit quelque défordre dans fon village, ou dans les endroits voifins, il en avertiffoit le Duc, afin qu'il y apportât du remède, & le Duc de fon côté, au lieu de rebuter les avis, & les confeils d'un Païfan, y déferoit le plus fouvent, & s'en trouvoit toujours bien. Un

† *Klemzeu*, jour que *Bogiflas* vouloit congédier un vieux Financier †, que l'on accufoit de s'être enrichi aux dépens de fon Maître, & du Public, *Lange* lui dit avec fa franchise ordinaire : *Vois-tu, Bogiflas, les gens de cette forte, font une vermine, dont nous ne pouvons nous défaire entierement.*

Tu

(g) *Klemzeu* remarque, que lorsque *Bogiflas* revint de la Terre Sainte en 1498. *Lange* fe rendit à *Stettin* pour le féliciter de fon retour. *Klemzeu*, p. 234.

(*) *Klemzeu* p. 132, 133. *Micralius* Lib. III. p. 196.



Tu veux renvoyer cet homme, que nous avons engraisé, & raffiné, pour nous en donner un autre, qui étant maigre & affamé, nous sucera de nouveau jusqu'au sang. Laisse nous donc celui que nous avons mis à son aise, & que nous pouvons contenter plus facilement. Le Duc goûta la représentation, & y eut égard, parce qu'il étoit bien persuadé que Lange n'étoit pas homme à se laisser corrompre par les financiers. L'ascendant que ce Païsan avoit sur l'esprit de son Maître, & la liberté qu'il prenoit de dire quelquefois son avis aux Courtisans, & même aux Favoris, lui suscita des envieux, qui ne pouvoient souffrir, qu'un Manant eut l'oreille du Duc, & qu'il partageât avec eux la confiance & les bonnes grâces de ce Prince. Mais Lange n'en faisoit aucun cas, parce qu'il ne se départit jamais de la résolution qu'il avoit prise dès le commencement, de ne demander jamais ni récompense, ni gratification, à son Maître *. Le Duc lui offrit plusieurs grâces, & en vint même jusqu'à lui déclarer, qu'il pouvoit demander tout ce qu'il voudroit, avec la ferme assurance de l'obtenir; mais il se montra inflexible sur cet article, & après beaucoup d'instances & de sollicitations, qui avoient pour but de lui faire sentir, que sa trop grande roideur pourroit déplaire au Duc, il ne consentit enfin d'accepter que la seule franchise des corvées, & des autres droits que les Païsans payoient au Souverain. Encore ne voulut-il pas que cette immunité fut étendue à ses enfans. (*) „ Je suis Païsan, disoit-il, & je veux que mes enfans „ demeurent Païsans. Ils vivront heureux dans leur condition s'ils „ sont honnêtes gens. S'ils ne le sont pas, la liberté qu'on leur offre „ leur sera véritablement nuisible, & les rendra en même tems pares- „ seux & orgueilleux. La paresse les précipitera dans la pauvreté ; „ l'orgueil ne sera propre qu'à leur susciter des ennemis, & à les faire „ regarder de mauvais oeil, tant par les petits, dont ils voudront se distin- „ guer, que par les grands avec lesquels ils voudront se confondre. „ Je ne crains point que l'on me reproche ici d'avoir chargé & embelli le portrait de Lange, parce que je n'ay presque fait que traduire les

* Klemzeu.
P. 132.

L I I 2

pro-

(*) Klemzeu, p. 136. *Micral*, Lib. III, p. 196.



propres paroles de *Klemzou*, & de *Micralius*. Sous un extérieur grossier & rustique, il cachoit beaucoup de discernement, de modestie, de probité, & si j'ose le dire, un fond de délicatesse & de générosité. Ces grandes qualités étoient d'autant plus estimables dans sa personne, qu'elles étoient inconnues aux gens de sa condition, & peut-être aussi rares parmi les grands, que parmi les petits. Enfin *Lange* mourut dans une grande vieillesse, & fut enterré dans le Cimetière commun de son village. S'il avoit accepté les richesses & les dignités qu'on lui offrit en différentes occasions, on lui auroit dressé selon les apparences quelque superbe Mausolée. Parce qu'il préféra de les mépriser, on le confondit avec des villageois, dont il n'avoit voulu se distinguer que par son mérite; & *Bogislas* lui même, qui fit faire de magnifiques obsèques à la Duchesse sa Mère, tant en Poméranie, qu'à Venise, où il apprit la nouvelle de sa mort, oublia peut-être de faire le même honneur à un homme, à qui il devoit beaucoup plus qu'aux personnes qui lui avoient donné la vie.

De retour à *Rügenwalde*, *Bogislas* convoqua les Etats du Païs (*), qui lui firent des complimens de congratulation, de ce qu'il étoit sorti de servitude, & prirent des mesures avec lui, par rapport à l'hommage, que les Sujets devoient rendre à leur nouveau Souverain. On convint, que le Duc se transporterait dans les principales Villes de son Etat, pour recevoir en personne le serment de fidélité du Clergé, de la Noblesse, & de la Bourgeoisie, ce qui fut exécuté. Mais, comme on ne fit aucune mention dans l'Assemblée des Droits de la Maison de Brandebourg, il en résulta de nouvelles contestations avec l'Electeur *Albert*, surnommé l'*Achille*. Selon le Traité que cet Electeur avoit conclu deux ans auparavant avec *Eric*, Duc de Poméranie, *Bogislas* auroit dû demander à l'Electeur l'investiture de la Duché de *Stettin*, comme la chose se pratique, toutes les fois qu'un fief vient à vaquer, par la mort du feudataire, ou du Seigneur direct. Il devoit confirmer

(*) *Klemzov*. p. 133. *Cramer*. Lib. II. p. 45. *Micral*. Lib. III. p. 296.



mer aussi l'expectative, que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie. Mais il refusoit absolument d'accomplir ces deux conditions du Traité, surtout la première; & il répondit à ceux qui l'en sommèrent de la part de l'Electeur, qu'un aveu surpris, & forcé, que l'on avoit arraché à son Père, ne tiroit point à conséquence, & ne pouvoit préjudicier aux Droits des Ducs de Poméranie, qui possédant un fief immédiat de l'Empire, ne devoient relever aussi que de l'Empereur.

L'Electeur ayant compris par cette réponse, qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que de soutenir son droit par les armes, s'approcha de la Poméranie avec un corps de dix mille hommes. *Bogislas* jugeant que l'Electeur, qui s'avançoit par la Nouvelle Marche, commenceroit son expédition par le siège de la ville de *Kyritz*, alla s'y enfermer fort imprudemment, avec le peu de troupes qu'il avoit rassemblées à la hâte (*), & qui pouvoient monter à 600 hommes de cheval, & autant de fantassins. C'étoit précisément ce que l'Electeur fouhaitoit; il fit sur le champ investir la Ville, qu'il se promettoit d'emporter au bout de quelques jours. Maître de la ville, il le devenoit en même tems de la personne du jeune Duc, qui, pour se tirer d'une nouvelle servitude, encore plus facheuse que la première, auroit été obligé d'accepter toutes les conditions que le vainqueur jugeroit à propos de lui prescrire. Aussi le Duc, & les Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, sentirent-ils parfaitement la faute qu'ils avoient faite, de s'enfermer dans une Ville qui n'étoit point de garde, & qui n'étoit d'ailleurs pourvue, ni de vivres, ni de munitions. On tacha à la vérité de réparer cette faute, en faisant dans un même tems différentes sorties, à la faveur desquelles on se promettoit de forcer le passage, & de faire évader le Duc. Mais l'Electeur, qui étoit l'un des plus grands Capitaines de son siècle, n'étoit pas homme à prendre le change. Les assiégés trouverent toutes les avenues si

L 11 3

bien

(*) *Klitschan*, pag. 134. *Micrasius* met 1000 fantassins. Lib. III. p. 169.



*Der Planische
Bruch.*

bien gardées, & ils furent repoussés si vigoureusement de tous côtés, qu'ils ne pensèrent plus à faire de nouvelles sorties. Héureusement pour *Bogislas*, il y avoit dans la Ville un vieux Gentilhomme, nommé *Jean Kussau*, homme de tête & de main, qui regardant comme un coup de partie, d'empêcher que son Maître ne tombât entre les mains de l'Electeur, chercha les moyens de le tirer du mauvais pas, où il s'étoit engagé, & y réussit. *Kussau* qui avoit ses terres dans le voisinage de *Kyritz*, & qui par cette raison connoissoit parfaitement le terrain, savoit qu'il y avoit au pied du Couvent des Religieuses, un étang dans lequel se dégorgeoit un marais, qui s'étendoit à plusieurs lieues, & qui n'étoit point gardé par l'ennemi, parce qu'il étoit impraticable. Il fit donc appeler le poissonnier, ou le païsan, qui avoit affermé cet étang, & qu'il avoit souvent vû poser ses paniers au milieu du marais pour y prendre des anguilles. A force d'argent, & de promesses, on obtint du païsan, qu'il tenteroit ce qui avoit passé jusqu'alors pour impossible. Dès l'entrée de la nuit suivante, le Duc & *Jean Kussau* se mirent dans la nasse du poissonnier, qui, après avoir passé l'étang avec eux, les conduisit à pied au travers du marais. Ils y coururent plusieurs fois risque de la vie, s'enfonçant dans la bourbe jusqu'aux aisselles, & ne pouvant, ni avancer, ni reculer. Ils se reconnurent cependant au point du jour, & ayant gagné le bord du marais, ils arrivèrent sains & saufs au Château du Gentilhomme. Comme la Noblesse de Poméranie, aussi-tôt qu'elle fut informée du Siege de *Kyritz*, s'étoit empressée de monter à cheval, pour aller dégager le Duc, & que les Villes aussi avoient fait partir en diligence les troupes qu'elles étoient obligées de fournir en tems de guerre, *Bogislas* se vit bientôt en état de tenir la campagne, & de marcher même à l'ennemi. L'Electeur de son côté, d'abord qu'il eut appris l'évasion du Duc, jugea à propos de lever le Siege de *Kyritz*, & de partager ses troupes d'une manière, qu'elles pussent couvrir la Nouvelle Marche. Cela n'empêcha pas que *Bogislas* n'y fit irruption, & qu'il n'emportât même d'emblée la petite ville de *Bernstadt* †. Il se commit de part & d'autres quel-

† *Cramer.*
Lib. II. c. 45.
p. 116.



ques hostilités ; mais, comme l'Electeur recevoit de frequens Cou-
riers de l'Empereur *Frederic III.* qui le pressoit de venir prendre le
commandement de l'Armée, que l'Empire assembloit contre *Charles*
le Hardi, Duc de Bourgogne, qui assiegeoit la ville de *Nuys*, il ac-
cepta avec plaisir les bons offices des Ducs de Meklenbourg, qui ayant
été les Médiateurs du Traité conclu en 1472. avec *Eric II.* Père de
Bogislas, promettoient de le faire ratifier au fils. Il étoit stipulé par
le nouveau Traité que chacun garderoit les places qu'il avoit conqui-
ses pendant la guerre, que les prisonniers seroient rendus de part &
d'autre sans rançon, & que le Duc confirmeroit l'expectative, que les
Electeurs de Brandebourg avoient sur la Poméranie, avec tous les Trai-
tés qui subsistoient entre les deux Maisons. A l'égard de l'Ar-
ticle de l'Investiture, il y a toute apparence qu'il ne fut pas bien éclair-
ci ; car il donna lieu à un incident qui faillit à rompre le Traité. Dans
la premiere entrevûe que les deux Princes eurent à *Prentzlau*, l'Elec-
teur s'approcha fort amiablement du Duc, & lui présenta la main, en
lui disant : *Mon Cousin, je vous investis de vos Etats.* Mais le Duc, au
lieu de toucher la main à l'Electeur, en signe d'aveu, retira le bras,
& répondit avec colere : *Ce n'est pas notre accord. Je veux que trois*
fois sept Diables m'emportent si je l'entends ainsi (b). Sur le champ
Bogislas sort comme un furieux de l'appartement, monte à cheval,
& va trouver, à *Pasewalck*, son Oncle *Wratislaff*, qui n'étant pas
accommodé avec l'Electeur, conseilla à son Neveu de tenir ferme, &
de ne pas achepter la paix par une bassesse. Cependant les Ducs de
Meklenbourg ayant suivi *Bogislas* à *Pasewalck*, firent tant par leurs
représentations, qu'ils le ramenerent à *Prentzlau*, où le Traité fut en-
fin conclu & signé. On y avoit ajouté que, pour cimenter la paix
& l'union entre les deux Maisons, le Duc épouserait la Princesse *Marguerite* ;
Nièce de l'Electeur, & fille de l'Electeur *Frederic* second ;
& ce fut selon les apparences la considération qui contribua le plus
à le

1474-

(b) *Es ist so nicht geredet: Da sollen die drey Sieben Tausel durchfahren.* Micra-
lius, Lib. III, p. 297.



† p. 139.

à le fléchir. *Klemzau* rapporte † qu'après la conclusion du Traité *Bogislas* vit une seconde fois l'Electeur, qui lui dit en riant : *Je vois, mon Cousin, que vous avez la tête un peu chatule, & que vous vous laissez aller facilement* (1) *à de fausses insinuations.* Le Duc répondit, mais sans se fâcher : *il est vrai, mon Cousin, que je ne plie pas facilement.* Je dois avertir ici que les Historiens de la Marche, ne font aucune mention des particularités que je viens de toucher. Ils disent simplement, que les Ducs de Meklenbourg déterminèrent *Bogislas* à confirmer le Traité de 1472. & à recevoir en conséquence l'investiture de ses Etats des mains de l'Electeur. Ainsi je laisserai la chose indécise. J'avoue cependant que les Historiens de Poméranie me paroissent beaucoup plus dignes de foi sur cet Article. D'un côté ils en appellent † à une Lettre de *Magnus*, Duc de Meklenbourg, qui contenoit tout ce détail. De l'autre, si on en excepte le seul *Lentinger*, qui paroît avoir écrit sur des Mémoires, que la Cour lui fournissoit, mais dont l'Histoire ne commence proprement qu'avec le seizième siècle, les autres Historiens de la Marche sont des Ministres, des Régens, & en un mot des gens de lettres, qui rapportent ce qu'ils ont appris par les nouvelles publiques, ou trouvé dans des Chroniques compilées par des Moines. Au lieu de cela les Historiens de Poméranie étoient des gens employés dans les affaires, qui avoient accès aux Archives, & dont le témoignage est par conséquent d'un tout autre poids. Quoiqu'il en soit, le mariage du Duc avec la Princesse *Marguerite* s'accomplit, après que l'Electeur fut revenu dans ses Etats, c'est à dire au mois de Février 1476. & le Duc *Wratislaff* qui continua toujours de faire la guerre à l'Electeur, étant mort deux ans après (2), *Bogislas* qui étoit alors âgé de 24 ans, s'appliqua tout en-

† *Micral.*
L. III. p. 297.

(1) On prétend que *Matthias* Roi de Hongrie, qui ne cherchoit qu'à susciter des affaires à l'Empereur *Frederic III.* & aux Princes qui étoient dans ses intérêts, faisoit solliciter secrètement *Bogislas* de continuer la guerre contre l'Electeur.

(2) Le 13. Decembre 1478. *Klemzau* p. 148. 149. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 116.



rier à profiter de la paix dont il jouïſſoit, pour rendre ſes ſujets heureux, & ſes Etats floriffans.

Les Hiftoriens remarquent que ce Prince n'avoit pas un génie fort pénétrant (1), c'eſt à dire, qu'il n'étoit pas de ces eſprits viſ & enjoués, qui ayant d'heureuſes ſailliés, ſont auſſi ſujets à faire de grandes bévuës, mais qu'il avoit par contre du bon ſens, & un jugement ſolide. Il faut effectivement qu'il eut non ſeulement beaucoup de bon ſens, mais encore un grand fond de modeſtie, pour former le plan que je vais expoſer, & pour le mettre en exécution. Auſſi-tôt qu'il fut parvenu à la Régence, & qu'il ſe vit chargé de la conduite des affaires, il ſentit que n'ayant (m) ni étude, ni expérience, il ne pourroit que ſe tromper, & être trompé à tout moment, s'il entreprenoit de faire les choſes à ſa tête, & qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que d'avoir un bon Conſeil, qui le dirigeât dans toutes les affaires qui étoient au deſſus de ſa portée. Fixe dans cette réſolution, il eut après cela aſſez de diſcernement pour faire un bon choix, aſſez de généroſité, pour payer les Membres de ſon Conſeil d'une manière qui les mettoit à l'épreuve de toute corruption, & qui leur ôtoit la penſée de chan-

Petri Stephani J. C. & Prof. Gryphſwald. Chron. Pomer. an. 1647. MSpt. Biblioth. Regiz. Lib. III. p. 42.

(1) *Der Verſtand war zimlich, aber doch nicht allzu ſpitzig. Klemzau, p. 318.*

(m) J'ai déjà remarqué que *Bogislas* n'avoit appris autre choſe au College de *Rügenwalde*, qu'à jargonner quelques mots de mauvais Latin. On pourra juger de ſa Letinité par cet échantillon. *Ludke Hane*, Capitaine du Château d'*Uckermünde*, ayant montré à *Bogislas* une étoffe extrêmement riche, qu'il avoit achetée pour en faire un habit à ſa femme, le Duc qui trouvoit l'habit trop magniſique, mais qui ne vouloit pas mortifier *Ludke Hane*, ſachant que celui-ci n'entendoit pas le Latin, ſe tourna vers les gens de ſa ſuite, & leur dit : *Ab! Ab! hoc eſt nimium multum. Mea mater non habuit ſalem tunicam. Sed tantum uxor bene habuit, qua fuit una filia regis.* C'eſt de l'Allemand rendu mot à mot en Latin. *Klemz. p. 318.*



changer jamais de maître, & enfin assez de docilité, pour ne rien faire à l'inçu & sans l'approbation d'un Conseil auquel il avoit donné sa confiance.

Il commença par prier l'Electeur de lui céder *Verner Schulenburg*, qu'il se propoisoit de mettre à la tête des affaires, parce qu'il sentoit le besoin qu'il avoit d'un homme d'autorité, pour rétablir l'ordre & la dépendance, dans un país où depuis longtems on n'en connoissoit point. Effectivement *Schulenburg* qui étoit Grand-Maitre de la Maison de l'Electeur, & Gouverneur de la Forteresse de *Löknitz*, avoit la réputation d'être en même tems grand Capitaine, & grand homme d'Etat ; il joignoit à une expérience consommée dans les affaires, une probité qui ne s'étoit jamais démentie, & mille autres bonnes qualités, qui lui avoient acquis une estime générale. On peut juger de la considération où il étoit à la Cour de Brandebourg, par la maniere dont l'Electeur répondit à la demande de *Bogislas*. Ne voulant pas desobliger le Duc, ni se priver lui-même d'un sujet qui lui étoit utile, il permit à *Schulenburg* de passer au service du Duc de Poméranie, & lui conserva en même tems les Emplois qu'il avoit à sa Cour, avec les émolumens qui y étoient attachés. En cela l'Electeur n'obligea pas un ingrat. Aussi longtems que *Schulenburg* vécut, il n'épargna rien pour entretenir une bonne intelligence entre ses Maîtres ; & s'il y eut de tems en tems de la froideur, & même des contestations entre les deux Cours, il empêcha au moins que les choses n'en vinssent jamais à une guerre ouverte. *Bogislas* de son côté, dit *Klemm* †, fit à *Schulenburg* un pont d'or pour l'attirer à son service & pour l'y retenir, Non content de le déclarer Capitaine général de la Duché de *Stettin*, ce qui étoit la premiere dignité de l'Etat, il lui donna encore la Ville & le Bailliage de *Penkun*. Il associa à ce premier Ministre *George Kleist*, qu'il créa ensuite son Chancelier *. *Kleist* étoit un Gentilhomme de Poméranie, qui, contre la coutume de son siècle, de son país, & des gens de sa condition, s'é-

† p. 171. 172.
Mical.
L. III. p. 299.

* *Klemm*
p. 179.



roit appliqué aux études & s'y étoit distingué. Il étoit bon Jurisconsulte, & entendoit d'ailleurs parfaitement les Constitutions & les Coutumes de sa Patrie. C'étoit par conséquent l'homme qu'il falloit à *Bogislas* pour établir une bonne justice dans ses Etats. De l'avis de ces deux Ministres † il nomma les autres Membres de son Conseil, † *Klemzau* p. 153. qui étoient tous des gens d'honneur, & capables de bien remplir les différens Emplois dont ils étoit chargés. Le Conseil étant ainsi formé, & ayant été confirmé par les Etats du Païs, on vit bientôt la Poméranie se relever de la décadence où elle étoit depuis plusieurs Siecles, & ressentir les salutaires effets d'un bon gouvernement. *Bogislas* fit en particulier deux choses qui lui acquirent une grande réputation, & qui furent bientôt imitées par les Princes voisins.

Premièrement, il vint à bout de rétablir dans ses Etats l'administration de la Justice; & de cette maniere il remédia pleinement aux injustices, aux violences, & aux brigandages qui se commettoient dans les Villes & à la campagne. *La Poméranie*, dit *Klemzau*, *je trouvoit à cet égard dans le plus affreux de tous les desordres; ni les villes, ni la noblesse, ne respectoient plus l'autorité du souverain.* C'étoit effectivement un vieux mal, qui s'étendoit non seulement à notre Marche, mais encore à la plupart des Provinces du Nord. Comme il ne venoit pas tant de la barbarie du siecle, ou de la ferocité des peuples Allemands, que de la constitution même des affaires, il ne sera pas inutile d'en développer la cause avec quelque détail. Ce sera le moyen de juger, si la Noblesse & les Villes ont raison de soupirer après l'ancienne liberté, & de se plaindre de la dépendance, où nous vivons aujourd'hui.

p. 153.

Lorsque les Saxons eurent commencé vers le milieu du XII Siecle (n) à prendre le dessus, & à chasser les Peuples Vandales, ou plutôt Venedes, de la plupart des contrées qu'ils occupoient au delà de l'Elbe, on jugea que, pour abattre entièrement les Venedes, qui,

M m m 2

foit

(n) Sous *Henri le Superbe*, & *Henri le Lien*, son fils, Ducs de Saxe.

soit par amour pour la liberté, soit par prévention contre la Religion Chrétienne, qu'on vouloir leur faire recevoir par la force, n'avoient jamais manqué depuis plus de deux siècles, de se soulever à la première occasion favorable qui s'en présentoit, il étoit à propos d'établir, dans le cœur même de la Vandalie, de puissantes Colonies d'Allemands, & de les remplir de gens de guerre, qui fussent capables de tenir sous le joug les habitans naturels du pays. Les Ducs de Poméranie, quoiqu'ils fussent Venedes, entrèrent dans le même projet, après qu'ils se furent détachés de la Pologne, & qu'ils eurent été reçus par l'Empereur *Frederic Barberouffe* au nombre des Princes de l'Empire. On invita donc les Allemands, & surtout les Saxons, à venir s'établir dans la Vandalie (*), & on promit toute sorte de Privilèges & d'immunités à ceux qui voudroient s'y transplanter. Les Marchands, les Artisans, & en général tous ceux qui étoient de condition bourgeoise, eurent la permission de bâtir des Villes, de les fortifier, & de les garder eux-mêmes, sans être jamais obligés de recevoir contre leur gré une garnison étrangère. Ou leur permit aussi de choisir eux-mêmes leurs Magistrats, qui étoient autorisés à juger les Causes, & à punir les délits, selon le Droit Saxon. Le Privilège des Villes portoit encore, qu'elles ne seroient pas obligées de recevoir aucun habitant Venede, encore moins de lui accorder le Droit de Bourgeoisie, & que les affaires de Justice seroient portées par appel aux Scabinars de *Halle*, de *Magdebourg*, ou à quelque autre Cour de Justice, dans laquelle les causes se décidoient suivant le Droit Saxon. Quand tout cela fut exécuté, il se trouva que le Prince s'étoit dépouillé lui-même de toute son autorité, & qu'il n'a voit absolument rien à commander dans les Villes de sa Domination. Il jouïssoit d'une taille modique sur les Maisons & sur les terres des Bourgeois. Le Magistrat qui étoit chargé de la lever, en avoir une partie pour le Droit de Collecte, & ren-

doit

- (*) *Albert l'Ours* établit plusieurs Colonies Flamandes le long de l'Elbe. Mais elles furent placées sur la rive gauche & occidentale de ce fleuve, au moins pour la plus grande partie.



doit compte de l'autre. Ou observoit la même chose par rapport aux amendes. En tems de guerre aussi les Villes fournissoient un certain nombre de fantassins pour la défense de la Patrie. Mais il falloit pour cela que la guerre eut été résoluë par les Etats, dans lesquels les Villes tenoient un rang considérable. Hors de cela les Villes ne reconnoissoient en aucune maniere l'autorité du Souverain. Elles faisoient même sonner si haut leurs Privilèges, qu'elles prétendoient traiter avec le Souverain, comme d'égal à égal. Quand le Prince avoit quelque grief contre la Bourgeoisie, ou la Magistrature d'une Ville, ceux-ci prétendoient qu'il devoit faire porter la cause à un Scabinat étranger, pour y être jugée. Tout de même quand les Domestiques du Prince commettoient quelque délit dans une Ville, le Magistrat, au lieu de remettre le criminel au *Hausvogt*, c'est à dire au Juge de la Maison ou des Domestiques du Prince, l'envoyoit à sa propre prison, instruisoit le Procès, & faisoit exécuter le criminel, quelquefois sous les yeux même, & malgré toutes les oppositions du Maître. Je trouve encore que la Bourgeoisie étoit quelquefois de si mauvaise humeur, qu'elle fermoit ses portes au Souverain, lorsqu'il vouloit y entrer à des heures induës. Nous sommes chargés, disoient-ils, de garder nos portes, & les Villes fortifiées ne s'ouvrent pas de nuit. On lit, par exemple, dans une Chronique Manuscrite de l'Electorat de Brandebourg †, qu'un des premiers Electeurs, qui résidoit ordinairement à *Tangermünde*, étant venu passer quelque tems à *Berlin*, demanda à la Bourgeoisie qu'on lui remit l'une des portes, afin qu'il put entrer dans la Ville, & en sortir, quand il le jugeroit à propos. Les Bourgeois s'étant assemblés pour délibérer sur sa demande, la rejetterent comme leur étant préjudiciable, & se révolterent même à cette occasion.

† *Rassitiuss*
ad annum
1440.

Le désordre étoit encore plus grand dans le plat pays. La Noblesse Allemande ayant préféré le séjour de la campagne, on la mit en possession des terres que les Venedes avoient abandonnées, ou dont on les dépouilla, quand ils refusoient d'embrasser le Christianisme.

M m m 3

Pour



Pour mieux tenir en bride les habitans naturels du païs, qui étoient presque tous des gens de main morte, que l'on tenoit dans une dure servitude, les Gentilshommes eurent la précaution de s'établir dans des lieux naturellement forts, & d'y bâtir des Châteaux qui ne pouvoient être forcés que par un corps de troupes réglées. En sûreté dans ces retraites, la Noblesse se rendit bientôt indépendante, ne reconnoissant en aucune maniere l'autorité du Souverain, & négligeant bien souvent de lui demander jusqu'à l'investiture des fiefs, qu'elle tenoit cependant de sa pure libéralité. Quand un Gentilhomme avoit quelque grief contre un autre Gentilhomme, ou contre une Ville, au lieu de porter ses plaintes au Souverain, il envoyoit (P) défier son ennemi, ce qui étoit une déclaration de guerre formelle. Les Villes prenoient le même parti dans les différens qu'elles avoient avec la Noblesse, ou avec d'autres Villes; chacun se rendoit justice à soi-même, de sorte que la Poméranie & la Marche étoient continuellement affligées d'une suite de guerres intestines, que les sujets se faisoient réciproquement, sans qu'il fut au pouvoir du Prince de l'empêcher. Il y avoit d'ailleurs un Article qui donnoit lieu à des contestations, & à des guerres presque continuëles, entre la Noblesse & les Villes. En conséquence d'un usage fort ancien, qui avoit passé en Loi, les gens de main morte qui se réfugioient dans une Ville, & qui y demeuroient un an & un jour sans être reconnus & réclamés, devenoient libres, & ne pouvoient plus être répétés, par le Seigneur de la terre à laquelle ils étoient attachés. C'étoit là le grand grief de la Noblesse, qui se plaignoit qu'on lui débauchoit tous les jours ses meilleurs sujets, & qui ne manquoit jamais d'user du Droit de repréailles, enlevant & retenant les Bourgeois & leurs effets, jusqu'à ce qu'on lui eut donné une satisfaction raisonnable. Enfin, car il faut trancher le mot, la Noblesse de Poméranie, & de la Marche, ne tenoit pas à deshonneur de *vivre*, ce qu'on appelloit alors, *de l'étrier*, c'est à dire, de faire le métier d'un véritable brigand. Un
Gent

(P) C'est ce que les Ecrivains de la Basse Latinité appellent *diffidare*; en Allemand *abfagen*.



Gentilhomme qui se trouvoit mal partagé des biens de la fortune, pourvû qu'il eut du coeur, avoit toujours une ressource prête pour ne manquer de rien. Il alloit se poster dans un grand chemin, rançonnoit les passans, les dépouilloit, les massacroit quand ils osoient faire quelque résistance, sans que de pareils attentats fussent ni recherchés, ni punis, & sans qu'ils fissent seulement jusqu'au moindre tort à la réputation d'un Gentilhomme. Je sai que cet étrange Privilège que la Noblesse s'attribuoit, *de vivre de l'étrier*, étoit un reste de l'ancienne ferocité des peuples Scythes & Celtes *, qui regardoient comme une
* Voy. Hist. des Celtes, Liv. II. p. 346. 410.
 vile populace les gens qui exercoient un métier, au lieu que les Nobles & les grands Seigneurs ne devoient vivre que de guerre & de rapine. Mais, outre que le préjugé pour être ancien, n'en étoit pas moins odieux, il y a d'ailleurs ici une chose qui révolte encore plus. Les brigands dont il s'agit étoient Chrétiens. Ils prétendoient ne s'être transplantés dans la Marche, & en Poméranie, que pour y établir une Religion qui ne prêche & ne recommande que l'humanité, la justice, & la charité. C'étoit sans contredit le plus choquant de tous les contrastes.

Voilà l'état où *Bogislas* trouva les affaires, lorsqu'il parvint à la Régence. *Klemm* au le remarque avec sa naïveté ordinaire. † *On ne* † p. 153-159
voyoit, dit il, ni justice dans les tribunaux, ni dépendance parmi les sujets. Les grands chemins n'étoient sûrs, ni par terre, ni par eau; chacun faisoit ce qu'il lui plaisoit. Quand une Ville avoit quelque différent avec une autre Ville, on commençoit par se rendre justice à soi-même; on saisissoit les effets des Bourgeois & des Marchands de la Ville dont on étoit mécontent. La Noblesse en usoit de la même manière. Un Gentilhomme déclaroit la guerre à une Ville, ou à un autre Vassal, à l'insçu & sans le consentement du Souverain. Quand le Prince entreprenoit de lever une armée pour remédier au mal, les troupes des Villes ne s'accordoient pas avec celles que la Noblesse fournissoit, de sorte qu'il est facile de se représenter l'étrange confusion qui devoit résulter de tous ces abus.



Il faut que je rapporte à cette occasion l'une des aventures dont la vie de *Bogislas* est toute remplie. Elle est des plus grotesques, mais elle montrera quel cas la Noblesse & les Villes de la Poméranie faisoient de la personne & de l'autorité de leur Souverain, avant que *Bogislas* leur eut appris à respecter ses ordres, & à obéir aux Arrêts de son Conseil. Un jour que ce Prince étoit allé se divertir au Château de *Zanau* (9), quelques Gentilshommes de sa suite, ayant été informés qu'il devoit passer dans le voisinage une Compagnie de Marchands*, avec des Marchandises qu'ils apportoit de la Foire de *Dantzic*, se mirent en embuscade dans un lieu commode, tombèrent sur le convoi, & pillèrent tous les effets, qu'ils trouvoient à leur gré, sans que le Duc eût aucune connoissance de ce qui s'étoit passé. Les Marchands ayant gagné la Ville voisine de *Cöslin*, où ils avoient leur établissement, se plaignirent au Magistrat, & à tous les Citoyens qui voulurent les entendre, de la violence qu'on leur avoit faite, & assurèrent bien positivement qu'ils avoient été pillés par des gens de la Cour, qui s'étoient réfugiés avec leur butin au Château de *Zanau*. L'émotion que cette nouvelle causa parmi la Bourgeoisie, qui couroit de toutes parts aux armes, ne permit pas au Magistrat de prendre dans cette occasion le parti le plus sage, & le plus modéré, c'étoit d'envoyer une Députation au Duc pour lui exposer le fait, & pour lui demander une bonne & prompte justice. Aux instances des plaignans, qui étoient soutenus par la Bourgeoisie, on fit partir sur le champ une troupe de gens de pied & de cheval, qui furent chargés de saisir & d'amener les brigands, ce qui n'empêcha pas qu'on ne leur recommandât aussi, de n'user d'aucune violence. Je m'imagine que cette clause fut ajoutée par le Magistrat, qui n'approuvoit point une pareille levée de bouclier. Au reste comme il n'étoit pas possible de saisir les brigands sans qu'il y eût des coups donnés, il étoit aussi très naturel de présumer qu'une po-

pulace

(9) En 1480. Le Chateau de *Zanau*, qui ne subsiste plus, étoit situé sur la Montagne, qui les gens du pays appellent le *Gollenberg*, à un mille d'Allemagne de la ville de *Cöslin*.

* *Klemkau*,
p. 262.
Micral, L. III.
p. 299.



populace armée, & transportée de fureur, ne feroit pas une semblable expédition sans user d'une très grande violence. Quoiqu'il en soit, les troupes étant arrivées au Village de *Zanau*, & y ayant appris que les brigands étoient effectivement rentrés dans le Château *, l'entourèrent de tous côtés, afin que personne ne leur échapât, pendant que les plus furieux se jetèrent dans la cour, criant à tue-tête qu'il falloit assommer tous ces coquins. Le Duc qui ne pouvoit comprendre, ni, qui étoit cet ennemi, ni pourquoi on venoit l'attaquer si brusquement, fût extrêmement surpris, de se voir tant de gens armés sur les bras. Cependant, comme il étoit fort brave de sa personne, il ne perdit point contenance; & quoiqu'il n'eût autour de lui que cinq ou six Gentilshommes, il ne laissa pas que de donner si vertement sur les Bourgeois, qu'il vint à bout de les chasser du Château. Après qu'on eut levé le pont & fermé la porte, le Duc leur demanda par une embrasure ce qui les avoit amenés, & pourquoi on venoit l'attaquer à main armée. Les Bourgeois répondirent, que des Marchands de leur Ville avoient été pillés dans le grand chemin, par des gens de sa suite, qui se trouvoient actuellement dans le Château; & qu'ils étoient venus demander, qu'on leur livrât ces brigands. Le Duc les assura là-dessus qu'il n'avoit aucune connoissance du fait; il ajouta, qu'ils devoient se tranquilliser, & que, pourvu qu'ils lui nommassent les coupables, il en feroit un châtiement exemplaire, de quelque condition qu'ils pussent être. Une réponse si raisonnable ne contenta pas les Bourgeois. Le détachement étoit fort. Les Marchands ne vouloient, ni attendre, ni recevoir du Duc, une justice qu'ils étoient en état de se rendre eux-mêmes sur le champ. La populace aussi ne vouloit pas qu'il fut dit, qu'elle eut fait une expédition inutile. Ainsi les troupes ayant repris courage, assaillirent le Château, abbatirent le pont-levis, rompirent la porte, & rentrèrent dans la cour les armes à la main. Le Duc s'avança à la vérité pour les repousser, & blessa même plusieurs des ennemis; mais il auroit péri à son tour sous la main d'un Bourgeois, qui allongeoit déjà sa halebardé pour le percer, si le Capitaine du Château, *Adam Podewils*,

* *Klemzau*,
P. 163.



n'avoit paré le coup, & terrassé le Bourgeois. 'A la fin il falut céder au nombre. Le Duc ayant été blessé, avec rous les gens de sa suite qui s'étoient mis en défense, fut contraint de se rendre prisonnier. Comme le détachement ne s'étoit pas pourvû de voitures, & que les blessés n'étoient pas en état de suivre, ni à pied, ni à cheval, quelques Bourgeois coururent au Village, firent décharger des chariots qui mennoient du fumier, & y placèrent le Duc avec toute sa suite, qu'ils conduisirent ainsi en triomphe à *Cöslin*. Je m' imagine qu'on n'oublia pas de mettre aussi sur les chariots, ce que les Jurisconsultes appellent le *Corpus delicti*, c'est à dire, les Marchandises qu'on dûtt retrouver dans le Château; mais les Historiens n'en font aucune mention. Quoiqu'il en soit, pendant que tout cela se passoit à *Zanau*, le Magistrat, & les notables de la Ville de *Cöslin*, étoient en attendant dans de grandes perplexités, sur l'issuë d'une si folle entreprise. Comme ils promenoient leurs inquiétudes dans la place du Marché *, & qu'ils attendoient avec la dernière impatience des nouvelles du détachement, ils virent arriver un Huissier, auquel les troupes avoient fait prendre les devants, pour porter à leurs Concitoyens la nouvelle de la glorieuse victoire qu'elles venoient de remporter. L' Huissier arriva en sautant & en dansant, & criant de toute sa force : *Victoire, victoire, nous avons pris tous les brigands ; nos gens les amenant, & le Duc avec eux*. La maniere dont il s'exprima, indiquoit qu'on amenoit les brigands, & leur chef.

Cette nouvelle fut comme un coup de foudre, pour tous ceux qui prévoyoit les fâcheuses suites qu'une pareille violence ne manqueroit pas de traîner après soi. Dans une circonstance si délicate, les Senateurs ayant consulté un moment avec les principaux Bourgeois, & voyant que l'émotion de la populace étoit trop grande, pour qu'il falut penser à relâcher sur le champ les prisonniers, prirent le parti d'aller au devant du Duc hors des portes de la Ville. Celui qui portoit la parole pour tous les autres, le pria humblement de descendre du chariot pour se rendre à une auberge que le Magistrat lui avoit fait préparer,

&

* *Klemenz*,
p. 164.



& d'agréer le bon traitement que la Ville lui feroit selon ses moyens, l'assurant au reste qu'il ne lui arriveroit aucun mal, pourvu qu'il consentit de demeurer tranquillement dans la maison, avec sa suite, jusqu'à ce qu'on eut trouvé le moyen d'appaier l'émeute du peuple. Cet arrêt où le Duc n'avoit été mis que pour la forme, ne fut aussi que de quelques jours, pendant lesquels le Magistrat n'épargna rien pour lui faire oublier le violent outrage qu'il avoit souffert. * En attendant, le bruit se répandit par toute la Poméranie, que *Bogislas* étoit détenu prisonnier à *Cöslin*. La renommée qui se plaît ordinairement à grossir les objets, ajouta même qu'il avoit été assoimé par les mutins. Comme le Duc étoit fort aimé, soit à cause de son bon caractère, soit parce qu'il étoit le seul Prince qui restoit de la maison de Poméranie, tout le país se mit en mouvement pour délivrer son Souverain, ou pour venger sa mort. Comme le Magistrat reçut dans la Ville les Gentilshommes qui accouroient de toutes parts avec leurs vassaux, le Duc se vit en état de faire un exemple des séditieux, qui l'avoient traité avec tant d'indignité. Mais il préféra de donner lui-même un exemple de clémence & de modération. Soit qu'il eut été fléchi par les soumissions du Magistrat, soit qu'il comprit que les Gentilshommes de sa Cour avoient le plus de tort dans cette affaire, comme ayant été les agresseurs, il ne voulut pas qu'il y eut du sang répandu, ni que personne fut flétri, ou puni corporellement, à son occasion. Il consentit même que *Martin de Fregeno*, Evêque de *Camin*, *Henning Borcke*, *Carsten Fleming*, *Werner Schulenburg*, & quelques autres Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, accommodassent l'affaire avec le Magistrat, & la Bourgeoisie, mais d'une manière que l'autorité du Souverain n'y fut point commise. Il eut tout sujet d'être content de la sentence que ces arbitres prononcèrent (*). Elle portoit en substance ;

* *Klemzau*,
P. 165.

1. Que la Bourgeoisie se désisteroit d'une somme de quelques mille florins qu'elle avoit avancés au Duc *Eric* pendant les dernières guerres,

N n n 2

(*) *Klemzau*, ubi sup. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.



guerres, & qu'elle payeroit de plus au Fisc une amende de 3000. florins.

2. Que le Duc seroit reçu dans la Ville avec toute sa Cour, & une escorte de 200 Cavaliers, & qu'il y seroit défrayé pendant quelques jours aux dépens de la Bourgeoisie.

3. Qu'on abbatroit la porte par où le Duc avoit été conduit prisonnier, afin qu'il put entrer par la brèche.

4. Que le jour fixé pour l'entrée, le Clergé & les Compagnies Bourgeoises sortiroient de la Ville, en procession, précédés de la Croix, des Drapeaux & des Etendarts, & qu'aussi-tôt que le Duc seroit en présence, ils se prosterneroient tous en terre, lui demandant grace & merci, & le priant pour l'amour de Dieu de leur pardonner leur forfait.

5. Qu'enfin le Corps de Ville présenteroit à la Duchesse un joyau, avec une bourse de 200 florins.

Tous ces Articles furent fidèlement exécutés par la Bourgeoisie, qui avoit encore sujet de se féliciter d'en être quitte à si bon marché. Au reste cet accident, bien loin de déranger le Plan que *Bogislas* avoit formé dès le commencement de sa régence, ne servit qu'à en accélérer l'exécution. Il comprit qu'il falloit remédier à quelque prix que ce fut aux brigandages que la Noblesse commettoit jusques sous les yeux du Maître, & apprendre aussi au Bourgeois à ne se point rendre justice à lui-même. En conséquence, il ordonna au Conseil qui venoit d'être établi tout nouvellement, d'écouter toutes les plaintes, de décider les causes avec équité, & sans aucune acception de personnes. Il s'agissoit après cela de faire respecter & exécuter les Arrêts de ce Tribunal. La chose n'étoit pas facile, parce que les Princes de l'Empire n'avoient alors point de troupes réglées. Les Villes se montroient toujours prêtes à fournir leur contingent, quand il s'agissoit d'aller raser quelque Château qui servoit de retraite à des brigands ; mais ces troupes se re-

tiroient



tiroient quand on vouloit les mener au siège d'une autre Ville. La Noblesse au contraire ne manquoit jamais de se rendre à l'assignation, quand il étoit question de faire quelque entreprise sur une Ville, mais elle ne vouloit pas qu'on l'employât à soumettre un Gentilhomme. D'ailleurs, comme elle ne servoit qu'à cheval, elle n'étoit point du tout propre pour faire le siège d'une Ville.

Le Duc toujours occupé du bien public remédia à cet inconvénient, en faisant agréer aux États, qu'il mit sur pied une Compagnie de 200 Gens-d'armes qui furent choisis parmi la Noblesse du pays. On n'eut égard* en formant cette Compagnie, ni à la jeunesse, ni à la bonne mine des sujets qui se présentoient ; *Bogislas* voulut qu'elle ne fut composée que de gens d'âge & d'expérience, qui eussent non seulement du service & de la valeur, mais aussi de l'honneur & de la probité ; il vouloit, dit *Klemenzau*, qu'on pût les employer également au poil, & à la plume. Ce petit Corps de troupes réglées, qui paroissoit à peine suffisant pour emporter une bicoque, ne laissa pas que de rendre de bons services tant au Prince, qu'à l'État. Premièrement, elles nettoyerent parfaitement les grands chemins, en sorte qu'on pouvoit voyager d'un bout de la Poméranie à l'autre, sans aucune appréhension d'être, ni pillé, ni insulté ; 2. Quand un Gentilhomme avoit refusé de se rendre aux sommations du Conseil, ou d'obéir à ses Arrêts, ce qui arrivoit souvent dans les commencemens, les Gens-d'armes qui connoissoient parfaitement le pays, alloient se mettre en embuscade dans les Villages, ou dans les forêts voisines du Château du Gentilhomme, & l'épioient si bien qu'il étoit enfin enlevé au dépourvû. Si le Gentilhomme qu'ils guettoient, leur échappoit, ils alloient mettre le feu à ses granges, à ses métairies, & éloignoient ceux qui accouroient pour éteindre les flammes, de sorte que le délinquant ne pouvoit éviter une ruine totale, qu'en allant se remettre à la merci du Duc, & de son Conseil. 3. Les Gens-d'armes n'étoient pas moins redoutés dans les Villes, parce qu'au premier ordre qu'ils en recevoient, ils alloient se

* *Klemenzau*,
P. 153.



rendre maîtres de toutes les avenues, & faisoient si bonne garde, qu'il ne pouvoit rien entrer dans la Ville, ni en sortir; ce qui entraînoit nécessairement après soi la suspension du commerce, & le manque de vivres.

Après cela, *Bogislas* ne se reposoit pas tellement sur la vigilance de ses Gens-d'armes, qu'il ne se donnât souvent la peine de battre lui-même la Campagne, & de veiller en personne à la sûreté des grands chemins.

* *Klemzau*,
p. 159.

† p. 149.

Malheur au brigand qu'il attrapoit en flagrant délit; car il le faisoit pendre sur le champ & sous ses propres yeux. En cela, dit encore *Klemzau*, † il marchoit sur les traces de son Oncle *Wratislaf*, qui étoit aussi grand ennemi des brigands, & qui en avoit si bien purgé son pays, qu'il disoit à ses païsans: *Mes enfans, gardez vos vaches du loup; j'auray soin de les garder des voleurs.* Effectivement ce qu'il fit à l'égard d'un Capitaine de vaisseau nommé *Eysenborn*, montre qu'il étoit implacable sur cet article. Le fait est assez curieux pour mériter d'être rapporté. (*) Pendant la guerre qui s'alluma entre la Suede & le Danemarck, à laquelle les Ducs de Poméranie ne prirent aucune part, (†) quoique les Villes Anseatiques de leur domination y fussent enveloppées, le Capitaine *Eysenborn*, natif de *Barth*, qui servoit l'une des puissances belligérantes, fit une descente sur les terres du Duc *Wratislaff*, & enleva à ses païsans beaucoup de bétail & de viandes fumées, qui servirent à avitailler son vaisseau. Le Duc qui en fut informé, lui garda cette rancune pendant sept ans tout entiers. Au bout de ce terme, *Eysenborn* qui croyoit la chose oubliée, revint dans sa patrie. Malheureusement pour lui, il fut rencontré par le Duc qui étoit à la chasse, & qui, aussi-tôt qu'il l'eut appercû, lui dit: *Pourquoi dans un tel tems, & dans un tel endroit, as-tu enlevé à mes païsans leurs vaches & leur lard?* Le Capitaine, qui ne s'attendoit pas à un pareil compliment, en fut tout bouleversé. Ayant cependant repris ses esprits

(*) *Klemzau*, p. 149. *Stephani*, L. III. p. 43.

(†) *Wratislaff* N. Duc de *Barth* & de *Rügen* parvint à la Régence en 1457. & mourut en 1478.



esprits, il répondit : *Monseigneur, cela s'est passé pendant la guerre.* Mais le Duc repliqua sans hésiter ; *si nous étions alors en guerre, la paix n'est pas faite aujourd'hui ; ainsi tu payeras cette affaire de ta tête.* (1) *Eysenborn* recourant aux prières & aux supplications, dit au Duc ; *j'espère, Monseigneur, que vous n'en viendrez pas à cette extrémité ; mais, si on me fait quelque violence, j'ay assez d'amis pour venger ma mort.* Toutes ces représentations ne fléchirent point le Duc. Tirant de sa manche une corde dont il se servoit pour arrêter les chiens, il y fit un noeud coulant, & dit à l'infortuné Capitaine : *voilà une cravate pour toi,* (2) *je m'accomoderai avec tes amis, comme je pourrai.* En disant cela, il ordonna qu'on mit la corde au cou du criminel, le fit attacher à un arbre, & fouëtta lui-même le cheval sur lequel *Eysenborn* étoit monté. „ Il fit, dit *Klemm*, beaucoup de pa-
 „ reils exploits, que nos vieillards racontent encore aujourd'hui avec dé-
 „ lèctation. „ Je m'imagine qu'on trouvera dans tout cela beaucoup de
 férocité & de barbarie. Peut-être aura-t-on raison. Je dois avertir
 cependant que les idées ont entièrement changé sur cet article. Dans
 ce tems-là un Prince, ou un Magistrat, ne se deshonoreroient point, en
 exécutant les sentences qu'ils avoient prononcées, & en faisant eux-mêmes
 justice des criminels. Pour le prouver, je n'alléguerai point le cé-
 lebre passage d'*Howedenus* dans lequel on a cru trouver que la charge
 de grand Bourreau étoit autrefois en Angleterre l'une des principales
 dignités des l'Etat. † *Rex Harde Canutus, Alfricum Eboracensem*
Archiepiscopum, Godwinum Comitem, Stir Majorem Domus, Edricum
dispensatorem, Throni summum carnificem, & alios magnæ dignitatis viros
Londinum misit. Le mot de *Carnifex* désignoit dans la Basse Latinité,
 non pas un Bourreau, mais un Boucher. *M. du Fresne* * en donne plu-
 sieurs exemples dans son Glossaire, & les Diplomes de notre Marche
 en fournissent aussi des preuves. (3) Ainsi *summus Carnifex* étoit ce
 qu'on

ub. sup.

Hagenb.
 Germ. Med.
 p. 7
 † *Howedenus,*
 ad an. 1040.

* Tom. I.
 P. 940.

(1) *Du mußt es mit dem Kragen bezahlen.*

(2) *Komm, du mußt in das Loch kucken.*

(3) *Nos Consules de Strunzeberg presentibus recognoscimus & protestamur, quod nos mac-
 cella*



qu'on appelloit autrefois le *grand Queux*, ou comme nous le dirions aujourd'hui, le *grand Maître de la Cuisine*. Mais au reste, on voit dans l'Histoire d'Allemagne qu'il n'y avoit autrefois point de gens établis d'office pour exécuter les criminels. Ainsi *Keysler* (*) rapporte une sentence de l'an 1400. qui charge le demandeur de pendre de ses propres mains un brigand qu'il avoit fait arrêter, ou de trouver quelqu'un qui en fit l'office. On y voit encore que, dans la plupart des Tribunaux, c'étoient les plus jeunes des Juges, ou des Assesseurs, qui exécutoient les criminels. *Schottelius* cite par exemple une ancienne ordonnance, qui porte que les plus jeunes des Juges prendront le criminel, & le pendront sept pieds plus haut qu'on ne pend les autres voleurs. (†) Enfin c'est un fait connu, qu'Henri Duc de Meklenbourg qui vivoit sur la fin du XIV. siècle, & qui faisoit les délices de ses sujets à cause de ses excellentes qualités, étoit enflammé, pour me servir des termes de *Krantzius*, (‡) d'un tel zele pour la justice, qu'il pendoit de ses propres mains tous les brigands qu'il prenoit sur le fait. On l'appelloit pour cette raison *Henri l'étrangleur*, *Suspensor*, ou *Jugulator*. Si après ces éclaircissemens on trouvoit encore quelque chose de dur & de rustique dans cette manière de procéder, bien qu'elle fut généralement établie, je pourrois ajouter aussi qu'il y a dans tout cela plusieurs choses qui me paroissent purement arbitraires; peut-être serois-je même en état de prouver que

NOUS

cella nostra in Struzberg, olim nostris summius adificata, ipsi carnificibus demum reliquimus. Diploma ap. *Berman. Hist. Anh. Tom. I. p. 195. Districte precipimus & volumus ne ipsi carnifices carnes putridas, corruptas, sophisticas, in eorum macellis vendendo exponant.* Ibid.

- (*) *Keysler*, p. 165. ex *Wöhneri Obs. prat. in voce Beschnen.* So mücht er den hengen mit seiner selbst hand; oder ob er jemand hätte, der das vor ihm thate.
- (†) *Schottel. de Ant. Germ. Jur. cap. XXIX. §67. ex Münsteri Cosmogr. Lib. III. p. 311.* in veteri ordinantia lauten die Worte also: Zwei junge frey Schoppen sollen ohn nehmen, und leiden in sieben Fuß von der Stelle, und hengen ohn sieben Fuß höher, denn einen andern Dieb. *Voy. Keysler, ub. sup. p. 167.*
- (‡) *Krantz. Vand. Lib. IX. cap. 8.*



nous conservons encore plusieurs idées, & plusieurs coutumes qui ne font autre chose que des restes de l'ancienne barbarie. L'idée par exemple que la véritable Noblesse ne peut s'acquérir que par les armes, & qu'on peut l'acquérir, non seulement dans une guerre juste & nécessaire, mais encore dans les guerres les plus injustes, & lorsqu'on ne sert qu'en la simple qualité de volontaire, ou de mercenaire, comme les gladiateurs qui vendoient leur sang & leur vie pour de l'argent. Le préjugé encore, qu'un Gentilhomme conserve & transmet sa Noblesse, pourvu qu'il passe sa vie à ne rien faire, au lieu qu'il se dégraderoit en exerçant un metier honnête & utile à la société ; La fureur enfin des Duels, dans lesquels le plaignant fait en même tems l'office de juge & de partie, & exécute aussi de sa propre autorité l'arrêt qu'il a prononcé ; les loix de l'honneur ne lui permettant pas d'en donner la commission à un autre. Les Grecs, les Romains, les Turcs même ont condamné cent & cent fois cette férocité des peuples du Nord, & nous ne voulons pas nous en corriger. Mais ce n'est pas de quoi il s'agit ici. Pour revenir à *Bogislas*, au moyen des divers arrangemens dont je viens de faire mention, il vint à bout d'une chose que ses prédécesseurs avoient tentée inutilement, c'estoit de faire rentrer la Poméranie dans la dépendance, où les sujets doivent toujours demeurer par rapport au Souverain, dans un Etat bien réglé. La Justice s'administroit fidèlement dans les Tribunaux, les grands chemins étoient sûrs, la Noblesse & les Villes jouissoient d'une profonde paix, & vivoient ensemble dans une parfaite union. Tout cela s'exécuta même d'une manière qui au lieu de révolter les sujets, ne servit qu'à les captiver de plus en plus. Le Duc, les Membres du Conseil, & même les simples Gens-d'armes étoient regardés par les gens de bien, comme autant d'Anges tutélaires, que la Providence leur avoit suscités pour les maintenir dans une tranquille possession de ce qui leur appartenoit, pendant que la crainte d'un châtimement prompt & rigoureux obligeoit les brouillons & les scélérats, à se tenir en repbs, & à supprimer leurs mauvaises intentions.



L'autre avantage que *Bogislas* procura à ses Etats, & qui n'étoit pas moins considérable que le premier, fut qu'il trouva le moyen de rétablir le crédit public, avec ses propres finances. Les revenus des Princes Allemands consistoient dans ce tems-là, 1^o. Dans les Domaines. C'étoient des Villages, des terres, des forêts, & d'autres biens fonds qui appartenoient en propre au Souverain, & qu'on désigne ordinairement sous le nom de Bailliages. 2^o. Dans la Taille que les Villes payoient, tant pour les maisons des Bourgeois, que pour les terres & jardins qui en dépendoient. 3^o. Dans le Péage, qu'on levait sur les voyageurs, & sur les marchandises, qui entroient, ou qui sortoient par terre ou par eau. La Noblesse & le Clergé étoient francs de tout Droit. Cependant, quand le Prince savoit ménager les Etats, & gagner leur affection, il en obtenoit souvent des Dons gratuits, auxquels la Noblesse, le Clergé, & les Villes, contribuoient à proportion de leurs facultés. Tous ces revenus, fixes ou casuels, des Ducs de Poméranie étoient en eux-mêmes très peu de chose. Mais *Bogislas* les trouva d'ailleurs ruinés & réduits à rien, tant par la mauvaise administration, que par la longue guerre que le pays avoit soutenuë, contre l'Electeur de Brandebourg & ses alliés. La plupart des Domaines avoient été vendus ou engagés pour subvenir aux fraix de la guerre; il y en avoit d'autres, qui avoient été usurpés par des particuliers, au milieu du trouble & de la licence que la guerre porte ordinairement avec soi. Les Tailles & les Péages étoient hypothéqués pour la plupart, ou à la Noblesse, ou à quelques villes Anseatiques, pour la sûreté de leurs avances. Le pays aussi, qui étoit pauvre & ruiné, n'étoit guères en état de faire des dons gratuits au Prince, pour l'aider à remettre ses affaires, & à se libérer des dettes dont il étoit chargé. La Duché de *Stettin*, qui étoit la Province la plus riche du pays, * rapportoit à peine 5000 florins, & c'étoit là ce qu'il y avoit de plus liquide dans les revenus du Duc. Mais ce petit revenu qui lui restoit, étoit d'ailleurs si mal administré qu'il n'en entroit que la moindre partie dans les coffres du Prince. † Le Lib. III. p. 300. 301. Trésorier recevoit & payoit sans tenir aucun compte; on s'en rapportoit

* *Stephani*,
Lib. III. p. 14.

† *Micralius*,
Lib. III. p.
300. 301.

roit à sa bonne foi ; & selon les apparences, il n'étoit guères possible d'en user autrement, parce que dans ce tems là, les Ecclésiastiques étoient à peu près les seuls, qui fussent lire & écrire, tant en Poméranie que dans la plus grande partie de l'Allemagne. Il faut entendre ce que *Klemm* rapporte sur ce sujet * avec la naïveté qui lui est ordinaire, & comme témoin oculaire de la chose. *Le Trésorier tiroit les revenus du Souverain sans en tenir aucun compte, & ne donnoit au Prince que ce qu'il trouvoit à propos. Afin que les payemens qu'il faisoit parussent beaucoup, il avoit soin de mettre tout l'argent qu'il devoit payer, en petite monnoye, dont on remplissoit de grands sacs ; de sorte qu'il falloit quelquefois plusieurs chariots pour les transporter. Avec cela le Trésorier avoit la précaution de faire glisser secrètement quelques piéces d'or au maître, qui trompé par cet appât, disoit que ces bonnes gens donnoient beaucoup, & qu'il falloit bien qu'ils gardassent quelque chose pour eux ; d'où il arrivoit que les comptes même du Receveur, quand il juroit à propos d'en produire, étoient approuvés & quittancés sans aucun examen.*

* p. 159. 152.

Le mauvais état où étoient depuis longtems les finances des Ducs de Poméranie, les avoit réduits à mener une vie ambulante, qui ressembloit assez à celle des Bohémiens. Ils se transportoient continuellement d'un lieu à l'autre, & vivoient partout aux dépens du public. Comme les plus grandes richesses de l'Etat étoient entre les mains du Clergé, & que d'ailleurs la guerre l'avoit épargné plus que les autres sujets, les Ducs avoient pris insensiblement la coutume d'aller passer avec toute leur Cour (*) quatre, cinq, & jusqu'à six mois de l'année, dans quelque des riches Abbayes que leurs Ancêtres avoient fondées. Le prétexte le plus ordinaire de les visiter, étoit que la Cour vouloit prendre le plaisir de la chasse dans le voisinage, & délivrer le Païsan des bêtes sauvages qui ruïnoient ses moissons. Mais comme les chasseurs & leur suite étoient défrayés en attendant des revenus de l'Abbaye, on sent

O o o 2

bien

(*) *Klemm*, p. 157. *Cramer*, Lib. II, cap. 46. p. 118.



bien que le Couvent devoit souffrir beaucoup plus de ces viſites, que le gibier. Ce qu'il y avoit ici de plus fâcheux encore, c'eſt que les Domeltiques du Prince, qui ſervoiſent pour la nourriture & pour le vê-
 † *Klemzeu*, rement, † & ſans tirer aucuns gages, ſe croyoient en droit de pren-
 P. 152. dre ſur le païſan, les appointemens qu'ils devoient tirer du Maître, pillant tout ce qu'ils trouvoient à leur bienſéance, foulant les ſujets, & en uſant en un mot ſur les terres des Monaſtères, comme s'ils avoient été en païs ennemi.

Le Conſeil que *Bogislas* avoit choiſi, & auquel il avoit donné ſa confiance, tira bientôt les affaires de la conſuſion & de l'embaras où elles étoient, & mit les finances en un ſi bel ordre, que le Duc paſſa bientôt pour l'un des Princes de l'Allemagne, qui entendoit le mieux l'Oeconomie. (*) On commença par dreſſer un Etat exact & détaillé des revenus actuels du Duc, qui promit de ſon côté d'y proportionner ſa dépenſe. C'étoit déjà une avance conſidérable. Il n'eſt pas poſſible qu'un particulier, encore moins un Prince, remette ſes affaires, ni qu'il acquitte les vieilles dettes, auſſi-longtems qu'il vit d'une manière qui le réduit à la néceſſité d'en contracter tous les jours de nouvelles. On congédia les vieux Tréſoriers dont j'ay parlé, pour établir en leur place des Receveurs entendus & fidèles, & on crut ne pouvoir mieux faire à l'un & à l'autre de ces égards, que de confier la recepte des deniers publics à des Eccléſiaſtiques. Il eſt vrai que ce n'étoit pas tout à fait le but de leur inſtitution. Notre Seigneur avoit tiré des Apotres de la maltôte : il ne paroît pas que ſon intention ait été qu'on les y fit rentrer. Mais je m'imagine qu'on ne pouvoit faire autrement. J'ay déjà remarqué qu'il n'y avoit guères en Poméranie que le Clergé qui ſut lire & écrire, & qui ſut par conſéquent en état de dreſſer des Actes, & de tenir des Comptes. D'ailleurs les Eccléſiaſtiques paſſoient pour honnêtes gens ; & il en ſaloit pour ſavoir au juſte ce que chaque branche des revenus du Prince pouvoit rapporter. Enfin ces nouveaux Receveurs ſervoiſent preſque ſans

(*) *Klemzeu*, p. 155. *Cramer*, ub. ſup.



sans gages, parce qu'ils avoient l'espérance d'être pourvus de quelcun des bénéfices, qui étoient à la disposition du Maître.

Après avoir fait ces arrangemens, on pensa aux moyens d'augmenter les revenus du Duc, mais d'une manière que le Public n'en souffrit point. On rétablit la Monnoye ; & on la mit sur un si bon pied, que ce seul article fit monter d'un quart les revenus du Prince. Le Conseil aussi revendiqua les Domaines, dont des particuliers s'étoient emparés pendant les troubles, sans titre légitime ; & la chose se fit avec l'agrément des États, qui consentirent encore d'avancer au Duc, toutes les sommes dont il pourroit avoir besoin, pour racheter les Domaines & les autres Droits qui avoient été engagés & hypothéqués pour subvenir aux fraix de la guerre. Enfin on fit entendre aux Abbayes & aux Chapitres, que s'ils vouloient se taxer de leur bon gré à une certaine somme, * qu'ils pourroient fournir en argent & en denrées, le Duc promettrait de son côté de ne plus aller s'établir chez eux avec sa Cour, & que, lors même qu'un voyage, une expédition, ou quelque autre nécessité urgente, l'obligeroit à prendre son logement dans le Monastère, il n'y demeureroit jamais au delà de trois jours. Il est facile de juger, par ce que j'ay dit plus haut, que la proposition fut acceptée avec joye, & ces contributions volontaires du Clergé, suffirent pour entretenir magnifiquement le Duc avec toute sa Cour. Tout cela se fit par les avis de *Verner Schulenburg*, qui étoit l'ame du Conseil, & ayant en particulier la direction des finances, eut aussi le principal honneur de les avoir remises sur un bon pied. Mais il faut avouer après cela, que ce Ministre fit entrer le Duc dans des détails, qui pouvant être nécessaires & indispensables dans le commencement, commirent ensuite la grandeur d'un Prince Souverain, qui ne doit point lésiner sur des minuties, ni pousser l'économie à un point qui détruise la circulation des espèces, & qui fasse des coffres du Maître, une espèce de gouffre & d'abîme, où tout entre, & d'où rien ne sort. On a vu plus haut que, lorsque *Bogislas* parvint à la Régence,

Miscel. p. 300.

* *Klemm,*
p. 157. *Cramer,*
ib. sup.



il trouva son Païs, & ses finances entièrement ruinées. (*) Comme l'argent étoit depuis longtems extrêmement rare en Poméranie & surtout à la Cour, il étoit arrivé de là, que lorsque le Duc résidoit dans quelcun de ses propres Châteaux, les Maitres d'Hotel, qui n'étoient jamais en état de faire des provisions à propos, tiroient des Villes les plus voisines, les denrées & les marchandises dont on avoit besoin; & ils les achetoient ordinairement à un prix excessif, parce qu'ils étoient obligés de les prendre à crédit, & que le paiement en étoit toujours fort lent, & souvent très incertain. Pour remédier à cet inconvénient, *Schulenburg* prit divers arrangemens qui firent beaucoup crier le sujet. Il établit, par exemple, au nom du Prince des Brasseries, des Boulangeries, des Boucheries, & des Magasins qui fournissoient la Cour de tous les vivres qui s'y consommoient. Il envoya des facteurs aux foires de *Dantzic*, de *Francofort*, & de *Leipsig*, pour y acheter de la première main les vins, & les autres marchandises, que le païs ne fournissoit pas. Enfin, pour empêcher autant qu'il étoit possible la sortie des especes, il fit équiper encore plusieurs vaisseaux, qui portoient en *Hollande*, du grain, & du bois de charpente, pour en rapporter des Draps, des Toiles, des Epices, &c. Cet esprit de ménager donna beaucoup de mécontentement aux Villes Anseatiques de la Poméranie, qui depuis plus de deux Siècles étoient en possession de fournir le païs de toutes les marchandises dont il avoit besoin. Les Marchands de *Stralsund* en particulier, voyant que les plaintes & les représentations qu'ils avoient faites sur ce sujet pendant plusieurs années, étoient toutes inutiles, prirent enfin le parti d'arrêter en 1510. trois Vaisseaux chargés de grain que le Duc envoyoit en *Hollande* pour son compte (**); & pour justifier une entreprise si hardie, ils osèrent même lui exposer, qu'il ne convenoit point du tout à un Prince Souverain d'équiper des Vaisseaux Marchands, & qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'ériger en négociant, sans porter atteinte aux droits

(*) *Klemm*, pag. 158. *Micralius* p. 301.

(**) *Klemm*, p. 168. *Micralius*, Lib. III, p. 316. 317.



droits des Villes Anféatiques, qui tenoient de fes Ancêtres, le Privilège exclusif de négocier dans le païs. Mais *Bogislas*, qui avoit les mains plus longues que fes Prédéceffeurs, n'étoit pas homme à plier. Il contraignit la Ville de *Stralsund*, non feulement à lui reftituer fes Vaisfeaux, mais encore à lui payer une amende de 3000 Florins, & à fe démettre de la haute & baffe Juftice des Villages, qui appartenoient à la Ville. En conféquence des divers arrangemens dont on vient de faire mention, *Bogislas* fe vit bientôt au large ; & au bout de quelques années *, il eut payé les dettes que fes prédéceffeurs lui avoient laiffées, rembourfé les fommés qu'on lui avoit avancées, & fait encore des épargnes confidérables. Au refte l'oeconomie que *Schulenburg* avoit introduite à la Cour, n'empêchoit pas qu'on n'y fit une grande dépenfe. Le Duc aimoit beaucoup l'éclat, & fi j'ofe le dire, le fafte (*). Prenant plaifir à voir beaucoup de monde, & encore plus à en être vû & regardé, il vouloit que tout fut magnifique chez lui, fa Cour, fa Table, fes Equipages, fes Ecuries. Comme il entretenoit dans cette vuë un grand nombre d'Officiers & de Domeltiques, qui étoient bien & largement payés, il prétendoit auffi que tous ceux qui étoient à fon fervice, lui fifsent honneur de ce qu'il leur donnoit. Les Courtifans qui connoiffoient fur cet article le goût, dirai-je, ou le foible de leur Maître, étoient obligés de s'y accommoder, s'ils vouloient en être regardés favorablement ; & le grand Maître *Schulenburg* leur donnoit certainement bon exemple, s'il eft vrai, comme l'affure *Klemm*, † qu'il ne fortoit jamais de chez lui, qu'il ne fut accompagné de feize Cavaliers tout au moins. *Bogislas* abhorroit d'ailleurs la folitude ; incapable de s'occuper dans fon Cabinet, il lui faloit de ces récréations bruyantes qu'un Prince ne peut fe procurer qu'à grands frais, parce qu'elles demandent de grands préparatifs, & qu'elles occupent beaucoup de monde. Ses divertiffemens les plus ordinaires, * étoient la Chaffe, & la Muftique. Je m'imagine que cette Muftique étoit des plus bruyantes ; le même Hiftorien aver-

* *Klemm*,
p. 157.

† p. 160.

* *Klemm*,
p. 157.

(*) *Klemm*, p. 152. 318. 319. *Mirvalius*, Lib. III. p. 332.

tifiant



* p. 160. rissant * que *Bogislas* entretenoit deux Timbaliers, douze Trompettes, avec une foule d'autres Musiciens, entre lesquels il y en avoit plusieurs qui jouoient de la harpe, ou qui touchoient les orgues. Enfin † *Klemzau*, 160. 317. 310. il ne se passoit presque point d'année, où le Duc ne donnât à sa Cour, tantôt un tournoi, un carrousel, une course de chevaux, ou quelque autre divertissement de cet ordre. Comme il avoit soin d'y faire inviter la principale Noblesse du pais, & qu'il y avoit ordre de la bien recevoir, & de la défrayer de tout, les Gentilshommes, pour répondre à cet honneur, n'oublioient pas de paroître à la Cour, avec des livrées & des équipages magnifiques, & d'y faire belle dépense, d'autant plus que c'étoit le vrai moyen de gagner les bonnes grâces du Duc. On comprend facilement par ce détail, que si les Marchands ne gagnoient pas beaucoup avec le Souverain, ils devoient cependant faire des ventes considérables à la Cour & à la Noblesse; & on ne doutera pas après cela, de ce que les Historiens assurent unanimement, savoir que le Commerce fut sur un pied très florissant en Poméranie pendant le gouvernement de *Bogislas*. *L'argent*, disent-ils, *rouloit à la Cour, & se répandoit de là dans tout le pais, principalement dans les Villes de commerce.*

Je vais rapporter présentement quelques uns des événemens les plus remarquables de la vie de *Bogislas*. En 1486. il accorda la Princesse *Catherine* sa sœur, à *Henri*, surnommé le *Mauvais*, (2) Duc de Brunswick, & la conduisit lui-même à son Epoux, s'étant fait accompagner dans ce voyage de mille Cavaliers (4) qu'il avoit tirés de la principale Noblesse de son pais. En cela il suivoit le penchant qu'il avoit à la magnificence, & peut-être que dans toute autre occasion, cette splendeur auroit fort incommodé son futur beau-frère. Mais,

comme

(2) *Heinrich der Quade*. Voyez *Reithmeier, Chron. Brunsw. T. II. p. 321. Michaelis, Lib. III. p. 301. Eikhstedt, p. 112. Bothenius Chron. Brunsw. ap. Leibnitz, in Script. Rer. Brunsw. T. III. p. 422.*

(4) *Klemzau* dit 900 Lances, p. 169.



comme celui-ci étoit en guerre avec la Ville de *Hildesheim*, qui étoit soutenuë par celles de *Brunswick*, de *Lünebourg*, de *Magdebourg*, de *Goslar*, & par quelques Seigneurs *Westphaliens*, un renfort de mille hommes, qui étoient tous des gens d'élite, le rendit redoutable à ses ennemis. On consentit de part & d'autre, que le Duc de Poméranie s'entremît pour un accommodement, & les Conseillers qu'il avoit amenés avec lui, proposerent des conditions si raisonnables, que la paix se fit à la satisfaction réciproque des parties. Il ne faut pas que j'oublie ici une de ces Anecdotes, dont l'Ouvrage de *Klemm* est rempli, mais qu'il tenoit toutes de bon lieu, & comme on dit, de la première main, parce qu'ayant passé sa vie à la Cour des Ducs de Poméranie, il avoit été témoin de la plupart des faits qu'il rapporte. „ La Princesse *Catherine*, dit-il, * étoit belle, mais fort grande, de sorte que le Duc, qui étoit d'une taille au dessous de la médiocre, paroissoit auprès d'elle un Nain. Le Duc, quoique fort petit, ne laissoit pas d'être fort emporté, & dans ses vivacités il menaçoit quelquefois la Princesse de la battre. Quand elle le voyoit dans un de ces transports, elle le faisoit au corps, l'élevoit en l'air, & le posoit ensuite à terre en lui disant : (b) *Tenez-vous en repos, mon cher Monsieur, & ne vous fâchez pas si facilement.* Le tenant ainsi serré contre le plancher, elle ne le lâchoit pas qu'il ne fut apaisé, & qu'il n'eût fait la paix, qu'il acceptoit à la vérité, mais qu'il ne gardoit pas longtems. „ Je m'imagine pourtant que ces réconciliations, pour être fréquentes, n'en étoient pas moins sincères; car il nâquit plusieurs enfans de leur mariage. (c) „ Ils tiroient tous, ajoute *Klemm*, du côté de la Mere; „ & le Prince *Christophe* en particulier, qui fut dans la suite Archevêque de *Breme*, avoit huit pieds de haut.

* *Klemm*,
ub. sup.

p. 169.

Pour revenir à *Bogislas*, j'ay dit plus haut qu'il avoit épousé en 1476. la Princesse *Marguerite*, fille de *Frederic II.* Electeur de *Brandebourg*.

(b) *Sitzet, lieber Herr, und zürnet nicht so leicht.*

(c) Sept Princes & deux Princesses. *Rehmer*, ub. sup. p. 864.

Mém. de l'Acad. Tom. IX.

P p p



Klms. p. 173. debourg. Ce mariage ne fut pas heureux. Ce n'est pas qu'il y eut rien, ni dans le caractère, ni dans la conduite de la Princesse, qui dut lui faire perdre l'estime & l'affection que son Mari lui avoit d'abord témoignée. Ce n'est pas aussi que le Duc en usât mal avec elle, ni qu'elle eut à craindre quelque emportement de sa part. Mais elle ne lui donnoit point d'enfans, & il en vouloit avoir à quelque prix que ce fut, parce qu'il étoit le dernier de sa race. Ses Courtisans aussi lui disoient & lui répétoient tous les jours, que ce seroit grand dommage, qu'un si beau país tombât entre des mains étrangères, & qu'une famille si illustre s'éteignit dans la personne d'un Prince, qui faisoit oublier tous ses Prédécesseurs, parce qu'il les avoit tous surpassés. Comme *Bogislas* favoit à n'en pouvoir douter, qu'il avoit un grand don de fécondité, il ne pouvoit se consoler d'avoir épousé une femme stérile. Il arrivoit de là qu'il regardoit la Duchesse avec beaucoup de froideur, boudant quelquefois avec elle pendant des semaines entières, sans qu'elle put lui arracher une seule parole, ni apprendre le sujet de son mécontentement. Cette froideur augmenta de plus en plus, & dégénéra enfin en aversion, lorsqu'après dix ans de mariage il eut perdu toute espérance d'avoir lignée de son épouse, & que de mauvais esprits lui eurent infinué, que la Maison de Brandebourg pour hériter de la Poméranie, avoit pris ses précautions de longue main, & qu'au moyen de quelque bruvage, ou de quelque malefice, auxquels on ajoutoit beaucoup de foi dans ce tems-là, la Princesse avoit été mise hors d'état d'avoir jamais des enfans. En attendant le Duc fauvoit au moins les apparences; il logeoit & mangeoit toujours avec la Duchesse, & lui faisoit rendre tous les honneurs dus à son rang. Mais il arriva en 1486. un incident qui fit un grand éclat, & qui mérite bien d'être rapporté avec quelque détail.

Comme on étoit informé à *Berlin* de la froideur qu'il y avoit entre le Duc & la Duchesse, & de ce qui en faisoit le principal sujet, l'Electeur *Jean* ne fut pas plutôt parvenu à la Régence, qu'il ordonna au Docteur



Docteur *Fritz*, son premier Médecin, de se rendre à la Cour de Poméranie, pour examiner attentivement l'état de la Duchesse, & pour voir s'il n'y auroit pas moyen de la délivrer de certaines incommodités, qui l'empêchoient d'avoir des enfans. Je ne doute point du tout que ce Médecin, qui pouvoit être un fort habile homme, mais qui étoit sans contredit un franc étourdi, n'eut toute la confiance de son Maître. L'Electeur étoit un Prince grand & vigoureux, mais excessivement gros. Comme la graisse l'incommodoit beaucoup, il étoit toujours entre les mains des Médecins, & peut-être des Charlatans, qui le dégraisserent plusieurs fois, sans lui prolonger la vie, qu'il perdit en 1499 n'étant agé que de 44. ans. Quoiqu'il en soit le Docteur *Fritz* étant arrivé à *Ukermünde*, où la Cour de Poméranie se tenoit alors, n'y trouva, ni le Duc qui étoit à une partie de chasse, ni le Grand-Maitre, qui avoit profité de l'absence du Duc, pour aller passer quelques jours à son commandement de *Löknitz*. L'ordre, ou si l'on veut le Cérémonial qu'on observoit alors dans les Cours d'Allemagne, auroit voulu qu'il attendit le retour du Duc pour s'annoncer, où qu'il informât au moins quelque Membre du Conseil, du sujet de son voyage. Mais il crût sans doute que sa qualité de Médecin le mettoit au dessus de toute étiquette, & qu'il devoit avoir les entrées libres à la Cour de Poméranie, comme à celle de *Berlin*. Ainsi il alla descendre sans façon † au Château, & y prit son logement. Les Conseillers qui avoient suivi la Cour à *Ukermünde*, ne pouvoient comprendre qui étoit cet inconnu, qu'ils voyoient entrer chez la Duchesse à toutes les heures du jour, & se promener quelquefois par la Ville tout chamarré de dorures, & regardant tout le monde de haut en bas. Après avoir consulté ensemble, ils se crurent obligés d'aller trouver la Duchesse, pour lui demander qui étoit ce nouveau venu, & à quelle intention il avoit été envoyé. La bonne Princesse leur répondit fort ingenuement, que cet homme étoit le premier Médecin de l'Electeur, & qu'il étoit chargé par son Maître de voir, s'il y auroit moyen de la guérir des incommodités qui rendoient son mariage infructueux. Cette réponse, au lieu de tranquil-

† *Klitzsch*,
p. 174.



liser les Conseillers, ne servit qu'à augmenter leurs soupçons. Ils ne pouvoient comprendre que l'Electeur souhaitât sincèrement, de voir des enfans issus du mariage de sa Cousine avec *Bogislas*, auquel il devoit succéder, supposé que le Duc mourut sans enfans. Ainsi les uns dirent que le prétendu Médecin étoit indubitablement un Espion. Le soupçon étoit ridicule ; un Espion ne se montre pas, & ne réussit qu'autant qu'il trouve le secret de se cacher. D'autres ne doutèrent pas à la vérité que *Fritz* ne fut Médecin, mais ils crurent aussi, qu'au lieu de guérir la Duchesse, il achèveroit de lui faire perdre le don de fécondité. Si la conjecture étoit fausse & maligne, on comprend pourtant qu'elle pouvoit se présenter à des esprits prévenus & mal tournés ; ils attribuoient à l'Electeur, ce qu'ils auroient fait eux-mêmes dans une pareille occasion. D'autres enfin soutinrent que ce Médecin étoit arrivé pour susciter lignée au Duc, & qu'il prenoit avec la Duchesse des libertés, qui ne sont permises qu'à un Mari. C'étoit une détestable calomnie, qui se réfutoit d'elle-même. S'il étoit, comme on le disoit, de l'intérêt de l'Electeur que le Duc de Poméranie n'eut point d'enfans de son Epouse, comment pouvoit-on s'imaginer qu'il voulut lui en procurer par un adultère, & qu'il eut dépêché tout ouvertement son premier Médecin pour faire cette belle oeuvre ? Après une seconde consultation, les Conseillers jugèrent que l'affaire étoit assez importante pour mériter d'être communiquée, sinon au Duc lui-même, au moins au Grand-Maitre, qui étoit dans le voisinage. Malheureusement pour notre Médecin, il y avoit dans ce tems là de la froideur entre les deux Cours, parce que *Bogislas* avoit négligé, & même refusé, de recevoir des mains du nouvel Electeur, l'Investiture de la Duché de *Stettin*, & de confirmer l'expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur toute la Poméranie, exigeant qu'on lui rendit avant toutes choses les Places de *Vierraden*, de *Löknitz*, de *Klempnau*, & de *Torgelau*. A cette occasion l'Electeur avoit fait faire un compliment fort desobligeant à *Schulenburg*, qui servant en même tems deux Maitres, ne pouvoit guères les contenter tous deux, dans une circon-

Micralius, L.
III. p. 302.

Stephani, L.
III. p. 59.

circonstance si délicate. Il arriva de là que *Schulenburg*, n'écoulant que son ressentiment, & voulant faire sentir à l'Electeur, qu'on auroit dû le mieux ménager, commença par ordonner que le Médecin fût mis aux arrêts ; & ayant ensuite exposé la chose au Duc, comme il le jugea à propos, ce Prince qui étoit naturellement défiant & jaloux, entra de grand coeur dans le ressentiment de son Ministre. Le malheureux *Fritz* en fut la victime. On l'enferma dans une tour du Château d'*Uckermünde*, & on l'y fit périr de faim. Le traitement étoit sans contredit des plus cruels, pour une faute qui n'étoit dans le fond qu'une pure étourderie. Mais dequoi ne sont pas capables un Mari jaloux, & un premier Ministre qui se croit méprisé & outragé ? Il faut convenir au reste que la démarche de l'Electeur, qui avoit envoyé *Fritz* à la Cour de Poméranie dans de pareilles circonstances, étoit peu mesurée, quoiqu'elle eut été faite à très bonne intention ; & il eut d'autant plus de sujet de s'en repentir, qu'elle ne servit qu'à rendre la condition de la Duchesse plus mauvaise. Depuis ce tems-là le Duc ne voulût-plus la voir, quoiqu'il ne la laissât manquer de rien.

Microbius, ub.
sup. p. 303.
Klemm, ub.
sup.

Deux ans après il arriva à *Bogislas* un accident, qui fit encore mieux connoître le caractère soupçonneux & défiant de ce Prince. Un jour qu'il étoit à la chasse, & qu'il étoit descendu de cheval pour tuer un grand Cerf, * que les chiens avoient poussé dans le Cimetière du Village de *Lipegard*, auprès d'*Uckermünde*, le Cerf esquiva le coup que le Duc vouloit lui porter, courut sur lui, & le frappa si rudement dans la poitrine d'une de ses cornes, que le poulmon & le foye qui paroissoient au travers de la playe en furent fort endommagés. Le bonheur voulut que les Chasseurs arrivèrent, dans le moment où le Cerf alloit porter au Duc un second coup qui l'auroit inmanquablement achevé. Ils tuèrent le Cerf, & releverent leur Maître qui avoit perdu toute connoissance. Les Médecins qui l'avoient accompagné à la chasse, ayant été mandés en toute diligence, lui firent revenir les esprits, & jugerent à propos de le faire transporter sur un chariot au

en 1488.

* *Klemm*, p.
176. *Microbius*.
L. III. p. 303.



Château voisin d'*Uckermünde*, où l'on fit venir tout ce qu'il y avoit de plus habiles Chirurgiens à *Anclam*, à *Pasewalck*, & à *Stettin*. La playe ayant alors été visitée par les Médecins, & par les Chirurgiens, ils déclarèrent tous unanimement qu'elle étoit des plus dangereuses *, & le Duc eut dix foibleffes consécutives, lorsqu'on se mit en devoir de la nettoyer, & d'y mettre le premier appareil. Comme la Poméranie n'étoit pas dans ce tems là le siège des Sciences, & des Arts, je n'ay point de peine à croire ce que dit *Klemm*, que tous ces Chirurgiens étoient de parfaits ignorans, qui maltraiterent le Duc au lieu de le panser. Il en fournit effectivement deux preuves qui sont si convaincantes, qu'il ne faut pas être du métier pour en juger. Premièrement, ils lui couperent un morceau du poulmon, qui sortoit par la playe, & qu'ils prenoient pour des chairs baveuses. En second lieu, on vit après la mort de *Bogislas*, qu'ils avoient consolidé dans une même cicatrice, le poulmon & les chairs de la playe. Le bon tempérament de ce Prince le tira cependant d'affaire. Après qu'il eut été pendant quelques jours entre la vie & la mort, on le vit revenir & reprendre ses forces, & au bout de quatre semaines, il fut parfaitement rétabli, sans qu'il lui restât rien de ce fâcheux accident, que des oppressions dont il étoit incommodé pendant la mauvaise saison, ou lorsqu'il lui arrivoit de se trop fatiguer. Aussi-tôt que la Duchesse fut informée du malheur qui étoit arrivé à son mari, elle accourut, & lui fit demander avec le dernier empressement la permission de le voir, & de le servir pendant sa maladie. Mais le Duc se montra inflexible; elle eut ordre de s'en retourner, d'où elle étoit venuë. L'infortunée Princesse ne put résister à ce dernier chagrin, qui la jeta dans une langueur, dont elle mourut au bout de quelques mois. (*) L'Electeur de Brandebourg aussi ayant appris que le Duc étoit dangereusement blessé, fit partir sur le champ quelques Gentilshommes de sa Cour, pour aller lui rémoigner combien leur Maître étoit touché de l'accident qui lui étoit

(*) En 1489. *Klemm*, p. 60. 177. *Gramer*, Lib. II, cap. 47. p. 124. *Engel*, p. 112.



étoit arrivé. Je ne doute point qu'ils ne fussent chargés encore, de profiter de l'occasion, s'ils la trouvoient favorable, pour lui inspirer de meilleurs sentimens en faveur de la Duchesse. Quoiqu'il en soit ces Gentilshommes s'étant fait annoncer, *Bogislas* s'imagina que c'étoient des espions, qui, sous prétexte de lui faire un compliment, n'étoient envoyés que pour savoir au juste s'il étoit mort ou mourant, ou s'il y avoit au contraire quelque espérance qu'il put réchaper de sa blessure. Rempli de cette idée il refusa absolument de leur donner audience. Le Conseil qui sentoit parfaitement, combien il importoit de ménager l'Electeur, dans une circonstance si critique, prit le parti d'amuuser les Députés pendant quelques jours, en leur disant que le Duc étoit encore trop foible pour les recevoir. Ensuite on représenta à *Bogislas*, qu'il ne pouvoit renvoyer ces Gentilshommes sans leur donner quelque réponse, bonne ou mauvaise ; & à force d'instances, & de sollicitations on obtint enfin qu'il leur donneroit audience. • Après que le jour & l'heure en eurent été fixés, le Duc tout foible qu'il étoit se fit lever, & porter devant un grand feu de cheminée. Quand il crût avoir pris assez de couleur, il se fit habiller de ses plus beaux habits, & placer sur un fauteuil où il recût les Députés, comme s'il eut été en pleine santé. Aussitôt qu'ils se furent acquittés de la commission dont ils étoient chargés, le Duc crût pouvoir s'écarter cette fois de la Loi qu'il s'étoit prescrite, de ne donner jamais de réponse, qui n'eût été minutée auparavant dans son Conseil. Il leur répondit sur le champ, qu'il remercioit son Cousin de la part qu'il vouloit bien prendre à ce qui lui étoit arrivé, les chargeant au reste de rapporter à l'Electeur, que grâces à Dieu il vivoit encore, & qu'il étoit même hors de danger : en un mot il leur insinua fort clairement qu'il se portoit beaucoup mieux que l'Electeur ne pouvoit le souhaiter, & qu'ils ne devoient pas se flatter de lui porter la bonne nouvelle de sa mort. Les Gentilshommes furent congédiés avec cette réponse, mais au reste le Duc se trouva si mal des efforts qu'il avoit faits pour soutenir cette entrevue, qu'il en eut une longue foiblesse, qui fit encore craindre pour sa vie.

• *Klemzan*
P. 178.

(*) *En*



(*) En attendant le bruit se répandit par toute l'Allemagne, & même dans les pays voisins, que le Duc de Poméranie étoit mort de sa blessure. Sur cette nouvelle *Casimir IV.* Roi de Pologne, jugea à propos d'envoyer à *Stettin* quelques Sénateurs, qui étoient chargés de réclamer les Pays de *Lauenbourg* & de *Bütow*, comme des fiefs relevans de sa Couronne. Les Sénateurs ayant trouvé le Duc plein de vie, mais en duél de son Epouse, lui insinuèrent que le Roi leur Maître avoit de belles Princesses à marier, & lui conseillèrent de jeter ses vûes sur la Princesse *Anne Bogislas*, qui comprenoit que l'Alliance du Roi lui seroit d'un grand appui contre la Maison de Brandebourg, goûta beaucoup la proposition. Ainsi * des que l'année de veuvage fut écoulée, il envoya à

* *Klemm*,
p. 181. en 1490.

Varsovie quelques Seigneurs de sa Cour, qui conclurent le Mariage de leur Maître avec la Princesse, à laquelle ils assignèrent un Douaire de 32000. Ducats, ou florins d'or de Hongrie. La somme étoit exorbitante, dans un tems où l'or & l'argent n'étoient pas aussi communs, qu'ils le devinrent après la découverte des Indes. Mais le Duc † l'avoit lui-même déterminée. N'ayant point eu d'héritiers de sa première Epouse, ne sachant pas s'il en auroit de la seconde, il étoit charmé, dit *Klemm*, de pouvoir charger l'Electeur du paiement d'une grosse pension. La Princesse fut ensuite amenée à *Stettin*, où les Noces furent célébrées magnifiquement, le jour de la Chandeleur; 1491. (**) en présence de la Mère du Duc, & d'une foule de Princes étrangers qui y avoient été invités. La fécondité de cette seconde Epouse lui captiva le coeur de son Mari. Comme elle étoit d'un excellent caractère, elle n'abusa pas de la confiance que le Duc lui témoignoit. Au contraire elle s'en servit pour l'affermir de plus en plus dans la résolution qu'il avoit prise dès le commencement, de ne décider aucune affaire qui fut tant soit peu importante, sans avoir pris premièrement l'avis du Conseil, de sorte que la Poméranie fut parfaitement bien

† *Klemm*,
p. 182.

(*) *Micraeus*, L. III. p. 303. *Klemm*, p. 180.

(**) *Micraeus* mot 1490. ub. sup. Voyez. *Friedberg*, *Historische Beschreibung der*
n° (') *Stadt Stettin*, *Stettin*, 1613. p. 127.

bien gouvernée, aussi longtems que *Bogislas* eut assez de docilité pour se laisser conduire lui-même par sa femme, qui agissoit toujours de concert avec le Conseil. En 1493. *Schulenburg* trouva enfin le moyen de procurer un accommodement entre ses deux Maîtres. † L'Ele- † *Mieralins*, L. III. p. 102.
 teur voulut bien se désister de la Cérémonie de l'Investiture, sous la condition expresse, que toutes les fois que le fief viendrait à vaquer, les Ducs de Poméranie donneroient un Revers, pour assurer & pour mettre à couvert les Droits du Seigneur direct. Le Duc de son côté, en donnant le revers, renouvela & confirma l'Expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie; (d) & depuis ce tems-là les deux Princes vécurent ensemble en bonne harmonie.

En 1496. (*) *Bogislas* qui avoit de son Epouse deux Princes & une Princesse, voyant que les affaires de son Pais étoient réglées & en bon état; que d'ailleurs il n'avoit rien à craindre des Princes voisins, qui étoient tous ses bons amis & alliés, résolut de faire le voyage de la Terre sainte, & de voir en passant la Cour de l'Empereur. La dévotion fut le prétexte de ce voyage. J'ose bien assurer que l'envie de paroître, & d'étaler sa magnificence, en fut le principal motif. Les préparatifs qu'il fit pour le départ le montrent assez clairement. Il commença par assembler les Etats du Pais, & leur ayant communiqué le dessein ou il étoit d'aller visiter le Saint Sépulcre, il leur demanda un don gratuit, qui le mit en état de paroître avec décence dans les différens pais qu'il devoit traverser. Comme il étoit aimé & adoré de ses Sujets, la Noblesse, les Chapitres, les Abbaïes, lui accorderent de grand coeur une demi année de tous leurs revenus. Les Villes aussi fournirent leur *quotepart*, par une taxe sur les maisons. Cet article étant ainsi

Klemm,
188. 189.

(d) Voy. *Diplomata Marchica a Gundlingio collecta* n. 173. 174. ils sont datés de *Königsberg* dans la Nouvelle Marche *post Judica*, 1493. Manuscrit. Biblioth. Acad. Reg. Berolin.

(*) *Mieralins*, Lib. III. p. 308. *Klemm*, p. 187. ... *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 128.

Mém. de l'Acad. Tom. IX.



ainsi réglé à la satisfaction du Duc, & le don gratuit ayant même surpassé ses espérances, il choisit 41. Gentilshommes des mieux faits, & des plus distingués du pais, pour l'accompagner dans son voyage. Il mit aussi sur pied six Escadrons de Cavalerie pour lui servir d'escorte; & les Capitaines eurent ordre de n'y recevoir que des sujets qui fussent nobles, & de bonne mine. Toute cette suite du Duc fut habillée d'écarlate, sans en excepter même les Domestiques, ce qui n'empêchoit pas que la Noblesse ne fut distinguée par les plumets blancs qu'elle portoit au chapeau. Lorsque tout fut prêt pour le départ, il déclara la Duchesse Régente du pais pendant son absence, lui laissant *Benoit Wallenstein*, Evêque de *Camin*, & *George Kleiß*, son Chancelier, (*) pour lui servir de Conseil, & partit ensuite de *Stettin* le 13 Decembre 1496. au milieu des fanfares de sa Cavalerie, comme s'il s'étoit agi d'aller conquérir la Terre Sainte, plutôt que d'y faire un voyage de dévotion. On peut bien juger que le voyage fut long. Outre que la Cavalerie qui l'escortoit ne pouvoit marcher qu'à petites journées, il ne trouvoit d'ailleurs dans son chemin, ni ville, ni bicoque, où il ne voulut faire une entrée magnifique, qui demandoit quelquefois des préparatifs de plusieurs jours. Ainsi il n'arriva à *Nürnberg* que dans le tems du Carnaval, & jugea à propos d'y passer un mois tout entier. Comme ses livrées & ses équipages ne lui paroissoient pas encore assez magnifiques, ce tems fut employé à enrichir son train d'une manière qui put lui faire honneur à la Cour de l'Empereur. Il donna pour cet effet à toute sa suite de nouveaux habits d'écarlate; & soit que les galons ne fussent pas connus de son tems, soit qu'il les trouvât trop communs, il préféra de faire couvrir les manches des habits qu'il donna à ses Gentilshommes, * de plusieurs rangs de perles fines. De *Nürnberg* *Bogislas* alla saluer l'Impératrice (†) à *Worms*, & se rendit

1497.

* *Klemenz*,
p. 192.

(*) *Cramer*, ub. sup. *Frideborn*, p. 129. *Eikstedt*, p. 113, 114. *Klemenz*, p. 191. *Mural*, p. 308.

(†) *Cramer*, p. 129. l'appelle *Marie de Bourgogne*, mais il se trompe. Cette Princesse étoit morte en 1482. Il s'agit de *Blanche Marie*, fille de *Galsace*, Duc de *Milan*, & seconde femme de l'Empereur *Maximilien I.*



dit de là à *Inspruck*, où l'Empereur *Maximilien* étoit alors avec sa Cour. Ce Prince lui fit l'honneur de venir au devant de lui, accompagné de *Frederic*, Electeur de Saxe, de *Jean*, Duc de Saxe, frère de l'Electeur, d'*Eric*, Duc de Brunswig, des Evêques de *Bresse*, de *Worms*, de *Bamberg*, d'un Comte de *Schwartzbourg*, & de plusieurs autres Seigneurs, qui admirerent tous la magnificence, & la riche taille des Poméraniens, principalement du Duc, qui passoit sa suite de route la tête. Au milieu des caresses & des honneurs qu'il reçut, on lui fit comprendre cependant, qu'il avoit trop de monde avec lui, & qu'une suite si nombreuse ne pourroit que l'embarasser extrêmement pendant tout le reste du voyage. *Bogislas* eut assez de docilité pour profiter de l'avis, d'autant plus qu'il avoit pleinement recueilli le fruit qu'il s'étoit proposé de tirer de sa magnificence, c'étoit de briller dans toute l'Allemagne, & de paroître avec éclat à la Cour de l'Empereur. *Schulenburg* eut ordre de s'en retourner en Poméranie avec la Cavalerie, & d'emmener avec lui tous les Domestiques dont on pouvoit se passer. Le Duc lui-même, * après avoir demeuré huit jours à *Inspruck*, partit pour Venise, où il arriva le 24 Avril avec sa suite qui n'étoit plus que de deux cent personnes. Pendant qu'on équipoit le Vaisseau sur lequel il devoit s'embarquer, il fit une petite excursion jusqu'à *Padouë*, d'où il ramena le Docteur *Laurent Paschase*, qu'il avoit engagé pour l'accompagner pendant son voyage, en qualité de Médecin. Après cela il ne pensa plus qu'à la dévotion. A voir la Metamorphose qui se fit subitement dans son train, on auroit dit qu'il alloit faire amende honorable au Saint Sépulcre, du faste avec lequel il avoit traversé l'Allemagne. Quittant ses armes & ses magnificences, il prit le bourdon, & l'habit de pèlerin ; les gens de sa suite en firent autant ; (f) plusieurs Gentilshommes Allemands, François, Polonois, & Hongrois, qui souhaitoient de voir la Palestine, & qui avoient obtenu du Duc la per-

Q q q 2

mission

* Klemm, p. 191.

(f) De ce nombre étoient *Christophe Polentz*, qui avoit été Gouverneur de la Nouvelle Marche, *Dietrich de Mandelslo*. *Cramer*, p. 129.



mission de l'accompagner, eurent la complaisance de s'équiper de la même manière.

Nos Pèlerins s'étant donc embarqués, & ayant mis à la voile le 21 de May, qui étoit le jour de la Pentecôte (*), furent assaillis à la hauteur de l'Istrie, d'une violente tempête qui les mit plusieurs fois en danger de périr. Ce ne fut cependant pour eux qu'un commencement de douleur. Lorsqu'ils eurent doublé la *Morte*, & qu'ils approchoient de l'Isle de *Candie*, il se virent attaqués (**) tout à coup par neuf Corsaires Turcs, qui portoient environ 1500 hommes. Le Chef de cette Escadre envoya d'abord sa chaloupe au Vaisseau, & fit dire aux Chrétiens de le rendre, ou de se préparer à être tous massacrés. Le Patron eut beau arborer le Pavillon de Venise, produire ses Passeports, alleguer la Paix & l'Alliance qui subsistoit entre la République & la Porte Ottomane, les Turcs s'en moquerent, & commencèrent à tirer sur le Vaisseau. On jugera facilement que nos Pèlerins furent bien étonnés de se voir ainsi pris au depourvû. On les avoir assurés à Venise qu'ils n'avoient à craindre pendant le trajet, que les risques de Mer ; dans cette persuasion, ils y avoient laissé leurs armes, à la réserve de quelques épées, que la Noblesse avoit gardées pour la forme. Il n'y avoit d'ailleurs sur le vaisseau que quelques halebardes qui étoient toutes rouillées. Cependant *Bogislas* n'étoit pas homme à plier. Voyant que les prières & les représentations du Patron n'avançoient rien, il prit sur le champ son parti ; ce fut de se mettre en défense, & d'ordonner à sa troupe d'en faire autant. Comme il remarqua que plusieurs de ses gens, épouvantés à la vuë de tant d'ennemis, & des flèches qui pleuvoient sur le vaisseau, quittoient le pont, pour aller se cacher dans les chambres, il les suivit & les ramena par les cheveux sur le tillac. Effectivement ils n'étoient pas meilleurs que lui, & puisqu'il étoit résolu de se défendre jusqu'à la dernière extrémité, il étoit bien juste que ses Domestiques courussent avec lui la même fortune.

Le

(*) *Cramer*, Lib. II, cap. 49. p. 129. 130. *Micralius*, L. III. p. 307.

(**) Le Vendredi 30 Juin. *Niemau*, p. 195.



Le Duc s'étant donc pourvu de l'épée & du bouclier du Patron, comme des meilleures armes qu'il y eut sur le Vaisseau, exhorta ses gens, & les autres passagers qui étoient sur le navire, à se défendre vaillamment, & à suivre le bon exemple qu'il alloit leur donner. Les Poméranien se voyant réduits à faire de nécessité vertu, s'armèrent comme ils purent. Dans toute autre occasion, ç'auroit été une chose risible, de voir la maniere dont nos Pèlerins s'équipèrent pour le combat. Les uns coururent aux chaudrons & aux marmites qui leur servirent de pot en tête; d'autres apportèrent des planches, des tables, des portes, qui leur tinrent lieu de bouclier. Mais ces gens qui étoient armés en cuisiniers, ou en marmitons, se battirent véritablement en lions, & soutinrent pendant quatre heures entières l'attaque des neuf Corsaires*. Il est vrai que, ne pouvant plus résister à une grêle de flèches qu'on leur tiroit de tous côtés, ils furent obligés après cela de quitter le pont, ce qui mit les ennemis en état de poser des échelles contre le Vaisseau, & d'y monter en foule. Mais pour tout cela les Corsaires n'en furent pas plus avancés. Le Duc étoit résolu de périr, plutôt que de se rendre. Comprenant que les ennemis ne pouvoient plus tirer sur le Vaisseau, de peur de tuer leurs propres gens, sentant d'ailleurs que sa grande taille & sa force extraordinaire lui donnoient beaucoup d'avantage pour les coups de main, il s'avanca sur les Turcs, renversant les uns de son bouclier, & les poussant dans la mer, frappant les autres de son sabre, & il fut si bien secondé par sa troupe, que dans l'espace de quelques momens le pont fut tout couvert de corps morts. Le malheur étoit qu'il succédoit à tout moment de nouveaux ennemis à ceux qui étoient montés les premiers. Il y avoit surtout un Turc extrêmement grand & robuste, qui s'attachoit uniquement à *Bogislas*, pour avoir la gloire de vaincre le plus grand, & le plus brave des Chrétiens; & ses camarades le sollicitoient à les délivrer de ce redoutable adverfaire. Le Duc le blessa, & le précipita plusieurs fois dans la mer. Mais cet homme, qui étoit fort acharné contre son ennemi, & en même tems habile à nager & à grimper, reparoissoit toujours sur le

* *Klitzkau*,
p. 196.



pont, & donnoit bien de l'ouvrage à son adverfaire, qui avoit à se défendre en même tems contre une foule d'autres Turcs. Cependant *Bogislas* faisoit face de tous cotés, espadronnoit de son épée, & ne frappoit aucun coup qui n'emportât quelque bras, ou qui n'abbarit quelque tête. Malheureusement pendant qu'il frappoit ainsi d'estoc & de taille, son épée se cassa, & s'en alla par éclats. Se trouvant ainsi sans défense au milieu d'une foule d'ennemis, il y auroit péri si trois Gentilshommes, savoir *Christophle Polentz*, *Pierre Podewils*, & *Valentin Norberg*, n'étoient accourus pour le tirer d'embarras. *Polentz* fit des prodiges de valeur, & tua plusieurs Turcs, mais à la fin il tomba mort, & percé de mille coups aux pieds du Duc. *Podewils*, quoiqu'il eut plusieurs blessures, tint cependant bon pendant quelque tems; mais un coup de flèche qu'il reçut au dessous de l'œil, le mit aussi hors de combat. A la fin *Valentin Norberg* qui étoit criblé de coups fut aussi porté par terre, & y demeura longtems sans connoissance. *Bogislas* avouoit lui-même, qu'il n'y avoit jamais eu de détresse, ni de perplexité, pareille à celle où il se trouva dans ce moment. Courant de tous côtés comme un désespéré pour chercher quelque arme qu'il put opposer à l'ennemi, il apperçut par hazard sur le foyer une grande broche, garnie de poulets, que le Cuisinier s'étoit proposé de faire rôtir, pour le diner de son Maître. Faute d'autres armes, il saisit cette broche, comme elle étoit, & retourna courageusement au combat. Ayant trouvé dans l'endroit qu'il venoit de quitter ses deux amis étendus sur le carreau, il entra, disant les Historiens, dans une telle fureur, que sans faire aucun cas de sa propre vie, il sauta au milieu des ennemis, & fit si bien œuvre de sa broche, enfilant les uns, & renversant les autres, qu'il vint à bout de nettoyer le pont, dans l'endroit où il combattoit. Le grand & vigoureux Turc dont nous avons parlé, osa à la vérité se montrer encore, & voulut essayer de nouveau ses forces & son adresse contre *Bogislas*. Mais le Duc qui n'avoit plus d'autres ennemis sur les bras, en rendit bon compte. Ayant pris adroitement son tems, il lui perça la gorge d'outre en outre de sa broche,



broche ; & le coup fut si rude , que le Turc en fut renversé par dessus le pont dans la Mer , & ne reparut plus. Cette action de vigueur ranima tellement le courage des pèlerins & de l'équipage , que les autres Turcs qui restoient encore sur le Vaisseau furent tous tués , ou précipités dans la Mer.

Ce mauvais succès ne rebuta cependant pas les Corsaires. Après avoir tenu conseil pendant quelque tems , ils s'approcherent de nouveau du Vaisseau , & ayant commencé par jeter du feu sur le pont & dans les voiles , ils revinrent ensuite à l'abordage. La fâcheuse extrémité où les Chrétiens se trouverent alors , ne leur abbatit pas le courage. S'étant tous jettés à genoux pour implorer le secours du Ciel , ils se partagerent après cela en deux bandes *. Les uns coururent au feu ; & parce qu'ils ne pouvoient prendre de l'eau , ni à la Mer , ni aux pompes , sans s'exposer trop aux flèches de l'ennemi , ils prirent le parti de percer les barriques de vin dont il y avoit bonne provision dans le Vaisseau , & s'en servirent pour éteindre le feu. Les autres tomberent sur les Turcs en désespérés , résolus de vaincre , ou de vendre au moins chèrement leur vie. Malgré leur valeur , & leur fermeté , ces braves gens étoient sur le point de se voir accablés par le nombre , & se croyoient déjà perdus sans ressource , lorsque contre toute attente le Chef de l'Escadre ennemie fit sonner la retraite. On en voit bien la raison. Il s'étoit promis dans le commencement de prendre le Vaisseau , & d'y trouver un riche butin. Voyant ensuite la grande résistance que les Chrétiens faisoient , il crut les intimider , & vaincre leur opiniâtreté , en faisant jeter du feu sur le Vaisseau. Les choses ayant tourné d'une route autre maniere , & les Chrétiens dont le navire avoit déjà pris feu en quatre endroits différens , témoignant par leur contenance qu'ils aimoient mieux périr , que se rendre prisonniers , il changea encore de sentiment , & résolut de sauver , s'il étoit possible , le Vaisseau & l'équipage. Il pouvoit gagner quelque chose en faisant cet acte de générosité. Il perdoit tout en laissant bruler le Vaisseau,

* *Klaxon*,
P. 199.



feu, & couroit risque d'y voir périr aussi cette partie de son monde qu'il avoit envoyée à l'abordage. Ainsi quelques momens après avoir fait sonner la retraite, il envoya une Chaloupe avec des gens, qui promirent non seulement toute sûreté aux Chrétiens, mais qui leur aidèrent encore à éteindre le feu. En se retirant, les gens de la Chaloupe demanderent de la part de leur Commandant, que le Patron du Vaisseau Vénitien vint lui parler. Celui-ci refusoit absolument de s'y

* *Klemzan*, rendre, mais *Bogislas* l'y contraignit *, & le conduisit à la Chaloupe, P. 199-200.

de la même manière qu'il avoit ramené ses propres gens sur le pont, dans le commencement du combat. Cela n'empêcha pas que le Patron ne tint religieusement la promesse qu'il avoit faite au Duc, de ne point découvrir sa naissance, non plus que celle des autres passagers qui étoient sur le Vaisseau. Arrivé auprès du Capitaine Turc, qui s'appelloit *Ganner*, celui-ci lui demanda avec empressement qui étoient ces gens qu'il avoit à bord, & qui se défendoient avec tant d'opiniâtreté. Le Patron répondit que c'étoient des Pèlerins, qu'il avoit pris à Venise, pour les conduire à la Terre Sainte, & qu'au reste il ne les connoissoit, ni directement, ni indirectement. Il profita de l'occasion pour se plaindre amèrement qu'on eut violé à son égard le Traité de Paix qui subsistoit entre sa République, & la Porte Ottomane. Il faut que le Corsaire n'ignorât pas ce Traité, puisqu'il se réduisit d'abord à demander, qu'on lui livrât les Pèlerins, moyennant quoi il permettroit au Vaisseau de continuer sa route, & ne toucheroit, ni à la personne, ni aux biens des sujets de la République. Le Patron répliqua, qu'on lui demandoit une chose dont il n'étoit pas le maître, puisqu'il paroissoit assez que les Pèlerins avoient fermement résolu de préférer la mort à la perte de leur liberté, & qu'il couroit lui-même risque de la vie, s'il oisoit seulement leur proposer de se rendre. Après une longue contestation le Capitaine Turc se laissa enfin fléchir. Soit qu'il ne put s'emparer du Vaisseau sans avoir à craindre d'en être recherché, soit qu'il désespérât de s'en rendre maître, soit enfin, comme on peut le soupçonner, que le Patron l'eut apaisé en lui donnant de l'ar-



l'argent, il consentit que le Vaisseau poursuivît sa route. En attendant les Pèlerins se confessoient à l'Aumonier du Vaisseau, & se préparoient à mourir en gens de cœur, au cas que l'ennemi revint à la charge *. Au bout de deux heures le Patron revint, & leur apprit que le Chef des Corsaires leur permettoit non seulement de continuer leur chemin, mais qu'il les feroit encore remorquer jusqu'à la petite Isle de *Casa de los Angeles*, où ils pourroient radoubier leur Vaisseau. Les Chrétiens reçurent cette nouvelle avec une grande joye, & regardèrent leur salut, comme un miracle de la Providence, qui les arrachoit à une mort inévitable.

* *Klemzan*,
p. 101.

Le Vaisseau ayant donc gagné l'Isle voisine, on commença par mettre à terre cinq hommes de l'équipage, qui avoient perdu la vie dans le combat. Ils furent déposés pour la nuit dans une Chapelle, & enterrés le lendemain. Pendant qu'on nettoyoit, & qu'on radouboit à la hâte le Vaisseau, qui étoit fort endommagé, on en tira 4000 flèches * que l'ennemi y avoit tirées, & il y en avoit 14 dans le bouclier dont le Duc s'étoit servi. On passa ensuite en Candie, où le Duc fit faire de magnifiques obsèques à *Christophe Polentz*, qui étoit le seul homme de marque † qui eut été tué dans ce furieux choc. *Bogislas* fut obligé de séjourner sept à huit jours dans cette Isle, & autant dans celle de Rhodes, pour donner à l'équipage, & aux passagers, le tems de se remettre des fatigues qu'ils avoient souffertes, & des blessures qu'ils avoient reçues. Le reste du voyage fut heureux. Nos Pèlerins ayant débarqué à *Japha*, le 30 d'Aoust, en partirent au bout de quinze jours, avec une escorte, que l'Officier Turc qui commandoit en Judée leur envoya, pour les garantir des insultes des Arabes, qui infestoient tous les chemins d'alentour. Arrivés à Jérusalem, ils virent tout ce qu'on a accoutumé de montrer aux Chrétiens que la dévotion conduit à la Torre Sainte *, *Bethanie*, *Bethlehem*, le Calvaire, le Jardin de *Gethsemane*, &c. Ils visitèrent en particulier le Saint Sépulcre la nuit du 23 au 24 d'Aoust, & après qu'ils y eurent fait leurs Dévo-

* *Klemzan*,
p. 204.
Cramer dit
1400, p. 132.
† *Micralius*,
p. 109.

* *Cramer*,
p. 132.
Klemz, p. 206.

tions, Frère *Jean de Prusse*, du Couvent de Sion, créa le Duc Chevalier du Saint Sépulcre, lui donnant en même tems le pouvoir de conférer la même dignité aux Gentilshommes de sa suite qu'il en croiroit le plus dignes. *Bogislas* fit donc à son tour vingt Chevaliers, entre lesquels il y en avoit douze (s) qui étoient des Gentilshommes Poméraniens ; les autres étoient des étrangers. En quittant la Terre Sainte le Duc donna cent Ducats au Monastère de Sion, & promit de lui en faire payer autant tous les ans, sa vie durant (*). Il fit voeu en même tems, que si Dieu lui faisoit la grace de retourner sain & sauf dans ses Etats, il aboliroit le *Strand-Recht* (†), que les François appellent *Varech*. C'étoit un Droit coutumier, en vertu duquel tout ce qu'on sauvoit d'un vaisseau, qui faisoit naufrage sur une côte, étoit confisqué au profit du Seigneur de la côte, & ce Droit s'étendoit même sur les personnes de l'équipage, & sur les passagers, qui étoient réduits en esclavage. Les Historiens (*) remarquent que le premier soin du Duc après son retour fut d'accomplir son voeu. Je n'en suis pas surpris. S'étant vu plusieurs fois en danger de faire naufrage, & d'être jetté sur une côte, il avoit appris à compâtrir au triste sort d'un malheureux, que la mer n'épargne, que pour le livrer à des barbares, qui lui arracheront la liberté, & le peu de biens qu'elle lui avoit laissés.

Je

(s) Les Poméraniens étoient *Degener Bugenhagen*, *Curt Fleming*, *Peter Podewils*, *Doring Ramel*, *Ewald von der Osten*, *Otto von Wedel*, *Achim von Demitz*, *Curt Krakewitz*, *Michel Podewils*, *Achim Wrech*, *Sigismund Barfoten*, *Arend Ramel*. Les Etrangers étoient, *Christoph Polentz*, fils de celui qui avoit été tué, *Ludwig von Olmersledt*, Autrichien, *George von Gussensheim*, & *Baltzer Peltzingen*, Bohémiens, *Thomas de Zecha*, & *Stanslaff de Alba*, Hongrois, *Dietrich von Mandelto*, & *Wolff Brandbock*, du païs de Brunswick.

(*) *Klemm*, p. 208. *Cramer* dit, que la rente étoit de 10 Ducats, p. 133.

(†) *Schottel, de Antiqu. Germ. Juribus*, cap. XX. p. 336.

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 44. p. 133. *Rango* p. 331. 334. *Rango Antiq. Pomeraniae* Francof. ad Viadr. 1705.

Je reviens à nos Pèlerins. Etant partis de Jerusalem le 30 d'Aoust ^(b), ils allèrent reprendre à *Japha*, leur Galiotte, qui les ramena par la même route qu'ils avoient tenue en allant. En touchant à la petite Isle de *Cafu de los Angelos*, ils apprirent que deux des Corfai- Klemz. p. 110. res qui les avoient attaqués près de cette Isle, avoient été, l'un pendu, & l'autre noyé, par ordre du Grand Seigneur, ce qui réjouit beaucoup le Duc & toute sa suite. Ils arriverent enfin à *Venise* le 18 de Novembre ⁽ⁱ⁾, & *Bogislas* y trouva un Courier qui lui apportoit la nouvelle de la mort de la Duchesse sa Mère. Le Senat qui étoit déjà informé du courage héroïque, avec lequel notre Duc avoit combattu les ennemis du nom Chrétien, & défendu le Pavillon de la République, le fit complimenter d'abord après son arrivée, & le pria très instamment de faire quelque séjour dans leur Ville, pour se délasser des fatigues d'un si long voyage. Le Duc y consentit, & prit son logement dans un Hôtel qu'on lui avoit préparé. On peut bien juger qu'il fit belle dépense dans une Ville où il se voyoit si caressé. Il com- mença par traiter splendidement les Pèlerins qui avoient été du voyage, & en congédiant ceux qui n'étoient pas attachés à sa personne, il leur donna à tous quelque marque de sa générosité. Il fit ensuite célébrer dans l'Eglise de S. Marc de magnifiques obsèques, à la mémoire de la Duchesse sa Mère *. Au sortir de la Cérémonie, le Doge le conduisit * p. 112. au Palais, où il fut régala somptueusement au nom, & aux dépens de la République. Après qu'on se fut levé de table, on lui donna le divertissement d'une Comédie, dont le sujet dût être très intéressant pour lui, puisqu'elle représentoit son Combat naval avec les Corsaires. Les Acteurs, qui étoient habillés les uns à la Turquie, & les autres en Poméraniens, escarmoucherent, & en vinrent aux mains. Celui qui faisoit le personnage du Duc de Poméranie, se distinguoit de toute la

R r r 2

trou-

(b) Le Mercredi après la fête de la Décollation de St. Jean. *Klemzan*, p. 108. C'est le 30 d'Aoust.

(i) Le Samedi après la St. Martin, *Klemzan*, pag. 120.



† p. 134.

troupe, par de grands coups de Cimeterre, qu'il portoit aux ennemis. On n'oublia pas l'aventure de l'épée cassée, non plus que celle de la broche, & du grand Turc. Tout cela, dit *Cramer* †, étoit représenté si fort au naturel, qu'on auroit dit que c'étoit une réalité, plutôt qu'un jeu. Quand la Comédie fut finie, les Acteurs qui étoient tous des fils de Sénateurs, quitterent leurs habits de Masque, & vinrent faire la révérence au Héros, dont ils avoient représenté les exploits. *Bogislas* leur témoigna qu'il avoit pris un singulier plaisir au spectacle. Il y a toute apparence que ce n'étoit pas un compliment qu'il leur faisoit ; car quelque tems après, il ordonna à son Conseiller *Jean Küscher* (*) de composer une Comédie Latine sur le même sujet, & pour mieux conserver le souvenir de son aventure, il la fit représenter sur plusieurs Tableaux, & sur une magnifique Hautelisse, que l'on voyoit encore il y a quelques années dans un appartement du Château de Berlin ; le Duc y paroissoit au milieu des Turcs, armé d'une broche garnie de poulets (1).

Après que *Bogislas* se fut reposé pendant quelques jours à *Venise*, & qu'il eut vu tout ce qu'il y avoit de remarquable dans cette Ville, il remercia le Senat des honneurs, & des services qu'il en avoit reçus, & en prit congé par une Harangue Latine *, que *Martin Karith*, Prévoist du Chapitre de *Camin*, prononça au nom de son Maître. Comme il se propoisoit de voir *Rome*, le Senat lui donna un Secrétaire d'Etat, pour l'y conduire, & le fit défrayer aussi longtems qu'il fut sur le terri-

(*) *Küscher* étoit un Docteur en Droit que *George*, Duc de Saxe, ceda au Duc de Poméranie lorsqu'il passa à *Leipzig* en revenant de la Terre Sainte. *Micralius* avoit vu cette Comédie qui doit exister quelque part : *Comedia de itinere Bogislai Magni in Terram Sanctam*. *Micralius*, Lib. VI. p. 448. *Klemm*, p. 214. 226.

(1) *Cramer* remarque, qu'il fit placer dans l'Eglise Cathédrale de *Stettin* un Tableau qui représentoit son combat avec les Corsaires. Lib. III. cap. 14. p. 136.

(*) *Cramer*, p. 134. *Micralius*, p. 311.



ritoire de la République. Il arriva le 14 Decembre (m) 1497. dans cette Ville, où il fut reçu & traité fort magnifiquement par le Très-Saint Père *Alexandre VI.* (n). Le Pape voulut bien satisfaire sa curiosité, ou si l'on veut sa dévotion, en célébrant à son honneur une Messe Pontificale; & le Duc de son côté, pour ne pas demeurer en arrière, voulut servir le S. Père à cette Messe, & lui présenter l'eau pour l'ablution. Après la Messe, le Pape lui mit sur la tête un Bonnet Ducal, le ceignit d'une épée d'or, pour s'en servir contre les ennemis du nom Chrétien, & lui donna une Médaille d'or, que l'on montre dans un des Cabinets du Roi (o). Notre Duc repartit de Rome le 19 de Janvier 1498, passa à *Sienne* & à *Bologne*, où il fut reçu & harangué en Latin, à la porte de la Ville, par le Recteur de l'Université, accompagné de tous ses Erudians. De là il se rendit à la *Mirandole*, à *Verone*, & enfin à *Inspruk*, pour y faire une seconde fois la révérence à l'Empereur *Maximilien* (p). Ce Prince qui se trouvoit indisposé, envoya au devant du Duc, *George*, Duc de Bavière, *Jean*, Duc de Saxe, & *Henri*, Duc de Meklenbourg, qui le conduisirent à son auberge, où il recut quelques momens après un présent que l'Empereur lui envoyoit, & qui consistoit (*) suivant l'étiquette qui s'observoit alors à la Cour Impériale, dans des bœufs gras,

R r r 3

&

(m) Le Jeudi après *Lucie*. *Klemzau*, p. 215.

(n) Voyez sur le séjour que *Bogislas* fit à Rome, *Burchardi Diarium Curia Romana sub Alexandro VI. apud Eckartum in Script. Rer. Germ. T. II. p. 2086.*

(o) à la *Kunsthammer*. On voit d'un côté N. S. assis dans la gloire, ayant autour de lui les Patriarches & les Apôtres, avec ces mots : *Iustus es Domine, & restum judicium. Miserere nostri, Domine, miserere nostri.* De l'autre le Pape tenant Consistoire public avec les paroles, *Sacrum Publ. Apostol. Consistorium. Paulus Venetus P. P. II.* Deux pouces, quatre lignes de diamètre, du poids de vingt Ducats. *Laurent Beger* l'a faite graver, & en a donné la Description dans l'Ouvrage qui a pour titre *Numismata Pontif. Rom. p. 5.*

(p) Le Vendredi après la *St. Antoine*. *Klemzau*, p. 220.

(*) *Klemzau*, p. 221. *Cramer*, p. 135.



& dans des chariots chargés de vin & d'avoine. Dans la première audience qu'il eut de l'Empereur, ce Prince lui fit de grandes caresses, & l'invita fort obligeamment à s'arrêter pendant quelque tems à sa Cour, pour participer aux divertissemens du Carnaval. Le Duc n'eut pas de peine à y consentir, & les Historiens assurent qu'il se distingua dans toutes les Fêtes, par son adresse & par sa force, autant que par sa magnificence. Dans un Tournoi, par exemple, qui se donna, il fit perdre les arçons aux deux Chevaliers (†), qui se présentèrent, & les porta par terre si rudement, que personne n'osa plus se mesurer avec lui. Le soir du même jour il eut l'honneur de faire l'ouverture du Bal, en dansant avec l'Impératrice, qui lui fit présent d'un bouquet & d'une chaîne d'or. L'Empereur aussi lui donna une pièce de drap d'or, un Manteau de chevalier, & une Médaille d'or *. Au bout de quelques jours, le Duc dûr comprendre, que l'intérêt pouvoit avoir eu quelque part aux politesses qu'il avoit reçues. L'Empereur lui proposa de prendre le commandement d'une armée, qu'il levoit contre la France, & contre les Vénitiens, & de fournir mille hommes de Cavalerie pour cette guerre. *Bogislas* étoit trop content des Vénitiens, pour se mettre au nombre de leurs ennemis. Cependant pour ne pas désobliger l'Empereur par un refus formel, il se contenta de répondre, qu'il ne pouvoit prendre aucun engagement dans une affaire de cette importance, sans avoir demandé premièrement l'avis de ses Etats. Ceux-ci qui connoissoient les intentions de leur Maître, n'ayant pas goûté la Proposition, il n'en fut plus parlé. Après avoir pris congé de l'Empereur, le Duc se hâta de retourner dans ses Etats. Il arriva à *Stetin* (†), le Jeudi Saint, & se rendit en droiture à l'Eglise Cathédrale, où il fit entonner le *Te-Deum* en action de grâces de son heureux retour. Il fit aussi distribuer de grandes aumônes aux pauvres, après quoi son premier soin fut de récom-

pen-

(q) *Pierre Podewils, & Sigismond de Wolfsburg. Klemm, p. 222. Stephani, Lib. III. p. 105.*

(†) *Klemm, p. 227 - 230. Micralius ; p. 314.*



penfer généreufement tous ceux qui l'avoient accompagné dans ce long & périlleux voyage. Au refte, fi la dévotion, ou l'envie de paroître furent les principaux motifs de cette Caravane, il faut avouer cependant que le Duc n'y oublia pas fes propres intérêts. Il obtint de l'Empereur la (*) permiffion de rehausfer confidérablement les Péages de *Wolgast*, & de *Damgarten*, ce qui fit beaucoup crier les fujets, & furtout les Marchands. Le Pape lui accorda auffi la collation de tous les bénéfices Eccléfiaftiques de Poméranie, à la réferve de l'Evêché de *Camin*. Il consentit encore, que les Chanoines de *Camin*, qui fe trouvoient à Rome pour affaires, éluffent pour Coadjuteur de *Benoît Wallenftain*, leur Evêque, *Martin Carith*, Prévôt de la même Cathédrale, qui pendant le voyage avoit fait auprès du Duc les fonctions de Chancelier. Le Saint Père accorda même, que *Carith* fe mit d'abord en poffeffion de l'Evêché, pourvû qu'on put déterminer *Wallenftain* à fe démettre volontairement de fa dignité. Le Duc lui en fit la propofition après fon retour; & le voyant indéterminé, il le mena dans fon cabinet, où il fit vider fur une table plufieurs facs pleins d'or, & lui offrit de lui donner purement & fimplement tout le monceau, pourvû qu'il voulut abdiquer. L'Evêque qui étoit honnête homme, mais un peu attaché, n'ayant jamais vû une fi groffe fomme, en fut ébloui, & fit tout ce qu'on voulut, au grand profit de fes héritiers; car il ne furvecût que de quelques mois à fon abdication. J'ai oublié de dire, que ce fut en revenant de la Terre Sainte que le Duc engagea le célèbre Jurifconfulte *Pierre de Ravenne*, & *Vincent* fon fils, pour enfeigner le Droit dans l'Univerfité de *Grypswalde*, à laquelle ce Profeffeur donna beaucoup de luftre.

Pendant les dernières années de fa vie, *Bogiflas* eut de nouvelles tracafferies, avec la Maifon de Brandebourg. L'Electeur *Jean* étant mort en 1499, on renouvela à cette occafion tous les Traités qui fubfiftoient entre les deux Maifons. Le nouvel Electeur, qui étoit *Jonachim*,

(*) *Mitralius* ubi fup. *Cramer*, p. 135. *Klunau*, p. 136.



chim, se délista en faveur du Duc, de la Cérémonie de l'investiture, & le Duc de son côté, pour conserver les Droits du Seigneur direct, signa un Revers pareil à celui qu'il avoit donné en 1493. En 1521 le Duc de Poméranie, soit qu'il pensât à se rendre indépendant, soit qu'il crût qu'étant à certains égards feudataire de l'Electeur, il étoit à d'autres égards un Membre immédiat de l'Empire, demanda à l'Empereur *Charles Quint* l'investiture de ses Etats, & la reçût solennellement pendant la Diète de *Worms*. L'Electeur qui n'étoit plus à *Worms*, & qui avoit reçu peu auparavant l'Investiture de la Poméranie, avec celle de ses autres Etats, ayant été informé de l'atteinte qu'on avoit donné, à ses droits, en fit des plaintes d'autant plus amères, qu'il prétendoit avoir rendu de grands services au nouvel Empereur, pour le faire triompher de ses compétiteurs. Pour le contenter, *Charles Quint* promit que l'affaire seroit murement examinée à la prochaine, Diète qui devoit se tenir à *Nuremberg*. Le Duc qui prenoit fort à coeur cette affaire, se transporta à *Nuremberg* en Mars 1523. (*) pour solliciter lui-même ses Juges, & pour leur demander une prompte décision. Comme il avoit à faire à forte partie, il n'eut pas la satisfaction de voir la fin du Procès (†), qui traîna encore plusieurs années après sa mort, & qui fut enfin terminé par accommodement. Au reste l'Electeur & le Duc se brouillèrent furieusement à cette occasion. On commença de part & d'autre, à lever des troupes, & à faire d'autres préparatifs de guerre, de sorte que le public croyoit fort & ferme, qu'ils en viendroient aux voyes de fait, & qu'ils voudroient décider la querelle par les armes. *Klemzeu*, qui ne dissimule rien, assure cependant que ces craintes étoient mal fondées, parce que ceux qui connoissoient le caractère des deux Princes, savoyent fort bien, que ce n'étoit pas au champ de Mars, qu'ils aimoyent de prendre leurs ébats (‡).

Bogis-

(*) *Micralius*, Lib. III. p. 322. *Kauze*, p. 165 - 168.

(†) *Klemzeu*, p. 303.

(‡) *Weil sie beyde Rühler waren*. *Klemzeu*, p. 299. *Kauze*, III. p. 168.



Bogislas vit les commencemens de la Réformation de Luther (†). Il ne la favorisa point à la vérité, mais il ne se laissa prévenir, ni contre ceux qui la prêchoient, ni contre ceux qui l'avoient embrassée. Au contraire passant à *Wittenberg*, en revenant de la Diète de *Nuremberg* (*), il eut la curiosité de voir *Luther*. Après quelques momens de conversation, le Duc lui dit : *Mon Révérend Père* †, † *Herr Vater*. *je souhaiterois que vous voulussiez bien entendre ma confession.* *Luther* répondit avec la vivacité, & la franchise, qui lui étoient ordinaires : *Très volontiers, Monseigneur. Vous êtes un grand Prince, il ne faut pas douter que vous ne soyez aussi un grand pécheur.* Le Duc, au lieu de se fâcher, repliqua fort gayement : *Je veux que trois fois sept Diables m'emportent, si vous avez jamais dit de plus grande vérité.* Je m'imagine qu'après de pareilles saillies, il ne fut plus parlé de confession. De retour à *Stettin*, *Bogislas* voulut entendre un Disciple de *Luther*, nommé *Paul von Rhoden*, dont les prédications faisoient beaucoup de bruit en Poméranie. Après l'avoir écouté fort attentivement, il dit en sortant au Prince *George* son fils, qui étoit fort opposé à la nouvelle Doctrine : *Cet homme n'a rien dit qui ne fut bon & édifiant. Si c'est là ce qu'on appelle le nouvel Evangile, je ne vois pas qu'on doive le condamner ; & si vous m'en croyez, vous laisserez ces gens là en repos.* Quelques jours après, il se fâcha cependant en apprenant que la populace de *Stralsund* avoit brisé les saintes Images ; il jura même d'envoyer vingt un Diables à ces mutins. Je ne sai ce qu'il auroit fait ; mais la mort l'empêcha d'exécuter sa menace. L'oppression à laquelle il étoit sujet depuis l'accident dont j'ay parlé plus haut, ayant augmenté à un point qu'il ne pouvoit, ni se coucher, ni prendre de sommeil, on commença à craindre pour sa vie (**). Un jour que les Médecins consultoient dans sa chambre sur l'état de leur malade,

ils

(†) *Cramer*, Lib. III. cap. 15. p. 51. 54. *Klemm*, p. 306.

(*) *Klemm*, p. 360. *Cramer*, p. 51. *Micralius*, p. 330.

(**) *Friedb.* p. 149. *Micralius*, 330. *Kanzo*, 104. 306. & sup. *Klemm*, p. 60.



ils conclurent que la prochaine conjonction de quelques Planetes, lui seroit selon les apparences funeste. Malheureusement pour eux, le Duc les entendit, & leur cria avec vivacité de son fauteuil : *Qui sont donc les fous qui me menacent de cette conjonction ; je ne l'attendrai assurément pas ! qu'on prenne seulement garde à moi demain à midi.* Effectivement le malade fut meilleur Prophète, dans cette occasion, que les Médecins, parce qu'il voyoit & qu'il sentoit en lui-même la cause de sa mort, au lieu de la chercher dans le cours des Planetes. Le lendemain, qui étoit le 30 Septembre 1523. il se fit mettre sur le lit vers le midi pour prendre un peu de repos, & s'y éteignit comme une chandelle sans avoir eu d'agonie. Il étoit âgé de 69 ans, quatre mois, & deux jours.

* Klemzan, *Bogislas* * étoit bien-fait de sa personne, & passoit pour le plus bel homme de son siècle. Sa taille étoit fort au dessus de la médiocre. Il avoit le front élevé, les yeux grands, bruns, & vifs, le nez aquilin, la bouche assez grande, le menton fendu, la poitrine large & haute, le corps rempli, & bien proportionné. Il avoit l'air martial, le regard doux, & le port majestueux. Outre les belles qualités dont j'ay déjà fait mention, il en avoit deux autres qui le rendirent fort cher à ses sujets. La première étoit sa générosité. Aimant à faire du bien, il savoit d'ailleurs le faire à propos, & d'une manière qui en augmentoit le prix. La seconde étoit son affabilité. D'abord qu'il voyoit quelcun qui cher-

* Klemzan, chois à lui parler *, il s'avançoit de quelques pas, lui présentoit la main p. 159. 161. 178. & s'informoit de sa demande, qu'il écouroit fort attentivement. Quand l'affaire n'étoit pas d'une nature à pouvoir être expédiée sur le champ, il marquoit aux supplians un jour pour recevoir la réponse, qu'il ne manquoit jamais de leur donner à l'heure fixée ; si c'étoient d'ailleurs des personnes de quelque considération, il les faisoit inviter à sa table † p. 320. 321. où ils recevoient toute sorte de politesses. Se plaisant à aller dans les boutiques des ouvriers, & à les voir travailler, il les encourageoit par des présens à se perfectionner dans leur profession. Il ai-

moit



moit encore d'être invité à des nopces, à des baptêmes, & à d'autres fêtes; & ces visites du Souverain n'étoient point à charge au sujet, qui étoit toujours largement dédommagé de sa dépense, par les présens, & par les provisions qu'on lui envoyoit. *Klemzau* remarque * avec raison, que ces belles qualités étoient d'autant plus estimables dans la personne de *Bogislas*, qu'il s'étoit tiré lui même de la crasse, où sa Mère l'avoit élevé jusqu'à l'âge de 20 ans. Le même Historien ne disconvient point que *Bogislas* n'eut aussi ses défauts. Les plus marqués étoient premièrement, que le penchant qu'il avoit à la magnificence, le rendoit extrêmement incommode aux gens de sa Maison. Il vouloit les avoir continuellement autour de lui. Quand il alloit à la Messe, ou au Sermon, ou à Vêpres, il falloit que les Officiers & les Domestiques l'y accompagnassent tous, depuis le plus grand, jusqu'au plus petit, & qu'au sortir de l'Eglise, ils fussent rangés en haye sur son passage, afin qu'il put les passer en revue, & les compter, comme le *Protée* d'Homere comptoit son troupeau. Ceux qui manquoient sans pouvoir alléguer des causes légitimes d'absence, étoient grondés pour une première fois, & congédiés sans retour en cas de récidive. Un autre de ses défauts que nous avons déjà touché, c'est qu'il étoit grand boudeur. Il faisoit quelquefois la mine pendant des mois entiers aux plus affidés de ses Conseillers, affectant de ne les pas regarder, & de ne leur point parler †, sans qu'ils pussent deviner la cause de leur disgrâce. Ceux qui n'avoient rien à se reprocher, prenoient patience, & se tranquillisoient; & ils avoient ensuite la satisfaction de voir leur Maître revenir insensiblement, & décharger enfin son courroux sur les personnes qui l'avoient prévenu injustement. Enfin le défaut capital de notre Duc, c'est comme *Eikstedt* l'a remarqué (*), l'incontinence. S'il n'avoit point de Maîtresses déclarées, c'étoit d'un côté parce que la mode de son Siècle ne le portoit point, & de l'autre parce qu'il aimoit le changement, & que tout lui étoit bon. Malgré ces défauts, *Bogislas* étoit sans contredit un grand Prince †, & il faut convenir †

* p. 111.

† *Klemzau*,
p. 121.† *Klems*, ib.

S s s 2

avec

(*) *Eikstedt*, p. 107. *Asif et gerne bublatz*. *Klemzau*, p. 112.



avec *Klemzan*, que ses bonnes qualités l'emportoient infiniment sur ses faiblesses. Il faut avertir cependant que *Bogislas* ne fut un Prince véritablement grand, qu'autant qu'il se laissa gouverner, & qu'il consentit d'écouter & de suivre un bon conseil. Les Historiens le remarquent bien expressément. Après qu'il eut perdu dans une seule année ⁽¹⁾ ses trois plus fidèles Conseillers, *Werner Schulenburg*, *George Kleist*, & *Henning Steinwehr*, il se livra entièrement à l'incontinence & aux voluptés, essayant de tout, dit *Kanxo* †, & ne refusant rien à ses plaisirs. Pour avoir les coudées plus franches, il alla se loger dans une maison située sur le Cimetière de Sainte Marie, où il recevoit des visites nocturnes, sans avoir à craindre d'être observé, parce que personne ne passoit de nuit sur le Cimetière, à cause des revenants. Dans cette retraite il donna sa confiance à des gens, qui le servoient dans ses débauches, & qui lui apprirent insensiblement (*) à vendre la Justice, à recevoir des présents pour opprimer l'innocent, & à souffrir que la Noblesse reprit ses brigandages. Il perdit par là la plus grande partie de sa réputation; & s'il avoit vécu plus longtems, il auroit été haï & détesté, autant qu'il avoit été aimé & cheri. On ne se trompera assurément pas en attribuant ces écarts à la faiblesse d'un vieillard, dont l'esprit avoit considérablement baissé. *Bogislas* radota sur ses vieux jours autant que *Salomon*.

Au reste ce Prince n'a pas eu le bonheur qu'*Alexandre* le Grand envioit à *Achille*, c'est de trouver un *Homère* qui chantât dignement ses exploits. Les Historiens de Poméranie s'accordent à lui donner les plus grands éloges; mais c'est en même tems une chose véritablement curieuse, de voir tout ce qu'ils font entrer dans le Panégyrique de ce Prince. Ils disent, par exemple, que *Bogislas* étoit grand en tout; c'est un éloge achevé, pourvu que le détail en soit soutenu, & que les différentes parties de la grandeur qu'on lui attribue, forment un tout bien accompli. Ecoutons donc la suite †: „ Il étoit grand,

(1) en 1518. *Micralius*, p. 319. *Schatzen*, p. 281. & 675. *Klemzan* ajoute *Dinmiers von der Ofen*, & *Henri Berke*, p. 139. 287. 288.

(*) *Klemzan*, p. 289. 297. *Eikstedt*, p. 107.



„ grand & de bonne mine; & quoiqu'il aimât d'avoir à son service des Domestiques & des Officiers qui fussent grands & bien faits, il n'en avoit cependant aucun qu'il ne passât de toute la tête. „ Passe pour cela. Une riche taille, un air noble & prévenant, sont des présens de la Nature, qu'il ne faut pas mépriser; & quoiqu'*Alexandre* le Grand fut petit, & *Agésilas* de mauvaise mine, cela n'empêche pas qu'une grande ame ne puisse faire sa demeure dans un grand & beau corps. Voici présentement le ridicule. (*)

„ Grand de stature, *Bogislas* étoit en même tems grand mangeur & grand buveur. Quand il avoit faim, il mangeoit avec délices, outre les autres mets, un jambon, ou une oye rôtie, sans en rien laisser. De même aussi ce qu'il buvoit pour étancher sa soif, ou pour faire honneur aux conviés, suffisoit pour enivrer ceux qui étoient obligés de lui faire raison. „ (†). Je crois qu'on pouvoit laisser ignorer tout cela à la postérité, sans que ni la fidélité de l'Historien, ni la gloire du Héros, en eussent recû aucune atteinte. Viennent ensuite toutes les belles qualités qui ont donné à ce Prince un véritable lustre. Sa bravoure, sa modestie, sa magnificence, son amour pour la justice, sa générosité, son affabilité. Il falloit en demeurer là : ou plutôt il falloit s'y borner uniquement; ce sont les grandes idées, les grands sentimens, & les grandes actions, qui sont la véritable grandeur des Héros: & tout le reste y est étranger.

Je n'ay plus qu'un mot à ajouter. Les Historiens remarquent (‡) que *Bogislas* avoit un cheval, qui étoit aussi grand dans son espece que son Maître l'étoit dans la sienne. Ce nouveau Bucephale avoit le poil d'un cheval sauvage, une raye noire sur le dos, la tête petite, les oreilles pointues, les yeux étincelans. Fier comme un *Artaban*, il vouloit avoir toujours la première place de l'Ecurie.

S s s 3

Doux

(*) *Micralius*, ib. *Klemm*, p. 317.

(†) La politesse vouloit alors, que l'hôte but une coupe toute entière à l'honneur de chacun des conviés, & que les conviés en fissent autant pour le remercier.

(‡) *Micralius*, p. 324. *Klemm*, p. 223, 229.



Doux & tranquille quand on la lui laissoit, on ne le mettoit pas plutôt à la dernière place, qu'il commençoit à se démener, rompant bride & licou, courant au haut bout, & forçant à grands coups de pied & de dents le cheval qui l'occupoit, à s'en retirer. Il ne se laissoit d'ailleurs monter que par son Maître, & par le Palfrenier qui le panfoit. Quand le Palefrenier le promenoit, il baissoit la tête, & les oreilles, & avoit, pour ainsi dire, honte du fardeau qu'il portoit. Mais quand on lui mettoit une housse de velours, & qu'il remarquoit que son Maître alloit arriver, il levoit la tête, dresseoit les oreilles, fraploit du pied, hennissoit & se baissoit pour recevoir le Duc, qui étant monté sur son grand cheval, se distinguoit au milieu d'un Escadron, comme un Clocher dans une Ville. Tout cela m'a bien l'air d'avoir été tiré de quelque Chrie d'un Ecolier, à la louange de *Bucéphale*, ou du Cheval *Bayard*. Cependant *Klemm* le raconte fort sérieusement, & *Micraelius* le copie avec beaucoup de fidélité. Au reste l'Empereur *Maximilien* vit ce cheval lorsque *Bogislas* passa pour la première fois à *Inspruk*, & l'admira véritablement. Quand le Duc repassa dans la même Ville au retour de la Terre Sainte, l'Empereur eut l'indiscrétion de demander ce Cheval de bataille au Duc, qui eut la politesse de ne le pas refuser. Sur quoi *Maximilien* fit partir un Gentilhomme & un Piqueur pour l'aller prendre à *Stettin*, où on l'avoit ramené. Malheureusement il arriva que tous les chevaux des Ecuries du Duc moururent la nuit même qui précéda son retour à *Stettin*, & *Micraelius* s'embarasse beaucoup à découvrir la véritable cause de cet accident ; „ D'un côté, „ dit-il, quelques recherches que l'on fit, on ne put découvrir que „ les chevaux eussent été empoisonnés, ni qu'ils eussent seulement „ mangé quelque chose de nuisible; de l'autre, on ne voit pas qu'après „ ce présage il soit arrivé rien de fâcheux ni au Duc, ni à l'Empereur. „ Les chevaux de *Jules César* refuserent toute pâture, & verserent „ beaucoup de larmes, le jour qu'il fut assassiné. Ici au contraire les „ chevaux se laissent mourir, lorsqu'ils devoient être conduits au moins „ en partie à l'Empereur. „ *O quantum est non ineptire !*

DES



DES DEVOIRS

DE L'ACADEMICIEN. (*)

PAR M. DE MAUPERTUIS.

MESSIEURS.

Lorsque j'entreprends ici de parler des Devoirs de l'Académicien, je n'aurois qu'à dire ce que vous faites, pour avoir presque dit ce que vous devez faire : & j'aurois pu donner cette forme à mon Discours, si je n'avois eu à craindre un air d'ostentation qu'on auroit pu me reprocher, malgré le peu de part que j'ai à votre gloire & à vos travaux. Je parlerai donc ici des Devoirs de l'Académicien en général : Si vous y trouvez votre Eloge, ceux qui ne sont pas de ce Corps y trouveront ce qui peut les rendre dignes d'en être.

Mais avant que de parler de Devoirs à des hommes libres, tels que sont les Citoyens de la République des Lettres ; quelle est donc la Loy qui les peut obliger ? Pourquoi le Philosophe renoncera-t-il à cette liberté à laquelle il semble qu'il ait tout sacrifié pour s'assujettir à des Devoirs ? pour se fixer à des occupations réglées & d'un certain genre ?

(*) Ce Discours fut lu dans l'Assemblée publique du 12. Juin 1750. & il a déjà été imprimé dans le Volume intitulé, *Histoire de l'Académie depuis son origine*. Mais sa place naturelle est dans les *Mémoires* ; & le Volume de l'année à laquelle il appartient l'auroit fourni, sans une maladie considérable que M. de Maupertuis eut dans ce tems-là, & qui fit perdre de vuë cet objet. C'est pour suppléer à cette omission que nous le plaçons ici, comme un des morceaux les plus intéressans que l'Académie puisse conserver.



genre ? Il faut sans doute qu'il y trouve quelqu' avantage ; & cet avantage quel est-il ?

C'est celui que les hommes retirent de toutes les Sociétés : c'est le secours mutuel que se prêtent tous ceux qui en font les membres. Chaque Société possède un Bien commun, où chaque particulier puise beaucoup plus qu'il ne contribue.

Qu'un homme qui s'applique aux Sciences, veuille se suffire à lui-même ; qu'il ne veuille emprunter d'aucun autre les connoissances dont il a besoin ; quand même je supposerai qu'il ait tout le Génie possible ; avec quelle peine, avec quelle lenteur, ne fera-t-il pas ses progrès ! quel tems ne perdra-t-il pas à découvrir des vérités qu'il auroit connues tout d'abord, s'il eut profité du secours d'autrui ? Il aura épuisé ses forces avant que d'être arrivé au point d'où il eut pu partir. Combien celui qui, aidé des lumières de ceux qui l'ont devancé & de celles de ses Contemporains, reserve toute sa vigueur pour les seules difficultés qu'ils n'ont pas résolues, combien celui-là n'est-il pas plus en état de les résoudre ?

Tous ces secours qu'on trouve dispersés dans les ouvrages & dans le commerce des Savants, l'Académicien les trouve rassemblés dans une Académie ; il en profite sans peine dans la douceur de la Société ; & il a le plaisir de les devoir à des Confrères & à des Amis. Ajoutons y ce qui est plus important encore ; il acquiert dans nos Assemblées cet Esprit Académique, cet espece de sentiment du vray, qui le lui fait découvrir partout où il est, & l'empêche de le chercher là où il n'est pas. Combien differens Auteurs ont hazardé de systêmes dont la discussion Académique leur auroit fait connoître le faux ! Combien de chimères qu'ils n'auroient osé produire dans une Académie !

Je ne vous ai cité ici, MM. que les avantages immédiats que chaque Académicien trouve dans son Association à une Académie : c'étoit par ceux-là que je devois commencer en parlant à des Philosophes. Il y en a d'autres, qui, s'ils ne font pas des moyens directs, doivent être
de



de puissants motifs pour exciter les gens de Lettres : c'est la Protection dont les Souverains honorent les Académies, & les graces qu'ils répandent sur ceux qui s'y distinguent. Ici la notre a un avantage qu'aucun autre ne peut lui disputer. Je ne parle point de la magnificence avec laquelle le Roi récompense vos travaux, ni du superbe Palais qu'il vous destine : il employe des moyens plus feurs pour la gloire de son Académie. Ces Ouvrages que nous avons si souvent admirés dans des jours tels que celui-ci, seront des Monumens eternels de l'estime qu'il a pour elle, & du cas qu'il fait de ses occupations.

Voilà, MM. les avantages que chaque Académicien retire du corps dont il fait partie : voilà les motifs qui le doivent exciter dans la carrière des Sciences : & combien puissamment ne doivent pas agir sur vous tant de motifs réunis ! Les Devoirs même que l'Académie vous impose sont-ils autre chose que ce que l'Amour seul des Sciences vous feroit faire ? Trouveriez-vous trop de contrainte dans l'Académie de l'Europe la plus libre ?

Tous les Phenomenes de la Nature, toutes les Sciences Mathématiques, tous les genres de Littérature, sont soumis à vos recherches : & dès-là cette Compagnie embrasse un champ plus vaste que la plupart des autres Académies : mais il est certains Sanctuaires dans lesquels il n'est permis à aucune de pénétrer : votre Fondateur même, tout sublime & tout profond qu'il étoit, tout exercé qu'il étoit dans ces routes, n'osa y conduire ses premiers disciples. Les Legislatteurs de toutes les Académies, en leur livrant la Nature entiere des Corps, leur ont interdit celle des Esprits, & la spéculation des premières causes : Un Monarque qui a daigné dicter nos loix ; un Esprit plus vaste, plus feur peut-être aussi de votre prudence, n'a rien voulu vous interdire.

Quant à notre Discipline Académique, il n'y a aucune Académie dans l'Europe dont les Réglemens exigent si peu. Car il ne seroit pas juste de faire entrer dans cette comparaison des Sociétés sur les-

Mém. de l'Acad. Tom. IX.

T t t

quelles



quelles ni l'oeil ni les bienfaits du Souverain n'ont jamais aucune influence.

Notre Académie embrasse dans quatre Départemens toutes les Sciences. Chaque Classe concourt avec égalité au progrès de chacune: cependant la diversité de leurs objets admet de la diversité dans la manière de les traiter.

La première de nos Classes, celle de la *Philosophie Expérimentale*, comprend toute l'histoire naturelle, toutes les connoissances pour lesquelles on a besoin des yeux, des mains, & de tous les sens. Elle considère les corps de l'Univers revêtus de toutes leurs propriétés sensibles; Elle compare ces propriétés, elle les lie ensemble, & les déduit les unes des autres. Cette Science est toute fondée sur l'Experience. Sans elle le raisonnement toujours exposé à porter à faux se perd en systèmes qu'elle dément. Cependant l'Experience a besoin aussi du raisonnement; il épargne au Physicien le tems & la peine; il lui fait saisir tout à coup certains rapports qui le dispensent de plusieurs opérations inutiles; & lui permet de tourner toute son application vers les phénomènes décisifs.

Que le Physicien s'applique donc à examiner soigneusement les Experiences faites par les autres: qu'il n'ait pas plus d'indulgence pour les siennes propres: qu'il n'en tire que des conséquences légitimes: & surtout, qu'également éloigné de l'ostentation qui fait produire le Merveilleux, & du Mystère qui tient caché l'Utile, il les expose à ses Confrères avec toutes leurs circonstances.

Nous voyons plus d'un Académicien que je pourrais citer ici pour modèles; qui connoissent également l'art de faire les Experiences les plus délicates, & celui d'en tirer les conséquences les plus ingénieuses: qui malgré les plus grandes occupations, & les occupations les plus utiles de la Cour & de la Ville, trouvent des heures pour nous donner d'excellents ouvrages, & sont les premiers & les plus assidus dans nos Assemblées.

Notre



Notre Classe de *Mathématique* est la seconde. La première considéroit les corps revêtus de toutes leurs propriétés sensibles: celle-ci les dépouille de la plupart de ces propriétés pour faire un examen plus sévère & plus seur de celles qui y restent. Les corps ainsi dépouillés ne présentent plus au Géometre que de l'Éendue & des Nombres: & ceux que des distances immenses mettent hors de la portée de plusieurs de ses sens, n'en paroissent que plus soumis à ses spéculations & à ses calculs.

La Géometrie, qui doit son origine à son utilité, & que les premiers Géometres appliquèrent avec tant de succès aux besoins de la vie, ne fut ensuite pendant plusieurs siècles qu'une spéculation stérile, & une espèce de jeu d'esprit. Trop bornée à ses abstractions elle se contentoit d'exercer son art sur des bagatelles difficiles, & n'osa le porter jusqu'aux phénomènes de la Nature. L'heureuse révolution qui s'est faite presque de nos jours dans les Sciences, la rendit plus audacieuse. On vit la Géometrie expliquer tous les phénomènes du Mouvement, & quelle partie n'est-ce pas de la Philosophie naturelle? On la vit suivre le Rayon de la Lumière dans l'espace des Cieux, à travers tous les corps qu'il pénètre, calculer toutes les Merveilles qui naissent de ses réflexions & de ses réfractions: soit pour nous faire découvrir des objets que leur immense éloignement déroboit à nos yeux, soit pour nous rendre sensibles ceux qui par leur extrême petitesse ne pouvoient être aperçus. On vit le Géometre déterminant par des dimensions exactes la grandeur & la figure du Globe que nous habitons, marquer au Géographe la véritable position de tous les lieux de la Terre, enseigner au Navigateur des Règles seures pour y arriver. On vit les Sciences Mathématiques s'appliquer à tous les Arts utiles ou agréables.

La marche du Géometre est si déterminée, ses pas sont, pour ainsi dire, si comptés, qu'il ne reste que peu de conseils à lui donner.

Le premier c'est, dans le choix des sujets auxquels il s'applique, d'avoir plus en vue l'utilité des Problèmes que leur difficulté. Cont-



bien de Géometres, s'il est permis de les appeller de ce nom, ont perdu leur tems dans la recherche de la Quadrature d'une Courbe qui ne sera jamais tracée!

Le second conseil, c'est, dans les Problemes physico-mathematiques, que le Géometre résout, de se ressouvenir toujours des abstractions qu'il a faites: que ses solutions ne sont justes qu'autant qu'il n'y auroit dans les corps que ce petit nombre de propriétés qu'il y considere: & que comme il n'y a peut-être point dans la Nature de corps qui soient réduits à ces seules propriétés, il doit sur ceux qui ont été les objets de ses calculs, consulter encore l'experience, pour découvrir si des propriétés dont il a fait abstraction, ou dont il a ignoré la présence, n'alterent pas les effets de celles qu'il y a conservées.

En suivant ces conseils, le Géometre mettra son art à l'abri du reproche d'inutilité: & le justifiera aux yeux de ceux qui pour ne le pas connoître assez, lui imputent des défauts qu'il ne faut attribuer qu'à l'usage mal-habile qu'on en fait.

La Classe de *Philosophie spéculative* est la troisième. La *Philosophie expérimentale* avoit examiné les corps tels qu'ils sont; revêtus de toutes leurs propriétés sensibles. La *Mathématique* les avoit dépouillé de la plus grande partie de ces propriétés. La *Philosophie spéculative* considere des objets qui n'ont plus aucune propriété des corps.

L'Etre suprême, l'Esprit humain, & tout ce qui appartient à l'Esprit est l'objet de cette science. La Nature des corps mêmes, tant que représentés par nos perceptions, si encore ils sont autre chose que ces perceptions, est de son ressort.

Mais c'est une remarque fatale, & que nous ne sçaurions nous empêcher de faire: Que plus les objets sont intéressans pour nous, plus sont difficiles & incertaines les connoissances que nous pouvons en acquérir! Nous serons exposés à bien des erreurs, & à des erreurs bien dangereuses, si nous n'usons de la plus grande circonspection dans
cette



cette science qui considère les Esprits. Gardons-nous de croire qu'en y employant la même méthode, ou les mêmes mots qu'aux sciences mathématiques, on y parvienne à la même certitude. Cette certitude n'est attachée qu'à la simplicité des objets que le Géomètre considère, qu'à des objets dans lesquels il n'entre que ce qu'il a voulu y supposer.

Si je vous expose ici toute la grandeur du péril des spéculations qui concernent l'Etre suprême, les premières Causes, & la Nature des Esprits, ce n'est pas, MM. que je veuille vous détourner de ces Recherches. Tout est permis au Philosophe, pourvu qu'il traite tout avec l'Esprit philosophique, c'est à dire, avec cet Esprit qui mesure les différens degrés d'Assentiment : qui distingue l'Evidence, la probabilité, le doute : & qui ne donne ses spéculations que sous celui de ces différens aspects qui leur appartient.

Si la plupart des objets que la Philosophie spéculative considère, paroissent trop au dessus des forces de notre Esprit, certaines parties de cette science sont plus à notre portée. Je parle de ces Devoirs qui nous lient à l'Etre suprême, aux autres Hommes, & à nous-mêmes : de ces loix auxquelles doivent être soumises toutes les Intelligences ; vaste champ, & le plus utile de tous à cultiver ! Appliquez-y vos soins & vos veilles : mais n'oubliez jamais, lorsque l'evidence vous manquera, qu'une autre lumière aussi sûre encore doit vous conduire.

La quatrième de nos Classes réunit tous les différens objets de deux célèbres Académies d'un Royaume où l'abondance des grands Hommes les a tant multipliées. Je parle de notre Classe de *Belles-Lettres*, qui comprend les Langues, l'Histoire & tous les genres de Littérature : depuis les premiers Elémens de cet art qui apprend à former des sons & des signes pour exprimer les pensées, jusqu'à l'usage le plus étendu qu'on en peut faire.



Cet Art le plus merveilleux de tous, le plus utile sans doute, fut dans ses commencemens sans doute un art très simple. Le peu de besoins que sentirent les premiers hommes, n'exigea pas un grand nombre de mots ni de signes pour les exprimer. Ce ne fut qu'après le succès de ce premier essai qu'ils desirerent de se communiquer des idées moins communes, & qu'ils commencerent à connoître les charmes de la conversation. Combien fallut-il de tems, combien s'écoulerent de siècles avant qu'ils sçussent peindre aux yeux la conversation même ?

La premiere Langue des hommes s'étoit déjà vraisemblablement diversifiée, lorsqu'ils passerent de la parole à l'Ecriture. Les Familles étant devenues des Nations, chacune par des suites différentes d'idées se forma non seulement des mots differens, mais des manieres de s'exprimer différentes : les langues vinrent de cette diversité ; & tous ces enfans d'un même Père si dispersés, & après tant de générations, ne purent plus lorsqu'ils se retrouvoient se reconnoître ni s'entendre.

Un beau projet seroit, non de les faire revenir à leur Langue paternelle, la chose n'est pas possible, mais de leur former une Langue plus réguliere que toutes nos langues qui ne se sont formées que peu à peu, plus facile, & qui pût être entenduë de tous.

Ce Problème qui a été plus d'une fois proposé, fut l'objet de notre Académie dès sa naissance : (*) Un habile homme entreprit l'ouvrage : un plus habile le regarda comme possible, & ne l'entreprit pas (**). Ce n'est pas ici le lieu d'exposer les pensées qui me sont venues sur ce sujet.

La multiplicité des objets de notre quatrième Classe ne me permet pas non plus de donner pour chacun des règles ni des conseils. Je

(*) Solbrig.

(**) Leibnitz.



Je me bornerai à faire connoître la raison du choix de la langue dans laquelle nos Ouvrages paroissent, s'il est encore nécessaire de prouver que ce que celui qui est l'Ame de notre Académie a ordonné, étoit le plus convenable.

L'Utilité des Académies ne se renferme pas dans les limites de chaque Nation. Une Académie possède de ces hommes destinés à éclairer le monde entier; toutes les Nations doivent avoir part à leurs découvertes; & il faut les leur communiquer dans la langue la plus universelle. Or personne, je crois, ne refusera cet avantage à la nôtre, qui semble être aujourd'hui plutôt la langue de l'Europe entière que la langue des François.

Si quelqu'autre pouvoit lui disputer l'universalité, ce seroit la Latine. Cette langue, il est vrai, est répandue partout: mais morte, & partout réservée pour un petit nombre de Savans, on n'est sûr de la bien parler qu'autant qu'on employe des Phrases entières des anciens Auteurs: & des qu'on s'en écarte, on forme un jargon hétérogène dont l'ignorance seule empêche de sentir le ridicule.

Il se trouve encore pour justifier le choix de notre langue d'autres raisons qui ne sont pas moins fortes: ce sont la perfection de la langue même, l'abondance que nos progrès dans tous les Arts & dans toutes les Sciences y ont introduite, la facilité avec laquelle on peut s'y exprimer avec justesse sur toutes sortes de sujets, le nombre innombrable d'excellens Livres écrits dans cette langue. Si les Grecs & les Latins nous ont donné les premiers modèles, ces modèles ont été surpassés dans plusieurs genres, & dans tous tellement multipliés que nos Ouvrages peuvent aujourd'hui servir de modèles aux Ecrivains de toutes les Nations.

Si l'on peut faire un reproche à notre langue, c'est celui qu'on fit à la langue des Romains, lorsqu'après avoir atteint sa plus grande perfection,



fection, elle vint à perdre sa noble simplicité pour cette subtilité vaine qu'on appelle si improprement *Bel-Esprit*.

Certains gens ne sçauroient encore pardonner à un Auteur François d'avoir refusé le *Bel-Esprit* aux Allemans. S'ils savaient mieux ce qu'on entend d'ordinaire par *Bel-Esprit*, ils verroient qu'ils ont peu lieu de se plaindre. Ce n'est le plus souvent que l'art de donner à une pensée commune un tour sententieux : *c'est*, dit un des plus grands hommes de l'Angleterre, *d'art de faire paroître les choses plus ingénieuses qu'elles ne sont.* (*)

Quelques Auteurs Allemans se font vangés en refusant aux François l'Erudition & la Profondeur ; la vangeance auroit été plus juste, si nous abandonnant le *Bel-Esprit*, ils s'étoient contentés de dire que nous en faisons trop de cas. Mais si ces Auteurs entendent par l'Erudition qu'ils refusent aux François un fatras de citations Latines, Grecques, & Hebraïques, un style diffus & embarrassé, on leur saura gré du reproche, & l'on s'applaudira du défaut.

Cette netteté & cette précision qui caractérisent les Auteurs François, dépend sans doute autant du génie de la langue, que la langue a dépendu elle-même du tour d'esprit de ceux qui l'ont parlée les premiers & qui en ont posé les règles. Mais ce sont ces avantages qui la rendent si universelle, qui font qu'un Monarque dont le goût est le suffrage le plus décisif la parle & l'écrit avec tant d'élégance, & veut qu'elle soit la langue de son Académie.

J'ai parcouru ici toutes les différentes Sciences auxquelles nous appliquons : & n'ai point parlé d'une qui fut un des principaux objets de cette Compagnie lors de son établissement.

Le premier Règlement de la Société Royale portoit, qu'une de ses Classes devoit s'appliquer à *l'Etude de la Religion & à la conversion*
des

(*) *Bacon.*



des Infideles : Article plus singulier par la manière dont il étoit présenté qu'il ne l'est peut-être en effet. Nôtre Règlement moderne ne charge aucune Classe en particulier de cette occupation : mais ne peut-on pas dire que toutes y concourent ?

Ne trouve-t-on pas dans l'étude des Merveilles de la Nature, des preuves de l'Existence d'un Etre suprême ?

Quoi de plus capable de nous faire connoître sa sagesse, que les Verités Géométriques ; que ces Loix éternelles par lesquelles il régit l'Univers ?

La Philosophie spéculative ne nous fait-elle pas voir la nécessité de son Existence ?

Enfin l'étude des Faits nous apprend, qu'il s'est manifesté aux hommes d'une manière encore plus sensible ; qu'il a exigé d'eux un culte, & le leur a prescrit.



E L O G E

D E

M. B U D D E U S.

AUGUSTIN BUDDEUS, Conseiller de Cour, Médecin du Roi, Membre du College Supérieur de Médecine, premier Professeur d'Anatomie & de Physique, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, & de l'Académie Royale de Prusse, naquit à *Anclam* en Poméranie le 7. Aout 1695. de *François Buddeus*, premier Pasteur des Eglises du lieu, & de *Dorothée Christiani*. Il fit ses humanités dans sa Patrie. Un goût marqué, joint aux talens qui ne manquent guères d'y être attachés, le décida pour la Médecine, & d'une façon plus particuliere encore pour les connoissances Anatomiques. En 1712. il se rendit à l'Université de Jena, & en 1715. à celle de Halle. Il remplit la carrière des études avec distinction ; quand elle fut achevée, il passa à celle des Voyages, & fit ceux qui convenoient au genre d'étude qu'il avoit embrassé. C'est à la libéralité du feu Roi qu'il étoit redevable de cet avantage.

Il étoit en Hollande en 1717. & y fit un Cours sous le célèbre *Boerhawe*. Il passa de là en Angleterre & en France, attentif à voir tout ce qui pouvoit le perfectionner dans son métier. Il y a des Sciences qui peuvent s'acquérir dans le Cabinet, & dont l'esprit ou le jugement font, pour ainsi dire, seuls tous les fraix ; il y en a d'autres, pour lesquelles on ne doit point se lasser de se répandre, de promener ses regards de tous côtés, & d'interroger les objets dont les réponses peuvent nous être utiles.

De



De retour en Hollande, M. *Buddeus* reçut à *Leyde* en 1721. le degré de Docteur en Médecine, après avoir soutenu avec applaudissement une Thèse sur l'action des Muscles, particulièrement de ceux qu'on nomme *Antagonistes*. L'année suivante il vint à *Berlin*. Il y étoit attiré surtout par ce Théâtre Anatomique, qui mérite d'être compté parmi tant d'autres choses importantes, dont le Roi *Frédéric Guillaume* a fait usage pour amener cet Etat au point de force & de splendeur, qu'il étoit réservé à notre grand Monarque de pousser à son plus haut période.

Notre Académicien a eu la principale part à tous les arrangements qui concernent ce Théâtre, & la Direction lui en fut conférée avec la fonction & le titre de Professeur d'Anatomie. Depuis ce tems là il fut comme absorbé dans sa Profession, dont les travaux demandent effectivement qu'on s'y livre tout entier. L'approbation que méritèrent ses soins, lui attira de nouveaux encouragemens; il fut déclaré en 1725. Médecin du Roi & Conseiller de la Cour.

Les Mémoires, connus sous le titre de *Miscellanea Berolinensia*, renferment diverses Dissertations de M. *Buddeus*, qui font juger de son habileté & de son application. On y découvre ce génie observateur, qui saisit précisément le neuf, l'intéressant, & qui va le démêler là où le vulgaire n'apperçoit rien, & demeureroit des siècles sans rien appercevoir. Ce génie est bien rare parmi ceux même qui prétendent être au dessus du vulgaire: il y a toujours quantité de Taupes pour un Lynx.

En 1730. M. *Buddeus* voulut goûter les douceurs du mariage, & son choix tomba sur Mlle *Scott*, fille cadette de M. *Robert Scott*, Médecin du feu Duc *George Guillaume* de *Lünebourg*. Les fruits qui restent de cette union font un fils & deux filles.



La vie de *Mr. Buddeus* s'est écoulée, doucement, dans le sein de sa famille, & dans le cours des occupations que nous avons indiquées. Il étoit peu répandu, & nous l'avons à peine vu dans les Assemblées de l'Académie depuis son Renouveau. Sa complexion, quoiqu'elle parût saine & vigoureuse, étoit un principe habituel d'incommodité, & a sans doute été celui de sa mort prématurée. Il étoit fort replet, & un coup d'apoplexie a tranché presque en un instant le fil de ses jours, le 25 Décembre de l'année 1753. lorsqu'il étoit âgé d'un peu plus de 57 ans.



E L O G E

D E

M. DE BEAUSOBRE.

C H A R L E S L O U I S D E B E A U S O B R E , Pasteur de l'Eglise François-
se de *Berlin*, & Membre de l'Académie Royale, nâquit à *Deffau*
le 24 Mars, 1690. Nous n'irons point chercher d'autre illustration à
son origine que celle qu'il tire d'un Père, qui a tenu l'un des premiers
rangs dans l'Eglise & dans la République des Lettres. Ce n'est pas
qu'on ne trouve dans la Famille de *Beausobre* les prérogatives dont on
ne manque guères de faire un étalage fastueux, dans celles qui n'en ont
point d'autres; mais nous les croyons trop étrangères à la Vie d'un
Ecclésiastique & d'un Savant, pour y insister.

M. de *Beausobre* ayant été appelé au service de l'Eglise de *Berlin*
vers le commencement de 1695. quitta le séjour agréable où il avoit
passé huit des plus belles années de sa vie, à la Cour de S. A. S. Mgr.
le Prince *Jean George d'Anhalt-Deffau*, & se transporta à *Berlin*
avec toute sa Famille.

Charles Louis, dont nous parlons, étoit le second de ses Fils. L'aî-
né étant destiné aux Armes, (il est encore vivant, & Général au service
de S. M. Imp. de Russie,) on consacra celui-ci à l'étude; & le Ministe-
re de l'Evangile parut une vocation également convenable à la vivaci-
té de son génie & à la douceur de son caractère. Une tendre Mère
surtout, toute remplie encore des idées que les premiers Réfugiés ap-
portèrent de leur Patrie, & de celles que devoient naturellement lui inspi-
rer les succès éclatans de son Epoux dans l'exercice de cette sainte
Charge, n'eut point de repos qu'elle n'eût pleinement affermi un Fils,
pour qui elle avoit quelque prédilection, dans le choix de ce qu'elle re-

V v v 3

garديو

gardeoit comme la bonne part. L'événement a justifié ses desirs; mais nous ne saurions dissimuler que *M. de Beaufobre* n'ait quelque fois témoigné du regret de sa condescendance; & qu'à, malgré tous les talens qui l'ont fait regarder comme un digne fils de son illustre Père, il n'ait été plus sensible à certaines épines qui lui paroissoient attachées à son état, qu'aux agrémens dont il y pouvoit jouir.

Sa jeunesse fut cultivée par d'habiles mains. Il n'avoit pas besoin de sortir de chez lui, pour puiser dans une source également pure & abondante; mais il eut encore l'avantage d'être à portée de profiter des secours, & des directions de plusieurs hommes célèbres, qui vivoient alors, & qui avoient des liaisons intimes avec *M. de Beaufobre* le Père. Tels étoient entr'autres *Mrs. Lenfant, Des Vignoles & Chauvin.*

Sous de tels guides, *M. de Beaufobre* parcourut rapidement la carrière des Etudes, & parla de bonne heure en public. Il fut applaudi, & il auroit goûté bien davantage le plaisir que l'on peut, & j'ose même dire, que l'on doit trouver à l'être, si sa mémoire avoit été aussi fidele à rendre les idées, que son imagination étoit propre à les faire naître, & son jugement à les soumettre aux règles de l'Art. Mais cet écueil étoit tout à fait décourageant, surtout dans un Commençant: & en général il n'est guères de métier plus pénible que la Prédication, quand elle a cet obstacle à surmonter. Quoiqu'une mémoire heureuse ne soit assurément qu'un accessoire des talens de l'Orateur, l'incapacité des Juges n'a pas laissé d'en faire presque le principal. *M. de Beaufobre* n'en a pas eu moins pour lui ceux qui sont dignes de juger; & pendant 40 ans de Ministère il a été compté parmi ce petit nombre de Hérauts de l'Evangile qui ne dégradent point la Majesté du Maître au nom duquel ils parlent. Il avoit surtout cette Eloquence noble & affectueuse, qui va droit au coeur, parce qu'elle part du coeur.

Il reçut l'imposition des mains en 1713. & fut d'abord appelé à servir l'Eglise Françoisse du Village de *Buchholtz*, qui n'est qu'à un mille de notre Capitale. Par ce moyen il restoit dans le sein de sa Famille, n'étant pas même obligé à résidence, & ne se rendant à son Troupeau

que



que pour la Prédication, ou pour les autres cas qui demandent la présence d'un Pasteur.

Environ deux ans après, l'Eglise de *Hambourg* lui adressa une vocation. Il l'accepta; mais il ne fit pas un fort long séjour dans cette Ville, dont l'air se trouvoit contraire à sa santé. Il revint donc à *Berlin* chez son Père, en attendant quelque autre occasion d'être placé. Il s'en présenta une fort naturelle, & fort heureuse. Mrs. de *Beaufobre & L'enfant* avoient travaillé ensemble à une Traduction du N. Testament, qui est bien connuë & très-estimée. Lorsque l'Ouvrage fut imprimé, ils eurent l'honneur d'en présenter le premier Exemplaire, vers le commencement de 1718. au Roi *Frederic Guillaume*, de glorieuse mémoire, à qui il étoit dédié. Ce Monarque le reçut avec bonté, & témoigna à ces deux Ministres qu'il étoit disposé à leur faire éprouver des marques réelles de sa bien-veillance. M. de *Beaufobre*, saisissant l'occasion, supplia le Roi de lui donner son Fils pour Collègue; & sa demande lui fut aussi-tôt accordée. On peut juger de la joye du Père & du Fils dans une conjoncture qui les réunissoit pour toujours; ils furent ravis de joindre, pour ainsi dire, à la tendre relation qui les unissoit, celle de Frères & de Compagnons d'oeuvre.

M. de *Beaufobre* demeura donc attaché depuis ce tems-là à l'Eglise de *Berlin*. Il n'étoit d'abord que surnuméraire; la mort d'un Pasteur nommé *Lugandi* le fit ordinaire. Il desservoit l'Eglise de la Ville-Neuve; mais il en fut tiré pour être placé dans la nouvelle Eglise du Cloître qu'on venoit de bâtir. Il en fit la Dédicace en présence du Roi défunt, le 26 Aout 1726. Ensuite, à la mort de M. *Gautier*, il reprit au commencement de 1740. les fonctions de Pasteur de la Ville-Neuve, par où il a terminé son Ministère.

C'est assés parler de sa vie Ecclésiastique; mais l'idée que nous venons d'en donner, étoit nécessaire pour montrer qu'elle a été agitée & pénible, & qu'il n'a pu consacrer à l'étude toute l'application que des circonstances plus favorables lui auroient permis d'y apporter. Ses premiers Ouvrages ont été des Traductions. Il en a fait quelques uns de



de l'Anglois, sur les affaires publiques, pour un Ministre de la Grande-Bretagne à la Cour de Prusse, avec qui il avoit des liaisons d'amitié. Comme ce sont des Pièces qui disparaissent presque avec les conjonctures qui les font naître, nous n'en indiquerons pas seulement les titres.

Il passa de ce travail à un autre plus convenable à ses occupations ordinaires. M. *Barbeyrac* avoit jetté les premiers fondemens d'une réputation qui s'accrût beaucoup depuis, en donnant une fort bonne Traduction des Sermons du célèbre Archevêque *Tillotson*. Comme d'autres occupations l'empêcherent d'embrasser toute cette tâche, M. de *Beaufobre* traduisit les Sermons sur la Repentance, qui forment un Volume séparé, que le Public plaça sans balancer à côté de ceux qu'il tenoit de M. *Barbeyrac*.

Un des événemens qui ont attiré l'attention de ce Siecle, c'est la sanglante Tragédie de *Thorn*. M. *Jablonski*, que la Société qui a précédé cette Académie, se glorifioit d'avoir alors à sa tête, en donna une Histoire également judicieuse & intéressante. M. de *Beaufobre* la traduisit de l'Allemand à la fin de 1725. sous le titre de *Thorn affligée*.

C'est par ces essais qu'il se préparoit à une entreprise plus importante. En voici l'occasion. M. *Saurin*, célèbre Prédicateur, & qui ne devoit point sa célébrité à quelque caprice passager, mais qui possédoit ce fonds & cet acquis d'où dépendent les véritables talens, avoit entrepris un Ouvrage sur la Bible, qui, destiné d'abord à l'explication d'un Recueil d'Estampes, devint entre ses mains un chef-d'œuvre d'érudition & de saine Critique. Je ne fais, pour le dire en passant, si l'on rend actuellement assez de justice aux Discours de M. *Saurin*, & si on les distingue, comme on le devoit, de tant de compilations qui n'ont couru à leurs Auteurs qu'un travail technique. M. *Saurin* n'a pas compris les opinions, il les a pécées; & plus la balance demeure souvent dans l'équilibre, plus il fait voir qu'elle est d'une justesse peu commune. Ceux qui font toujours pancher l'un des bassins, ne le font que parce qu'ils mettent leurs propres jugemens à la place des raisons. Mais je m'écarte de mon sujet.

Une



Une mort, que je serois tenté d'appeller violente, & qui fut du moins prématurée, enleva M. *Saurin* lorsqu'il n'avoit achevé qu'à peu près un tiers de ses Discours sur la Bible. Les Libraires, cherchant des noms propres à figurer à côté du sien, s'adressèrent pour le reste des Discours sur l' A. T. à M. *Rogues*, Pasteur de *Bâle*, bien digne de cette préférence, & pour les Discours sur le N. T. à M. *de Beaufobre* le Père. Celui-ci qui étoit entièrement livré alors à son *Histoire du Manichéisme*, & qui ne l'auroit finie que pour passer à d'autres Ouvrages dont le plan étoit déjà formé, ne pût déférer à la demande qu'on lui faisoit; mais il en chargea un autre lui-même: & en remettant ce travail à son Fils, il promit de le diriger & de l'assister de toutes ses lumières. M. *de Beaufobre* fit donc sous les yeux de son Père les Discours sur le N. T. qui forment deux Volumes de l'Edition *in folio*, & trois de l'Edition *in octavo*. Le Discours préliminaire sur l'Authenticité des Evangiles & la certitude du témoignage des Evangélistes, est du Père; tout le reste est du fils, & en est tellement que le Père n'en a fait qu'une révision très-legère, parce qu'il n'en falloit pas davantage, & que l'Auteur avoit rempli le plan & atteint le but d'une manière tout à fait satisfaisante. Je parle ici de choses dont j'ai une parfaite connoissance, & aux détails desquelles m'ont initié les liaisons que j'ai eû le bonheur d'avoir dès les commencemens de mon Ministère avec M^{rs}. *de Beaufobre*.

Ces Discours sont donc le principal Ouvrage de celui dont je fais l'Eloge, & ils suffisoient aussi pour faire son Eloge entant qu'Auteur. Les recherches, le stile, la critique, la morale, les usages pieux, tout y est comme il devoit être pour couronner l'oeuvre de M^{rs}. *Saurin* & *Rogues*.

Deux ans après la publication de ces Discours, c'est à dire en 1738. M. *de Beaufobre* perdit ce tendre & digne Père, auquel il étoit si redevable; & il prit aussi-tôt la résolution la plus convenable aux sentimens qu'il conservoit à sa mémoire. Ce fut celle de consacrer le reste de sa propre vie à rédiger & à mettre au jour quantité de Mss. qui

faisoient à peu près toute la succession de cet illustre Défunt. Afin d'y travailler avec plus de liberté, il les acquit en propre de ses Cohéritiers; & nous l'avons vû depuis ce tems-là presque uniquement occupé de ce travail. Le Public en a profité: il possède déjà le *Supplément à l'Histoire de la Guerre des Husites*, imprimé en 1745. les *Sermons sur le Chapitre XII. de l'Épître aux Romains*, qui sont de l'année 1744. mais que nous indiquons ici pour les joindre aux *Sermons sur la Résurrection de Lazare*, qui ont paru en 1751. Ce n'étoient-là pourtant que de simples échantillons au prix de l'*Histoire de la Réformation d'Allemagne*, qui est achevée jusqu'à la Confession d'*Augsbourg*, & dont le MS. peut fournir deux Volumes *in quarto* tout prêts à paroître. Il y a longtems que cette Histoire, & bien d'autres Pièces curieuses que M. de Beaufobre avoit laissées dans un état peu éloigné de la perfection, devoient être entre les mains du Public, si M. de Beaufobre, peu expert dans l'Art de négocier, ou de trafiquer, (je ne sais lequel de ces deux mots exprime le mieux les pièges réciproques que se tendent les Auteurs & les Libraires,) n'avoit presque décrié une marchandise très précieuse par des incidens qui venoient d'un tour d'esprit singulier, au coin duquel presque tout ce qu'on appelle manquement d'affaires a été marqué pendant le cours de sa vie.

En repassant les événemens qui appartiennent à l'Histoire de la Réformation, M. de Beaufobre ramassa les matériaux d'un petit Ouvrage, qu'il intitula *le Triomphe de l'Innocence*. Ils'y proposoit de justifier les Réformés de France contre diverses accusations qui leur ont été intentées par leurs Adversaires, & surtout contre les reproches vagues, odieux, & faux, de sédition & de rebellion. Ce petit Livre écrit avec feu & avec force contient des vérités sans réplique.

Si M. de Beaufobre n'étoit pas de l'Académie, il méritoit depuis long-tems d'en être. Mais il a presque toujours été éloigné des postes & des prérogatives qui sembloient lui être dûs. L'enchaînement de ces traverses qui ne sont pas entièrement dans la classe de celles qu'on nomme vulgairement fatalités, mais qui viennent principale-
ment



ment de la nécessité d'unir le savoir-faire au savoir, cet enchaînement, dis-je, formoit une barrière insurmontable à des efforts, qui, pour être continuellement réitérés, n'en étoient que moins efficaces. L'Académie lui rendit justice au mois d'Octobre de l'année 1751. & ayant été placé dans la Classe de Belles-Lettres, il a entretenu deux fois nos Assemblées sur la Vie du Cardinal *Albert de Brandebourg*.

Nous touchons à la fin de sa carrière. M. de *Beaufobre* étoit d'une bonne constitution, & avoit toujours paru la fortifier par le régime & par l'exercice. Mais comme il suivoit plutôt à ces deux égards l'ardeur de son tempérament que les règles de la prudence, il se fit une révolution subite dans sa santé au commencement de cette année; les premiers symptômes se manifestèrent par une forte oppression; & bientôt une complication de maux, jointe peut-être à une complication de remèdes, firent faire à son mal, à peine déclaré & connu, des progrès si rapides, qu'il y succomba le 10 Mars, sans s'être presque douté lui-même que l'issue en dut être aussi prompte & aussi funeste.

M. de *Beaufobre* avoit épousé en Mai 1730. Mlle. *Madelaine de St. Laurens*, fille d'un Conseiller au Parlement d'Orange, qu'il perdit en Septembre 1744. Il ne reste qu'une fille de ce mariage.

Je tracerai sans hésiter le caractère de M. de *Beaufobre*, tel que de longues & étroites liaisons m'ont mis à portée de le connoître: il est tout à son avantage. Les qualités de l'esprit qui font l'homme solidement éclairé, dictoient ses Sermons, & brillent dans ses Ouvrages; les qualités du cœur qui font l'honnête homme & le vrai Chrétien, ont caractérisé toute sa conduite. Il étoit sincère, droit, officieux, reconnoissant, fidèle à toutes les relations de la Société; prêchant en un mot par son exemple encore plus que par sa doctrine. Quiconque l'a vu tout entier, n'en jugera jamais autrement; c'est l'expression qui résulte de l'ensemble de son caractère, & de ses actions. Mais on auroit pu s'y méprendre quelquefois en le regardant de profil, & en s'arrêtant à des faits isolés. Non que jamais il ait eu le dessein de se soustraire à quelque devoir, de chercher quelcun de ces faux-fuyants, qui sont



l'asyle des Vertus équivoques; mais une idée qui tomboit dans son cerveau, plutôt qu'elle n'y naissoit, s'emparoit tellement de lui qu'il l'auroit suivie, sans s'en appercevoir, jusqu'au bord du précipice, (& par précipices je n'entends que ceux qui menaçoient son repos & sa fortune;) on l'en avertissoit, il ouvroit les yeux, le fantôme disparoissoit, mais le lendemain il en renaissoit un autre, à la poursuite duquel il se livroit aux mêmes risques & périls. Cela lui rendoit les vrais Amis nécessaires; & il étoit digne de les avoir, car il en connoissoit tout le prix. Les principes des agitations & des inquiétudes, qui ont un peu dérangé sa vie, étoient dans le sang & dans la machine; ceux de la Vertu & de la Religion étoient profondément gravés dans son Ame, & auroient fait succéder à ces secousses passagères un calme inaltérable, & un bonheur conforme à ses espérances.



TABLE



T A B L E.

C L A S S E

de Philosophie Expérimentale.

E ssai sur l'origine & la génération des Métaux, par M. ELLER.	pag. 3
Examen Chymique de la nature du Sel volatil de l'Ambre, par M. POTT.	51
Examen Chymique du bois de Cedre, par M. MARGGRAF.	73
Recherches Anatomiques, 1. Sur la nature de l'Epiderme, & du réseau qu'on appelle Malpighien; 2. Sur la diversité de couleur dans la substance médullaire du cerveau des Nègres. 3. Description d'une maladie particulière du Peritoine, par M. MECKEL.	79
Nouvel Essai sur la mesure des hauteurs par le-moyen du Barometre, par M. SULZER.	114
De l'Envelope des Nerfs, par M. ZINN.	130

C L A S S E

de Mathématique.

Réflexions & Eclaircissemens sur les nouvelles vibrations des	Cordes
Xxx 3	



<i>Cordes exposées dans les Mémoires de l'Académie de 1747. & 1748. par M. DANIEL BERNOULLI.</i>	pag. 147
<i>Sur le mélange de plusieurs especes de vibrations simples isochrones, qui peuvent coëxister dans un même Système de corps ; par M. DANIEL BERNOULLI.</i>	173
<i>Remarques sur les Mémoires précédens de M. Bernoulli, par M. EULER.</i>	196
<i>Principes de la Trigonométrie Sphérique tirés de la Méthode des plus grands & des plus petits, par M. EULER.</i>	223
<i>Elémens de la Trigonométrie sphéroïdique tirés de la Méthode des plus grands & des plus petits ; par M. EULER.</i>	258
<i>Examen d'une Controverse sur la Loi de réfraction des rayons de différentes Couleurs par rapport à la diversité des milieux transparens par lesquels ils sont transmis ; par M. EULER.</i>	294
<i>Examen des Réflexions de M. le Chevalier d'Arci sur le Principe de la moindre action ; par M. BERTRAND.</i>	310
<i>Recherches sur la véritable courbe que décrivent les corps jetés dans l'air, ou dans un autre fluide quelconque ; par M. EULER.</i>	321

C L A S S E

de Philosophie Spéculative.

<i>Des Ecrits & de la Doctrine d'Anaxagore ; par M. HEINIUS.</i>	355
<i>Examen Philosophique de la liaison réelle qu'il y a entre les Sciences & les Mœurs ; par M. FORMEY.</i>	397
<i>Examen d'une question concernant la Liberté ; par M. MERIAN.</i>	417

CLASSE





C L A S S E

de Belles - Lettres.

Abrégé de la Vie de Bogislas X. Duc de Poméranie, surnommé le Grand ; par M. PELLOUTIER. pag. 433 :

Des Devoirs de l'Académicien, par M. DE MAUPERTUIS. 411

Eloge de M. BUDDEUS. - . " 522

Eloge de M. DE BEAUSOBRE. . . " 525





